

# 舰船姿态的数据处理

刘 风 岐

**提 要** 本文研究了舰船姿态角的模型识别, 参数估计和预报方法。给出的参数估计方法简捷易行, 便于实时使用。给出的预报方法能预报舰船姿态角的角速度和角加速度。另外还提出了一种基于块形 Toeplitz 矩阵的三角形分解模拟有指定相关矩阵的平稳矢量随机序列的方法。此方法需要较少的计算机存贮量。

## 1. 导 言

在海洋上以舰船为基地的测量跟踪系统中, 测量设备(如雷达)安装在船的甲板上对空间飞行器实施测量, 跟踪和监视任务。在这种情况下, 测量设备与船的甲板固联随船体而摇摆。此外, 测量设备的测量基准是船的甲板平面, 在海洋中由于风、浪、湧等因素的影响会导致甲板平面的弯曲(如船的艏尾线)使之偏离标称测量基准。所以测量设备在对空间飞行器实施实时跟踪任务中必须对上二因素——船体摇摆, 船体变形——进行修正才能确保任务的圆满完成。

舰船惯性导航系统的惯性平台能保持水平、指北方向, 因此它能敏感出甲板平面相对水平面的偏角以及船体艏尾线和正北方向的偏差角。所以惯性导航系统可以向计算机输送惯性平台平面和甲板平面之间的两个偏角——纵摇角  $\phi$ , 横摇角  $\theta$ , 以及正北方向和船体艏尾线的差角——艏摇角  $\psi$ , 以此提供对测量设备进行修正的基础。此外, 船体测扭系统可以向计算机输送三个船体变形角——艏向变形角, 横向变形角, 桅杆向变形角——以便修正由于船体变形而带来的测量设备的跟踪误差。

测量跟踪系统中的计算机的中心使命是在跟踪过程中为测量设备提供未来指向(如雷达天线的指向), 为完成该使命除了必须对飞行器的轨道做出预报外尚需对船体摇摆角和变形角的未来值做出预报。此外, 为了改善测量设备伺服系统的跟踪性能尚需由计算机提供出在视坐标系(测量设备相对空间飞行器的仰角  $E$  和方位角  $A$ ) 中未来指向  $(E, A)$  的角速度  $(\dot{E}, \dot{A})$  或者还有角加速度  $(\ddot{E}, \ddot{A})$ 。这样就要求对船体摇摆角和变形角(统称为船体姿态角)的角速度或者还有角加速度的未来值做出预报。

本文不去描述船体各姿态角与测量设备指向的几何关系, 而是研讨船体姿态角的模型识别, 参数估计和预报姿态角的未来值, 未来角速度和未来角加速度的数据处理方法。

## 2. 数学模型

为了对船体姿态角的未来位置、速度和加速度进行预报，首先要建立姿态角的数学模型，即对姿态角的变化规律寻找恰当的数学描绘。当然引起船体摇摆和变形的原因是海洋上的风、浪和湧（激励），但是姿态角的根本变化规律还是取决于船体本身的固有结构。在船体动力学分析中经常使用随机驱动的二阶系统：

$$\ddot{z} + a\dot{z} + bz = u$$

来描述姿态角的变化规律 ( $z = z(t)$ ，它代表某个姿态角)，其中  $a$  和  $b$  是由船体结构确定的两个参数，它们依赖于船体的重心、载重量、吃水线的高度等因素， $u = u(t)$  是随机过程，它是对海洋上风、浪、湧等随机因素的数学描绘。

电子数字计算机是对离散数据进行运算的计算工具，在使用上述二阶连续系统时首先要把它化为差分方程才能解算。在下面描述的方法中我们不是致力于上述二阶连续系统，而是直接对姿态角建立差分方程模型。自然二阶连续系统模型可以做为一种参考模型。

在图 1 中示出了一组实际测量的典型摇摆角曲线。

由图可以看出船体摇摆角是缓慢变化的并且呈现出明显的周期性，特别是纵、横摇角。人们会立刻想到使用形为

$$z(t) = \sum_{j=0}^m b_j \sin \omega_j t \quad t: \text{时间}$$

的三角级数来描述摇摆角，但采用这种模型有几个固有困难，其一是圆频率  $\omega_j$  的估计，其二是系数  $b_j$  的估计。虽然对于估计  $b_j$  有较好的方法但一般来说都不适于实时使用。

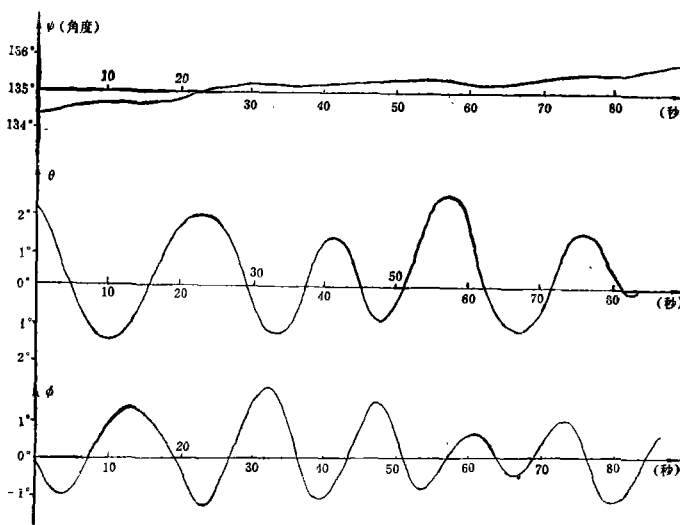


图 1

使用长为 1000 秒 (时间) 的典型横摇角记录数据 (采样间隔  $\Delta t=1$  秒) 统计出的横摇角的相关函数和功率谱曲线分别在图 2 和图 3 中示出。由图可以看出横摇角的摇摆周期约为 6 秒, 而且频带较窄。由曲线的形状来看它们类似于相关函数为

$$R(\tau) = \sigma^2 e^{-\alpha\tau^2} \cos\beta\tau$$

功率谱为

$$f(\omega) = \frac{\sigma^2}{8\sqrt{\pi\alpha\Delta t^2}} \left[ e^{-\frac{(\omega+\beta\Delta t)^2}{4\alpha\Delta t^2}} + e^{-\frac{(\omega-\beta\Delta t)^2}{4\alpha\Delta t^2}} \right]$$

的平稳随机序列的相关函数和功率谱。

由图 1 可以看出 艏摇角  $\psi$  是含有较强趋势性分量的非平稳过程 (它没有固定基准)。由图 2 可以看出 横摇角 (纵摇角的性质与横摇角相似) 虽然是平稳过程但相对采样间隔  $\Delta t=0.05$  秒来说相关函数衰减极其缓慢。直接对这类随机过程建立数学模型有较大的困难, 但是经大量统计计算我们发现摇摆角  $z(t)$  的二阶或三阶差分  $W_k = \Delta^p z_k$

( $p=2, 3; z_k = z(t_k)$ ) 不只构成平稳随机序列而且其相关函数衰减较快。所以可以对序列  $\{W_k\}$  建立下述自回归模型:

$$W_k = \sum_{j=0}^M \alpha_j W_{k-j} + a_k \tag{1}$$

在(1)中,  $\{\alpha_j\}$  是自回归系数, 驱动项  $\{a_k\}$  是数学期望为 0 的白噪声序列。记

$$\sigma_a^2 = E[a_k^2]$$

为  $a_k$  的方差。在实际使用上述模型时假定采样间隔取为  $\Delta t=0.05$  秒, 这是因为惯性导航系统和船体测扭系统向计算机输入摇摆角和变形角的频率是 20 次/秒。

自回归模型 (1) 是一种很普遍的模式, 凡具有有理谱密度的平稳随机序列都可以表示为(1)的形式。

### 3. 参 数 估 计

由观测值  $\{z_k\}$  估计模型(1)中的参数  $\{\alpha_j\}$  和  $\sigma_a^2$  的问题, 目前已经有了大量理论和应用研究, 报导的方法很多, 如在假定驱动项  $\{a_k\}$  是高斯白噪声序列的条件下寻求  $\{\alpha_j\}$  和  $\sigma_a^2$  的极大似然估计的方法不论从理论上还是从应用上来看都是很有吸引力的, 但是这类方法是“成组处理”形式的, 运算量较大, 对于实时使用有较大的障碍。我们采用一种递推形式的极小方差估计来估计  $\{\alpha_j\}$  和  $\sigma_a^2$ , 方法如下:

记

$$\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_M)^T$$

$$\omega_k = (W_{K-1}, W_{K-2}, \dots, W_{K-M})^T$$

把(1)写为向量形式:

$$W_K = \alpha^T \omega_K + a_K \tag{2}$$

这里假定  $\{W_K\}$  是已知的观测值, 选择向量  $\alpha$  使得

$$I_N = \sum_{k=1}^N (W_K - \alpha^T \omega_K)^2 \tag{3}$$

达到最小值来估计  $\{\alpha_j\}$ 。由条件

$$\frac{\partial I_N}{\partial \alpha} = 0$$

解出

$$\sum_{k=1}^N W_K \omega_K = \left[ \sum_{k=1}^N \omega_K \omega_K^T \right] \alpha$$

于是有:

$$\alpha \triangleq \alpha^{(N)} = \left[ \sum_{k=1}^N \omega_K \omega_K^T \right]^{-1} \sum_{K=1}^N W_K \omega_K$$

这里使用记号  $\alpha^{(N)}$  来表示自回归系数向量的估计值。令

$$P_N = \left[ \sum_{k=1}^N \omega_K \omega_K^T \right]^{-1}$$

使用矩阵求逆引理可以得出递推公式

$$\alpha^{(N)} = \alpha^{(N-1)} + P_N \omega_N (W_N - \omega_N^T \alpha^{(N-1)}) \quad (4)$$

$$P_N \omega_N = P_{N-1} \omega_N \frac{1}{\omega_N^T P_{N-1} \omega_N + 1} \quad (5)$$

容易看出  $\alpha^{(N)}$  是使用直到第  $N$  个测量值  $W_N$  的自回归系数的估计值。在递推计算的开始取初始值

$$\alpha^{(1)} = 0 \quad P_1 = r^2 I$$

其中  $r$  是某大数, 而  $I$  是单位矩阵。

在自回归模型(1)中还有个阶次  $M$  的估计问题。在实时使用时我们不对  $M$  进行估计, 而是对平时已积累的大量观测值  $\{W_K\}$  使用“多重回归分析”技术来拟合模型(1), 这不能自动最优的确定出  $M$ , 还能得出自回归系数  $\{\alpha_j\}$  和  $\sigma_z^2$  的最优估计。把这种估计结果与由方程(4), (5)得出的参数估计值相比较可以判明后者的质量。由大量数据的统计,  $M$  取值为 5 是足够的。

我们的最终目的是对观测值  $\{z_K\}$  的未来值 (位置, 速度, 加速度) 进行预报, 为此目的使用模型(1)并不方便。就预报来说最好是对  $\{W_K\}$  建立一个滑动平均(MA)模型:

$$W_K = a_K - \sum_{j=1}^q \theta_j a_{K-j} \quad (6)$$

其中  $\{a_K\}$  与(1)相同,  $\{\theta_j\}$  是滑动平均系数。

改写(1)和(6)为: ( $B$  为单位延迟算子, 即有  $B^j W_K = W_{K-j}$ )

$$(1 - \alpha_1 B - \alpha_2 B^2 - \dots - \alpha_M B^M) W_K = a_K \quad (7)$$

$$W_K = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q) a_K \quad (8)$$

(7)还可写为:

$$W_K = (1 - \alpha_1 B - \alpha_2 B^2 - \dots - \alpha_M B^M)^{-1} a_K$$

与(8)相比较应有:

$$(1 - \alpha_1 B - \dots - \alpha_M B^M)(1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q) = 1$$

若假定  $q=4$ , 比较上式中  $B$  的同次幂的系数可得:

$$\theta_1 = -\alpha_1$$

$$\theta_2 = -\alpha_2 + \alpha_1 \theta_1$$

$$\begin{aligned}\theta_3 &= -\alpha_3 + \alpha_2\theta_1 + \alpha_1\theta_2 \\ \theta_4 &= -\alpha_4 + \alpha_3\theta_1 + \alpha_2\theta_2 + \alpha_1\theta_3\end{aligned}\tag{9}$$

于是有了  $\{\alpha_j\}$  的估计值之后可以很容易的求得  $\{\theta_j\}$  的估计值。此外由(6)可得

$$\sigma_{\hat{w}}^2 = (1 + \theta_1^2 + \theta_2^2 + \theta_3^2 + \theta_4^2) \sigma_a^2$$

式中  $\sigma_{\hat{w}}^2 = E[W_K^2]$ , 在计算时可取  $\sigma_{\hat{w}}^2 \approx \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N W_K^2$ . 由此可得  $\sigma_a^2$  的估计值为:

$$\sigma_a^2 = \sigma_{\hat{w}}^2 / (1 + \theta_1^2 + \theta_2^2 + \theta_3^2 + \theta_4^2)\tag{10}$$

### 4. 预 报 方 法

我们对二阶滑动平均过程( $q=2$ )且取  $W_K = \mathcal{A}^3 z_K$  来说明预报方法。

因为

$$\mathcal{A}^3 z_K = (1 - B)^3 z_K = z_K - 3z_{K-1} + 3z_{K-2} - z_{K-3}$$

所以(6)化为:

$$z_K - 3z_{K-1} + 3z_{K-2} - z_{K-3} = a_K - \theta_1 a_{K-1} - \theta_2 a_{K-2}\tag{11}$$

令  $Z_K = \{z_1, z_2, \dots, z_K\}$  为一组观测值。已知  $Z_K$  后对  $z_{K+l}$  的最佳估计由条件数学期望

$$\hat{z}_K(l) = E[z_{K+l} / Z_K]$$

给出。由(11)可以立刻得出:

$$\begin{aligned}\hat{z}_K(1) &= 3z_K - 3z_{K-1} + z_{K-2} - \theta_1 \hat{a}_K - \theta_2 \hat{a}_{K-1} \\ \hat{z}_K(2) &= 3\hat{z}_K(1) - 3z_K + z_{K-1} - \theta_2 \hat{a}_K \\ \hat{z}_K(3) &= 3\hat{z}_K(2) - 3\hat{z}_K(1) + z_K\end{aligned}\tag{12}$$

$$\hat{a}_K = E[a_K / Z_K] = z_K - \hat{z}_{K-1}(1)$$

$$\hat{a}_{K-1} = E[a_{K-1} / Z_K] = z_{K-1} - \hat{z}_{K-2}(1)$$

对  $l \geq 4$  有

$$\hat{z}_K(l) = 3\hat{z}_K(l-1) - 3\hat{z}_K(l-2) + \hat{z}_K(l-3)\tag{13}$$

该式是关于  $l$  的差分方程, 其解可以写为:

$$\hat{z}_K(l) = b_0^{(K)} + b_1^{(K)}l + b_2^{(K)}l^2\tag{14}$$

令

$$\hat{z}_K(1) = b_0^{(K)} + b_1^{(K)} + b_2^{(K)}$$

$$\hat{z}_K(2) = b_0^{(K)} + 2b_1^{(K)} + 4b_2^{(K)}$$

$$\hat{z}_K(3) = b_0^{(K)} + 3b_1^{(K)} + 9b_2^{(K)}$$

容易解出:

$$b_0^{(K)} = 3\hat{z}_K(1) - 3\hat{z}_K(2) + \hat{z}_K(3)$$

$$b_1^{(K)} = -2.5\hat{z}_K(1) + 4\hat{z}_K(2) - 1.5\hat{z}_K(3)\tag{15}$$

$$b_2^{(K)} = 0.5z_K(1) - z_K(2) + 0.5z_K(3)$$

由(12)式算出预报值 $\hat{z}_K(1), \hat{z}_K(2), \hat{z}_K(3)$ 之后便可用(15)式算出 $b_0^{(K)}, b_1^{(K)}, b_2^{(K)}$ 。由(14)式看出 $b_1^{(K)}$ 和 $b_2^{(K)}$ 相当于序列 $\{z_K\}$ 的速度和加速度的估计值。

为了便于误差分析把(11)式写为:

$$z_K = \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j a_{K-j} = \psi(B) a_K \quad (16)$$

$$\psi(B) = \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j B^j \quad \psi_0 = 1$$

比较(11)式可得:

$$\begin{aligned} \psi_1 &= 3 - \theta_1 & \psi_2 &= 3\psi_1 - 3 - \theta_2 \\ \psi_j &= 3\psi_{j-1} - 3\psi_{j-2} + \psi_{j-3} & j &\geq 3 \end{aligned}$$

由(16)式可得:

$$\hat{z}_K(l) = E[z_{K+l}/Z_K] = \psi_l a_K + \psi_{l+1} a_{K-1} + \dots$$

于是预报误差为:

$$e_K(l) = z_{K+l} - \hat{z}_K(l) = a_{K+l} + \psi_1 a_{K+l-1} + \dots + \psi_{l-1} a_{K+1}$$

预报误差的方差为:

$$V(l) = E[e_K(l)]^2 = (1 + \psi_1^2 + \dots + \psi_{l-1}^2) \sigma_a^2 \quad (17)$$

若假定 $a_K$ 服从高斯分布且 $z_{K+l}$ 位在区间 $(z_{K+l}(-), z_{K+l}(+))$ 中的概率为 $1 - \delta$ 则有:

$$P_r[z_{K+l}(-) < z_{K+l} < z_{K+l}(+)] = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\lambda} e^{-\frac{x^2}{2}} dx = 1 - \delta$$

且

$$\begin{aligned} z_{K+l}(+) &= \hat{z}_K(l) + \lambda \sqrt{V(l)} \\ z_{K+l}(-) &= \hat{z}_K(l) - \lambda \sqrt{V(l)} \end{aligned} \quad (18)$$

若取 $\delta = 0.05$ 则 $\lambda = 1.96$ , 若取 $\delta = 0.5$ 则 $\lambda = 0.674$ , 由此可以得出 $\hat{z}_K(l)$ 的95%和50%的置信限。

容易证明按§3中的估计方法得出的 $\theta_j$ 的估计值是满足(6)的可逆性条件的, 即(6)的特征方程

$$\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q = 0$$

之根都在单位圆外。在该条件下一步预报方程

$$\hat{z}_K(1) = 3z_K - 3z_{K-1} + z_{K-2} - \theta_1 [z_K - \hat{z}_{K-1}(1)] - \theta_2 [z_{K-1} - \hat{z}_{K-2}(1)] \quad (19)$$

很容易证明是稳定的。

## 5. 模拟指定相关矩阵的平稳矢量随机序列

对上述参数估计方法和预报方法除了使用实测数据进行检验外, 尚需在计算机上生成指定相关函数的平稳随机序列对方法的性能进行更完备的理论分析。

在计算机上生成指定相关函数的平稳随机序列的方法很多, 常用的方法是“平方

根”法。这些方法一般都是“成组处理”形式的，当需要较长的序列时化费的计算机存贮量过大。这里我们给出一种基于块形 Toeplitz 矩阵的三角形分解的方法，它是一种递推方法。下面我们在更一般的情况下来叙述问题。

假定产生  $P$  维平稳矢量随机序列  $\{X_K\} (K=1, 2, \dots, N+1)$ ， $X_K$  为  $P$  维矢量，满足

$$E[X_K] = 0 \quad E[X_K X_{K+s}^T] = R_s \quad (R_s \text{ 为 } p \times p \text{ 矩阵})$$

记

$$X = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_{N+1} \end{pmatrix} \quad V = \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_{N+1} \end{pmatrix}$$

$V_K$  是  $P$  维随机矢量，满足：

$$E[V_K] = 0 \quad E[V_K V_{K+s}^T] = \begin{cases} 0 & S \neq 0 \\ I & S = 0 \end{cases}$$

$I$  为  $p \times p$  单位矩阵。问题是选择矩阵  $A$  使  $X = AV$  (23)。

容易导出

$$E[XX^T] = AA^T = R$$

$$= \begin{pmatrix} R_0 & R_1 & \dots & R_N \\ R_{-1} & R_0 & \dots & R_{N-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{-N} & R_{-N+1} & \dots & R_0 \end{pmatrix}$$

上述形式的矩阵称为块形 Toeplitz 矩阵，假定它是正定的。设  $A$  为块形下三角矩阵，有型：

$$A = \begin{pmatrix} A_{00} & & & \\ A_{10} & A_{11} & & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ A_{N0} & A_{N1} & \dots & A_{NN} \end{pmatrix}$$

其中  $A_{ij}$  为  $p \times p$  矩阵， $A_{ii}$  为  $p \times p$  下三角矩阵。问题是选择  $A_{ij}$  使得  $R = AA^T$ 。

令

$$D = \begin{pmatrix} A_{00}A_{00}^T & & & \\ & A_{11}A_{11}^T & & \\ & & \ddots & \\ & & & A_{NN}A_{NN}^T \end{pmatrix} \quad G = \begin{pmatrix} A_{00} & & & \\ & A_{11} & & \\ & & \ddots & \\ & & & A_{NN} \end{pmatrix}$$

为块形对角阵，且假定

$$A = B^{-1}G \quad P = DB^{-T}$$

于是有

$$R = B^{-1}DB^{-T} \quad D = GG^T \quad (24)$$

所以分解问题就化为求  $B$  和  $P$  使得

$$BR = P \quad (25)$$

容易看出  $B$  和  $B^{-1}$  都是块形下三角矩阵，在对角线上的块都是单位矩阵，而  $P$  为上三角矩阵。令

$$R^* = \begin{pmatrix} R_0 & R_{-1} & \cdots & R_{-N} \\ R_1 & R_0 & \cdots & R_{N+1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ R_N & R_{N-1} & \cdots & R_0 \end{pmatrix}$$

对  $R^*$  也做分解  $B^*R^* = P^*$  (26)

其中  $B^*$  也是下三角矩阵, 对角线上的块都是单位矩阵,  $P^*$  也是块形上三角矩阵。记:

$$B = \begin{pmatrix} I & & & \\ b_{10} & I & & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ b_{N0} & b_{N1} & \cdots & I \end{pmatrix} \quad B^* = \begin{pmatrix} I & & & \\ b_{10}^* & I & & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ b_{N0}^* & b_{N1}^* & \cdots & I \end{pmatrix}$$

$$P = \begin{pmatrix} P_{00} & P_{01} & \cdots & P_{0N} \\ & P_{11} & \cdots & P_{1N} \\ & & \ddots & \vdots \\ & & & P_{NN} \end{pmatrix} \quad P^* = \begin{pmatrix} P_{00}^* & P_{01}^* & \cdots & P_{0N}^* \\ & P_{11}^* & \cdots & P_{1N}^* \\ & & \ddots & \vdots \\ & & & P_{NN}^* \end{pmatrix}$$

在(25)(26)中的部份分解式为:

$$\begin{pmatrix} I & & & \\ b_{10} & I & & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ b_{K0} & b_{K1} & \cdots & b_{KK-1} & I \\ b_{K+10} & b_{K+11} & \cdots & b_{K+1K} & I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R_0 & R_1 & \cdots & R_K \\ R_{-1} & R_0 & \cdots & R_{K-1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ R_{-K} & R_{-K+1} & \cdots & R_0 \\ R_{-K-1} & R_{-K} & \cdots & R_{-1} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} P_{00} & P_{01} & \cdots & P_{0K} \\ & P_{11} & \cdots & P_{1K} \\ & & \ddots & \vdots \\ & & & P_{KK} \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} I & & & \\ b_{10}^* & I & & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ b_{K0}^* & b_{K1}^* & \cdots & b_{KK-1}^* & I \\ b_{K+10}^* & b_{K+11}^* & \cdots & b_{K+1K}^* & I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R_0 & R_{-1} & \cdots & R_{-K} \\ R_1 & R_0 & \cdots & R_{-K+1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ R_K & R_{K-1} & \cdots & R_0 \\ R_{K+1} & R_K & \cdots & R_1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} P_{00}^* & P_{01}^* & \cdots & P_{0K}^* \\ & P_{11}^* & \cdots & P_{1K}^* \\ & & \ddots & \vdots \\ & & & P_{KK}^* \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}$$

由部份分解式再利用  $R$  和  $R^*$  的非奇异性可以导出下述递推公式,

$$b_{K+1i} = b_{Ki-1} + c_K b_{KK-i}^* \quad b_{K+1i}^* = b_{Ki-1}^* + c_K^* b_{KK-i} \quad (i=0, 1, \dots, K \geq 0) \quad (27)$$



$$\begin{cases} P_{i+1K+1} = P_{iK} + C_i Q_{iK}^* \\ P_{0K+1} = R_{K+1} \end{cases} \begin{cases} P_{i+1K+1}^* = P_{iK}^* + C_i^* Q_{iK}^* & K \geq 0 \\ P_{0K+1}^* = R_{-K-1} \end{cases} \quad (i=0, 1, \dots, K) \quad (28)$$

$$\begin{cases} Q_{i+1K} = Q_{iK} + C_i^* P_{iK} \\ Q_{0K} = R_{K+1} \end{cases} \begin{cases} Q_{i+1K}^* = Q_{iK}^* + C_i P_{iK}^* \\ Q_{0K}^* = R_{-K-1} \end{cases} \quad (i=0, 1, \dots, K-1) \quad (29)$$

$$C_K = -Q_{KK}^* P_{KK}^{*-1} \quad C_K^* = -Q_{KK} P_{KK}^{-1} \quad K \geq 0 \quad (30)$$

因为

$$P = GA^T = DB^{-T} \quad D = GG^T$$

所以

$$P_{ii} = A_{ii} A_{ii}^T \quad (i=0, 1, \dots, N)$$

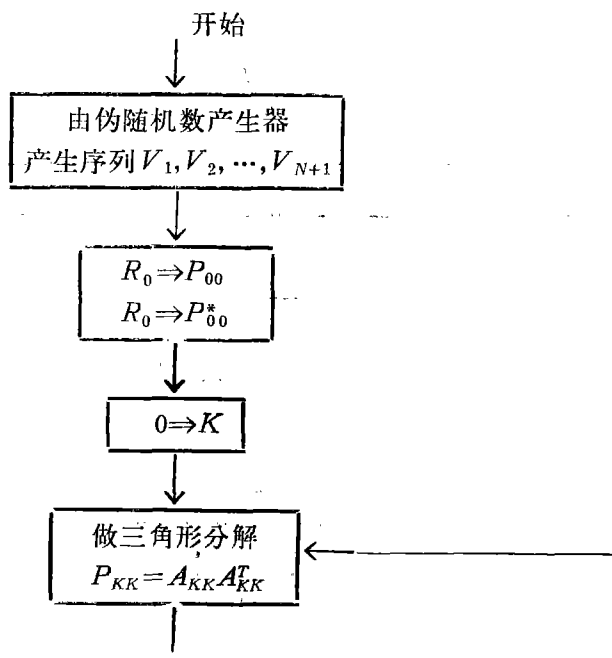
于是为得出  $A_{ii}$  需对  $P_{ii}$  做三角形分解, 因为  $P_{ii}$  是  $p \times p$  矩阵而  $P$  一般比较小, 那末可以使用平方根法得出  $A_{ii}$ .

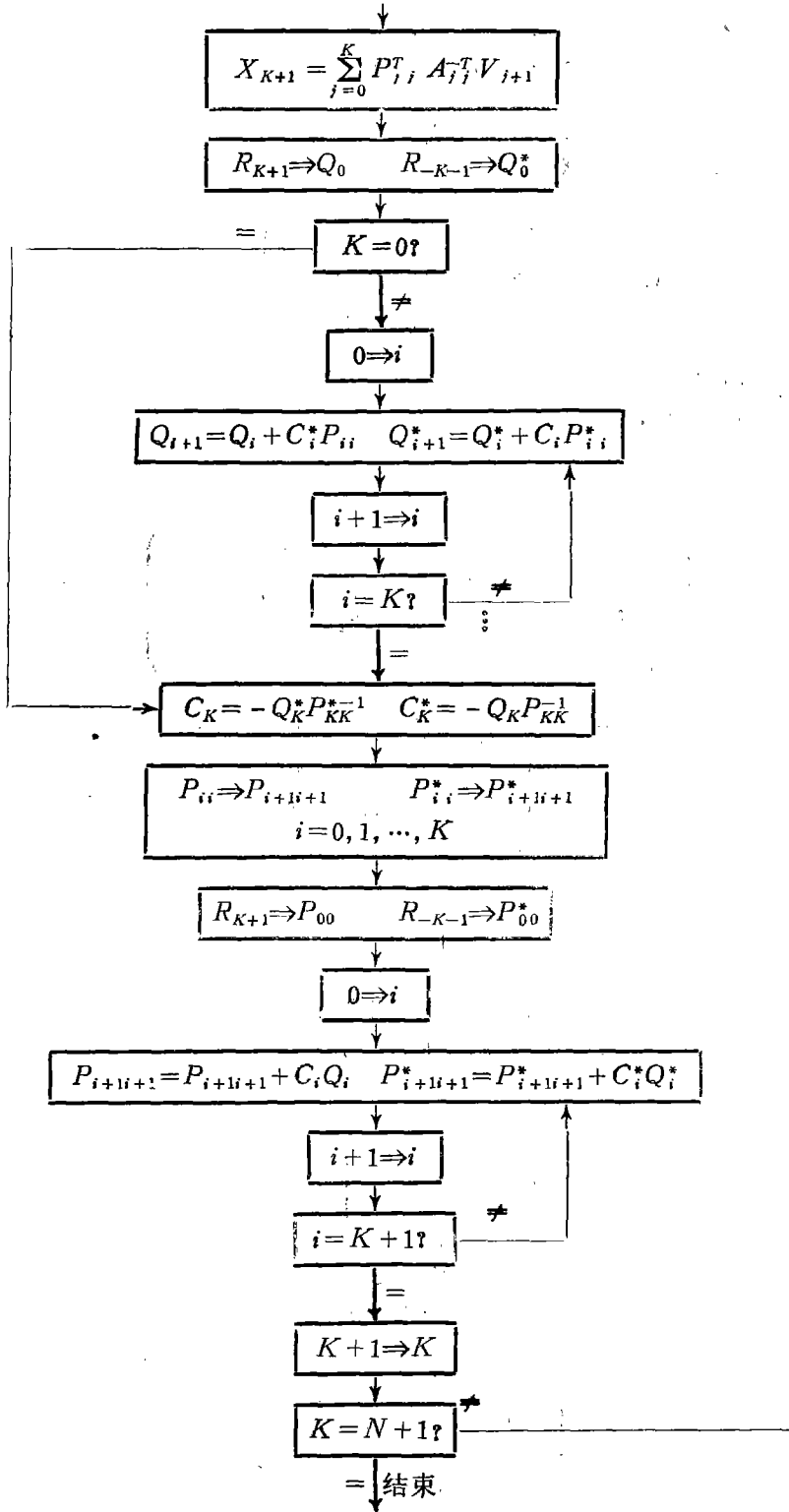
得出  $A_{ii}$  后便可由

$$A = P^T G^{-T} = \begin{pmatrix} P_{00}^T A_{00}^{-T} & & & & \\ P_{01}^T A_{00}^{-T} & P_{11}^T A_{11}^{-T} & & & \\ \vdots & \vdots & \ddots & & \\ P_{0N}^T A_{00}^{-T} & P_{1N}^T A_{11}^{-T} & \dots & P_{NN}^T A_{NN}^{-T} \end{pmatrix}$$

得出  $A$ 。首先由伪随机数产生器来产生  $V$ , 再用  $X = AV$  便可得出  $\{X_i\}$ 。

上述方法的主要优点是化费的存储量较少, 当  $N$  较大时  $R$  呈现出“病态”, 在上述递推计算过程中由于舍入误差的积累会破坏  $R$  的正定性至使分解不能进行到底, 此时必须对  $R$  的对角元素做适当修正。下面给出计算流程图。





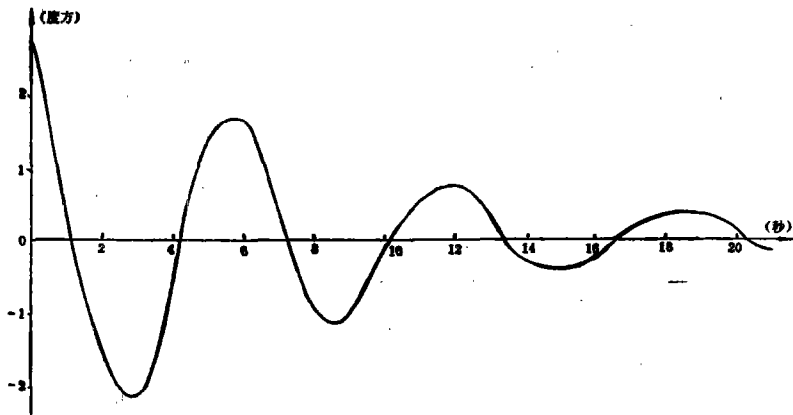


图 2

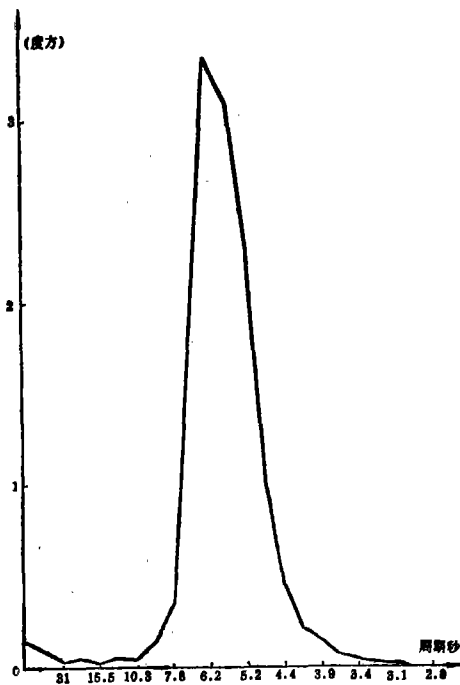


图 3

## 6. 模拟结果

我们在 441B-Ⅱ型计算机上对本文描述的方法进行了模拟计算。在模拟中使用采样频率  $\Delta t=0.05$  秒。对周期为 6 秒的正弦波序列  $\{z_k\}$  使用本文描述的参数估计和预报方法向前预报半秒 ( $l=10$ ) 得出的位置估计, 速度估计和加速度估计基本上无误差。此外还使用第 5 节的方法模拟有指定相关函数的随机序列来产生纵摇, 横摇和艏摇数据对上述参数估计方法进行模拟检验。相关函数是由实测数据统计出来的, 其中横摇的相关函数

曲线如图 2 所示。下面的表中示出了部份模拟结果。在图 4 中示出了横摇角的估计模型 ( $N=400$ ) 的功率谱和实测数据的功率谱 (见图 3) 的曲线, 由此可以说明参数估计的效果。最后指出, 第 3、4 节中描述的方法即适用于船体摇摆角也适用于船体变形角。

## 纵 摇 角

使用的数据量	模 型	参 数 估 计 值	估计值的均方差	$\sigma_a$
$N=200$	三阶差分 二阶滑动平均	$\theta_1 = 1.2144$	0.03	0.53 (角秒)
		$\theta_2 = -0.2163$	0.03	
	三阶差分 三阶滑动平均	$\theta_1 = 1.2278$	0.03	0.53 (角秒)
		$\theta_2 = -0.2911$ $\theta_3 = 0.0586$	0.04 0.03	
$N=400$	三阶差分 二阶滑动平均	$\theta_1 = 1.1610$	0.01	0.42 (角秒)
		$\theta_2 = -0.1557$	0.02	
	三阶差分 三阶滑动平均	$\theta_1 = 1.2022$	0.02	0.42 (角秒)
		$\theta_2 = -0.2313$ $\theta_3 = 0.0254$	0.02 0.02	

## 艏 摇 角

使用的数据量	模 型	参 数 估 计 值	估计值的均方差	$\sigma_a$
$N=200$	三阶差分 二阶滑动平均	$\theta_1 = 1.6383$	0.02	0.22 (角秒)
		$\theta_2 = -0.6745$	0.02	
	三阶差分 三阶滑动平均	$\theta_1 = 1.7463$	0.02	0.21 (角秒)
		$\theta_2 = -0.9901$ $\theta_3 = 0.2451$	0.02 0.02	
$N=400$	三阶差分 二阶滑动平均	$\theta_1 = 1.5618$	0.02	0.18 (角秒)
		$\theta_2 = -0.6046$	0.02	
	三阶差分 三阶滑动平均	$\theta_1 = 1.6397$	0.02	0.18 (角秒)
		$\theta_2 = -0.8379$ $\theta_3 = 0.1728$	0.02 0.02	

横 摇 角

使用的数据量	模 型	参 数 估 计 值	估计值的均方差	$\sigma_a$
$N=200$	三阶差分	$\theta_1 = 1.3046$	0.06	0.52 (角秒)
	二阶滑动平均	$\theta_2 = -0.4941$	0.06	
$N=400$	三阶差分	$\theta_1 = 1.6124$	0.01	0.90 (角秒)
	二阶滑动平均	$\theta_2 = -0.6423$	0.01	

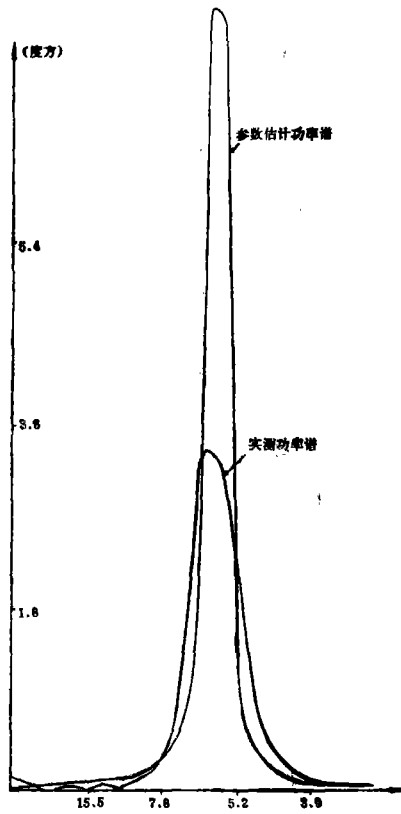


图 4

参 考 文 献

- [1] Box, G.E.P. and Tenkins, G.M., Time Series Analysis, Forecasting and Control (1970)
- [2] Akaike, H., Ann. Inst. Statist Math, 21, 243-247 "Fitting Autoregressive Models for Prediction" (1969)
- [3] H. B. Aasnaes and T. Kailath, "An Innovations Approach to least-

squares Estimation, Pt VII: Some Applications of Vector Auto Regressive-Moving Average Models" IEEE Trans AC-18

- [4] J. Rissanen, Algorithms for Triangular Decompositions of Block Hankel and Toeplitz Matrices with Applications to Factoring Positive Matrix Polynomials. Math. Comput. 27(1973), no, 121.

## Data Processing for Ship Attitudes

Liu Feng-qi

### Abstract

This paper describes a method of the model recognition for the attitude angles of a ship, also a method of the parametric estimation and prediction. The method of the parametric estimation given in this paper is straightforward and easy to use in real time. The prediction method presented here can predict the speed and acceleration of attitude angles of a ship. Moreover, the paper also presented a method of model stationary vector stochastic series with given correlation matrix on the basis of a triangular decomposition of the block Toeplitz matrix. The method described in the paper needs less storage capacity of a computer.