

# FFT实现LFM脉冲压缩 雷达的参数选择

谷学敏 王家培

**提 要** 本文主要介绍用准分组浮点与定点归一算法的FFT实现线性调频(LFM)脉冲压缩雷达的总体方案、FFT运算中的量化形式、A/D变换器字长、旋转因子字长及FFT蝶件字长等参数的选择。通过电子计算机的模拟计算,给出一些实验数据与曲线,可供设计及研究者参考。

## 一、概 述

现代中、远程雷达中常用时间压缩信号经过处理以解决距离与距离分辨率的矛盾。实现时间压缩信号的处理方法分为模拟式与数字式两种。模拟式处理难于获得大压缩比、波形捷变及压缩比捷变,在单脉冲雷达中接收机的多路一致性也难于保持,从而会影响测角精度。雷达信号的数字式处理则易于实现大压缩比、波形捷变、压缩比捷变,及保证接收机实现时间压缩部分的多路一致性,因而是一种有前途的雷达技术。

### 1. 雷达信号

常用的雷达信号都是窄带信号,可表示为:

$$\psi(t) = \mu(t)e^{j2\pi f_0 t} \quad (1)$$

式中 $f_0$ 为信号载频, $\mu(t)$ 为信号复包络,可表示为:

$$\mu(t) = |\mu(t)|e^{j\varphi(t)} \quad (2)$$

式中 $|\mu(t)|$ 是复包络的模函数, $\varphi(t)$ 是相位调制函数。 $\psi(t)$ 及 $\mu(t)$ 的频谱分别以 $\Psi(f)$ 及 $M(f)$ 记之。

线性调频(LFM)脉冲压缩雷达的发射信号可表为:

$$\psi(t) = A \exp \left[ j \left( 2\pi f_0 t + \frac{\pi W}{T} t^2 \right) \right] \quad (3)$$

式中 $W$ 为扫掠带宽, $f_0$ 为载波频率, $T$ 为脉冲宽度。

而接收信号为

$$\psi_R(t) = A_R \exp \left\{ j \left[ 2\pi f_d (t - \tau) + \frac{\pi W}{T} (t - \tau)^2 \right] \right\} \quad (4)$$

式中 $\tau$ 为接收信号对发射信号的时延, $f_d$ 为目标多普勒频率。

LFM波形采样从数字信号处理的角度看是时间上的非周期序列。

## 2. 数字模糊函数

匹配滤波器对输入信号的响应用模糊函数描述, 模糊函数全面地反映出雷达信号处理的性能。研究各种处理方法及所选择参数对模糊函数的影响, 可判断处理方法的优劣及所选参数是否恰当。

模糊函数即实现如下的卷积:

$$A_o(\tau, f_d) = \int_{-\infty}^{+\infty} \mu(t) \mu^*(t - \tau) e^{j2\pi f_d t} dt \quad (5)$$

式中符号 \* 表示复共轭, 其数字形式即数字模糊函数为:

$$A_d(\tau, f_d) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \mu(nT_s) \mu^*(nT_s - \tau) e^{j2\pi f_d n T_s} \quad (6)$$

式中  $T_s$  为信号采样周期。

$A_o(\tau, f_d)$  和  $A_d(\tau, f_d)$  间存在如下关系

$$A_d(\tau, f_d) = \frac{1}{T_s} \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_o\left(\tau, f_d + \frac{n}{T_s}\right) \quad (7)$$

由(6)式可知, 数字模糊函数在频率上是一个周期函数, 在时间上则不是。

LFM 波形的数字模糊函数图如图 1 所示, 其中左图的相对采样率为 Nyquist 率,

即  $P = \frac{f_s}{W} = 1$ ; 而右图的  $P = \frac{1}{2}$ 。

对 LFM 波形的模拟计算结果表明(略), 当  $P$  略大于 1 时, 即可使数字模糊函数中虚假旁瓣的影响对实际应用不产生大的危害。

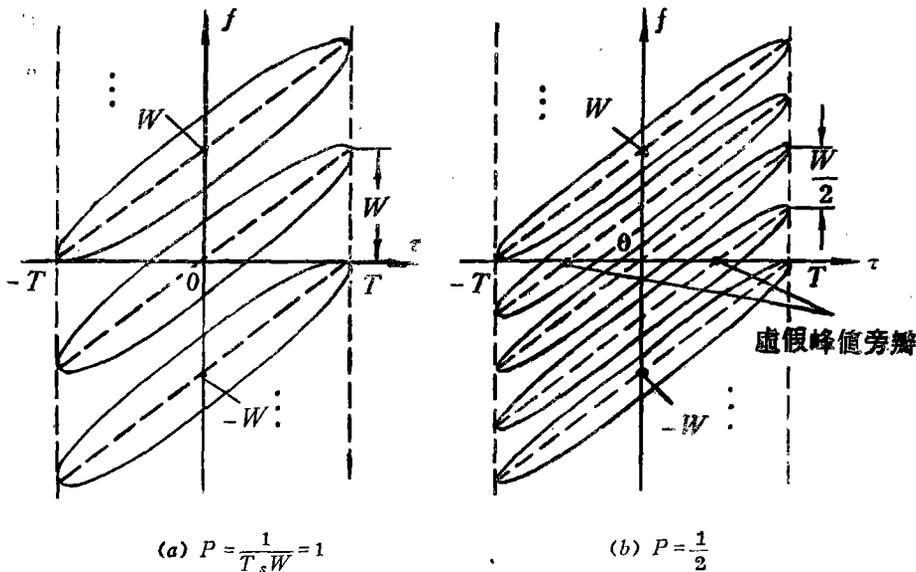


图 1 LFM 波形的数字模糊函数图

## 3. 雷达数字信号时间压缩的数学模型

对具有时间压缩特性的雷达信号进行时间压缩, 即要求实现(6)式所表示的卷积。而对时间上的周期序列信号则是实现如下的循环卷积:

$$y_n = \sum_{k=0}^{N-1} x_k h_{\langle n-k \rangle_N} = \sum_{k=0}^{N-1} x_{\langle n-k \rangle_N} h_k \quad (n=0, 1, \dots, N-1) \quad (8)$$

此循环卷积可用矩阵表示如下:

$$\begin{pmatrix} y_0 \\ y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_{N-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_0 & h_{N-1} & h_{N-2} & \cdots & h_1 \\ h_1 & h_0 & h_{N-1} & \cdots & h_2 \\ h_2 & h_1 & h_0 & \cdots & h_3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{N-1} & h_{N-2} & h_{N-3} & \cdots & h_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{N-1} \end{pmatrix} \quad (9)$$

雷达信号数字处理器实现上述卷积可直接用卷积定义计算,但要  $N^2$  次乘法;也可通过同态映射将求循环卷积的运算化为在变换域上的乘法运算。凡具有循环卷积特性的变换均满足上述要求。

#### 4. 具有循环卷积特性的变换

$$\left. \begin{aligned} \text{设} \quad H_k &= T_A \cdot h = \sum_{q=0}^{N-1} a_{k,q} h_q \\ X_k &= T_B \cdot x = \sum_{p=0}^{N-1} b_{k,p} x_p \\ Y_i &= T_c \cdot y = \sum_{k=0}^{M-1} c_{i,h} y_k = H_k \cdot X_k \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

若  $y$  为  $h$  与  $x$  的循环卷积,即

$$y_n = \sum_{k=0}^{N-1} x_{\langle n-k \rangle_N} h_k = h * x \quad (11)$$

则称变换

$$y = T_c \{ (T_A \cdot h) \otimes (T_B \cdot x) \} \quad (12)$$

为具有循环卷积特性的变换,而具有循环卷积特性的变换必为正交变换。式中  $T_A$  与  $T_B$  为  $M \times N$  矩阵,  $T_c$  为  $N \times M$  矩阵,  $M \geq N$ 。

## 二、FFT 处理雷达信号的方法

### 1. 信号为时间上的周期序列

当变换长度  $N=2^r$  ( $r$  为正整数) 时,FFT 处理这种信号非常方便。因为 FFT 是具有循环卷积特性的变换,可直接处理,无须对数据补零。用矩阵表示如下:

$$\begin{pmatrix} y_0 \\ y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_{N-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0 & x_{N-1} & \cdots & x_1 \\ x_1 & x_0 & \cdots & x_2 \\ x_2 & x_1 & \cdots & x_3 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{N-1} & x_{N-2} & \cdots & x_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_0 \\ h_1 \\ h_2 \\ \vdots \\ h_{N-1} \end{pmatrix} \quad (13)$$

### 2. 信号为时间上的非周期序列

如 LFM 波形的采样就属这种情况。这时要求处理器实现如下卷积:

$$y_n = \sum_{k=0}^{N-1} x_k h_{n-k} = \sum_{k=0}^{N-1} x_{n-k} h_k \quad (14)$$

而 FFT 计算的是

$$\hat{y}_n = \sum_{k=0}^{N-1} x_k h_{\langle n-k \rangle_N} = \sum_{k=0}^{N-1} x_{\langle n-k \rangle_N} h_k \quad (15)$$

因而要研究通过循环卷积求卷积的问题。

两个长为 $N$ 的序列 $x_n$ 及 $h_n$ ，其卷积(14)式可通过如下两个长为 $2N$ 的序列 $\hat{x}_n (n=0, 1, \dots, 2N-1)$ 和 $\hat{h}_n (n=0, 1, \dots, 2N-1)$ 的循环卷积来计算。

$$\hat{y}_n = \sum_{k=0}^{2N-1} \hat{x}_k \cdot \hat{h}_{\langle n-k \rangle_{2N}} \quad (16)$$

$$y_n = \hat{y}_n \quad (\text{当 } n=0, 1, \dots, N-1)$$

$$\text{舍弃 } \hat{y}_n \quad (\text{当 } n=N, N+1, \dots, 2N-1)$$

用矩阵表示为：

$$\begin{pmatrix} \hat{y}_0 \\ \hat{y}_1 \\ \hat{y}_2 \\ \vdots \\ \hat{y}_{N-1} \\ \hat{y}_N \\ \hat{y}_{N+1} \\ \vdots \\ \hat{y}_{2N} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_0 & & & & 0 & h_{N-1} & h_{N-2} & \cdots & h_1 \\ & h_0 & & & & & & & h_{N-1} & \cdots & h_2 \\ & h_1 & h_0 & & & & & & & & h_3 \\ & h_2 & h_1 & h_0 & & & & & & & \vdots \\ & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & & & & & & h_{N-1} \\ h_{N-1} & h_{N-2} & h_{N-3} & \cdots & h_0 & & & & & & 0 \\ \hline 0 & h_{N-1} & h_{N-2} & \cdots & h_1 & h_0 & & & & & \\ & 0 & h_{N-1} & \cdots & h_2 & h_1 & h_0 & & & & \\ & & & 0 & h_3 & h_2 & h_1 & h_0 & & & \\ & & & & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & & \\ & & & & 0 & h_{N-1} & h_{N-2} & h_{N-3} & \cdots & h_0 & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{N-1} \\ x_{N-2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \quad (17)$$

$$y_n = \hat{y}_n \quad (\text{当 } n=0, 1, \dots, N-1)$$

$$\text{舍弃 } \hat{y}_n \quad (\text{当 } n=N, N+1, \dots, 2N-1)$$

舍弃的 $n$ 个点有时被称为消除混迭效应或终端效应，此即分段处理的理论基础。

### 3. 非周期时间序列信号的分段处理

LFM波形的采样信号如图2所示。

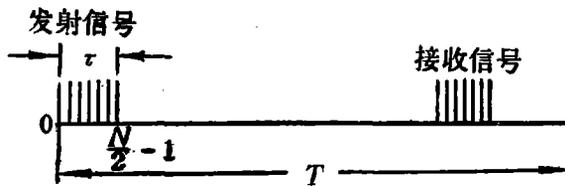


图2 LFM 脉冲压缩信号的时间关系图

若 $\tau=100\mu\text{s}$ ， $T=2 \times 10^4\mu\text{s}$ ，如不分段处理，计算机容量应增加 $T/\tau=200$ 倍，同时还要延长计算时间。

分段处理的方法如下：

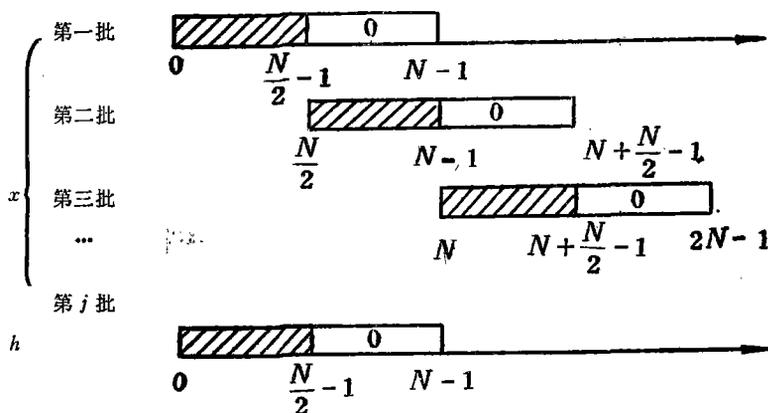


图 3 分段处理示意图

第一批取 0 到  $\frac{N}{2}-1$  个采样周期内信号的采样点, 尾部充  $\frac{N}{2}-1$  到  $N-1$  个零, 计算循环卷积后舍去  $\frac{N}{2}$  到  $N-1$  个点。

第二批取  $\frac{N}{2}$  到  $N-1$  个采样周期内信号的采样点, 尾部充  $\frac{N}{2}$  个零, 计算循环卷积后舍去  $N-1$  到  $N+\frac{N}{2}-1$  个采样周期的点, 保留  $\frac{N}{2}$  到  $N-1$  个采样周期的点。

如此继续下去即可得到全部时间内的卷积, 此即重叠-保留法。

#### 4. 滤波函数的建立

根据数字匹配滤波器的定义, 其频率响应为

$$H(f) = X^*(f) \quad (18)$$

则匹配滤波器的时域数字波形函数为  $H(f)$  的傅里叶反变换, 即

$$\begin{aligned} h(n) &= \sum_{f=0}^{N-1} H(f) e^{j\frac{2\pi n f}{N}} \\ &= \sum_{f=0}^{N-1} X^*(f) e^{j\frac{2\pi n f}{N}} \\ &= x^*(-n) \end{aligned} \quad (19)$$

故变换域滤波函数既可由时域时间倒置再取共轭后变换建立, 亦可由信号变换后再将变换序列取共轭建立。

#### 5. 加权

##### (1) 频域加权

##### a. 加权公式

——海明 (Hamming) 加权

$$W(n) = 0.08 + 0.92 [\cos(\pi n P / N - 1)]^2, \quad (n=0, 1, \dots, N-1) \quad (20)$$

——布莱克曼 (Blackman) 加权

$$W(n) = 0.42 - 0.50 \cos\left(\frac{2\pi nP}{N-1}\right) + 0.08 \cos\left(\frac{4\pi nP}{N-1}\right), \quad (n=0, 1, \dots, N-1) \quad (21)$$

### b. 变换孔径

由于 DFT 的周期性, 有

$$X(-k) = X(N-k)$$

故如图 4 所示的正频部分在变换孔径前半部反映, 而负频部分则在后半部反映。据此计算时, 数字加权函数取如下具体形式:

$$\begin{cases} W(n) = 0.08 + 0.92 \cos^2\left(\frac{\pi nP}{N-1}\right), & 0 \leq n \leq \frac{N}{2P} \\ W(n) = 0, & \frac{N}{2P} < n < N - \frac{N}{2P} \\ W(n) = 0.08 + 0.92 \cos^2\left[\frac{\pi P}{N-1}(N-n)\right], & N - \frac{N}{2P} \leq n \leq N-1 \end{cases} \quad (23)$$

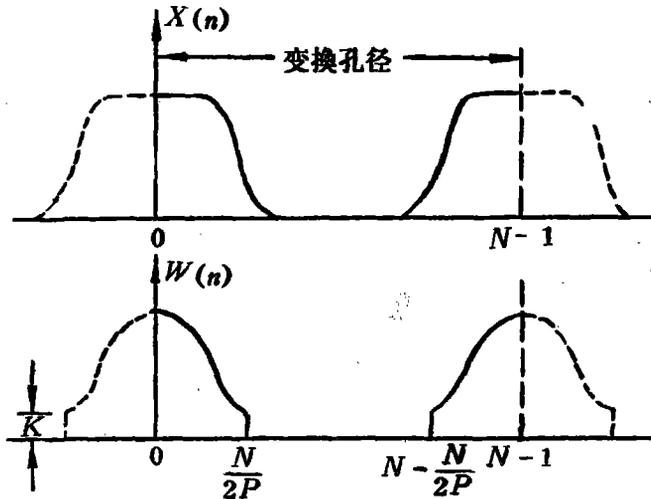


图 4 FFT 频域加权的变换孔径

## (2) 时域窗孔

### a. 窗孔公式

——海明窗孔

$$W(n) = 0.54 - 0.46 \cos\left(\frac{4\pi n}{N-1}\right), \quad 0 \leq n \leq \frac{N}{2} - 1 \quad (24)$$

——布莱克曼窗孔

$$W(n) = 0.42 - 0.50 \cos\left(\frac{4\pi n}{N-1}\right) + 0.08 \cos\left(\frac{8\pi n}{N-1}\right), \quad 0 \leq n \leq \frac{N}{2} - 1 \quad (25)$$

### b. 窗孔口径匹配

由于 FFT 为具有循环卷积特性的变换, LFM 波形采样为非周期序列, 用 FFT 计

算卷积时, 下半部数据应充零, 窗孔口径应与信号时间波形的长度一致。而信号只能占  $0 \leq n \leq \frac{N}{2} - 1$ , 故窗孔口径也应取  $0 \leq n \leq \frac{N}{2} - 1$ , 如图 5 所示。

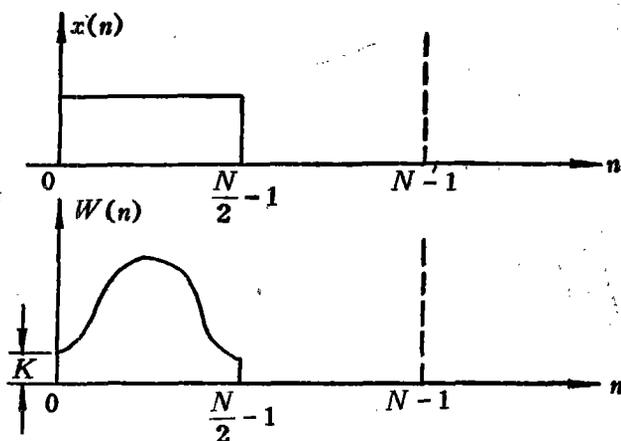


图 5 时域窗孔的孔径匹配

### 三、FFT 实现 LFM 时间压缩的运算方法

FFT 实现 LFM 时间压缩可用浮点<sup>[3]</sup>、半浮点<sup>[4]</sup>、分组浮点<sup>[5]</sup>、准分组浮点及定点归一等方法。浮点运算精度高, 但速度慢, 设备昂贵。用半浮点运算时, FFT 每级流水线的每一个数据的实部与虚部蝶式运算器共用一个阶码, 而尾数部分则用定点进行运算; 只有当定点溢出时才对溢出的数据进行阶码及尾数的修正。这种方法具有浮点运算的精度, 设备比浮点简单些, 当进行 FFT 的过程中溢出次数不多时速度较浮点运算快。但用这种方法计算 LFM 时几乎每级流水线均有溢出产生, 即每级 FFT 均需重新计算 2~3 次, 这样就影响了速度; 同时还需另加溢出检测、尾数修正与阶码修正等附加设备。

分组浮点法原理同半浮点, 但不是每级 FFT 的每一个数据的实部与虚部共用一个阶码, 而是每级 FFT 流水线的所有数据共用一个阶码。这种算法设备可较半浮点节省一些, 但精度则稍差。由于这种算法尾数采用统一左规的定点运算, 故仍存在定点溢出问题, 影响计算速度, 且每级 FFT 流水线中均要有溢出检测、尾数修正与阶码修正等附加设备。

我们采用一种准分组浮点算法, 其原理与分组浮点基本相同, 但在作 FFT 尾数的定点运算前, 不是采用完全的统一左规, 而是只左规到最大值为 0.5, 即最高位空出一位。这样做, 精度虽然稍差一点, 但却节省了溢出检测, 尾数修正与阶码修正等附加设备。关于这一点下面进一步加以证明。

在一般情况下, 原位基 -2 准分组浮点 FFT 流水线的后一级实部为:

$$R\{x_{m+1}(i)\} = R\{x_m(i)\} + R\{x_m(j)\}R\{W^a\} - I\{x_{m+1}(i)\}I\{W^a\}, \quad (26)$$

式中  $R$  与  $I$  分别表示数据的实部与虚部;

$i$ 、 $j$  表示数据的地址;

$W^a$  为旋转因子。

若取  $R\{x_m(i)\}_{\max} = R\{x_m(j)\}_{\max} = I\{x_m(i)\}_{\max} = I\{x_m(j)\}_{\max} = 0.5$ ,

$$\begin{aligned} \text{则 } R\{x_{m+1}(i)\}_{\max} &= [0.5 + 0.5R\{W^a\} - 0.5I\{W^a\}]_{\max} \\ &= 0.5[1 + \cos y - \sin y]_{\max} \\ &= 0.5[1 + \sqrt{2}] \\ &= 1.207 \end{aligned} \quad (27)$$

这就可能产生定点溢出。

但具体对 LFM 而言, 由于 LFM 脉冲压缩具有均匀压缩特性, 且在用 FFT 实现 LFM 时需将一般卷积化为循环卷积, 即  $x$  与  $h$  的 DFT 变换需将数据后半部充零, 又因相对采样率  $P > 1$ , 故压缩比  $D < N/2$ 。

由于均匀压缩, 故每级流水线数据增大  $K_1$  倍。

$$K_1 = (N/2)^{\frac{1}{2 \log_2 N}}$$

作 FFT 及  $\text{FFT}^{-1}$  时, 每级流水线使数据增大  $K_2$  倍。

$$K_2 = N^{\frac{1}{2 \log_2 N}} = \sqrt{2},$$

故总的一级流水线使信号振幅增大  $K$  倍,

$$K = K_1 \cdot K_2 = (N/2)^{\frac{1}{2 \log_2 N}} \cdot \sqrt{2} < 2$$

例如,  $N = 512$ , 则  $K = \sqrt[18]{28} \cdot \sqrt{2} < 2$ ,

$$\text{即 } |x_{m+1}(i, j)| < 2|x_m(i, j)| \quad (28)$$

$$\text{若 } R\{x_m(i, j)\}_{\max} = I\{x_m(i, j)\}_{\max} \leq 0.5,$$

$$\text{即 } |x_m(i, j)| \cos x \leq 0.5$$

$$|x_m(i, j)| \sin x \leq 0.5$$

$$\text{故 } |x_m(i, j)| \leq 0.5 \quad (29)$$

(29)式代入(28)式, 得

$$|x_{m+1}(i, j)| < 1$$

$$\text{则 } \left. \begin{aligned} R\{x_{m+1}(i, j)\} &= |x_{m+1}(i, j)| \cos x < 1 \\ I\{x_{m+1}(i, j)\} &= |x_{m+1}(i, j)| \sin x < 1 \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

由上可知, 准分组浮点 FFT 实现 LFM 脉冲压缩将不产生定点溢出问题。在我们用电子计算机模拟这种运算的过程中, 也从未发生过定点溢出。因此, 准分组浮点 FFT 流水线中并不需要溢出检测、尾数修正及阶码修正等附加设备, 与分组浮点算法相比, 可以节省设备; 同时由于不产生定点溢出, 无需作第二次或第三次计算, 于是运算速度可提高近一倍。

因此, 从工程上讲, 我们认为用准分组浮点法实现 LFM 时间压缩, 是较好的方法中的一种。

为了作一比较及考虑到某些场合可能要求有更简易的信号处理设备,我们也研究了定点归一的 FFT 算法,即作 FFT 与  $FFT^{-1}$  前对数据进行归一,在作每级 FFT 流水线前对数据预置 0.5 的比例因子以避免定点溢出。

在不加输入噪声时,为简化计算,没有作分批处理;在有加性噪声时,采用重叠-保留的分批处理方法。

由于 FORTRAN 及 ALGOL 等语言的逻辑功能限制,难于在计算机上模拟变字长运算,故采用设计计算机使用的逻辑功能很强的简单符号语言(SAL),在 441B-III 型机上进行了模拟计算。

## 四、FFT 实现 LFM 脉冲压缩的总体方案设想

### 1. 原理框图

作为总体方案的一种设想,是图 6 中的所有方框均采用短字长的专用机。

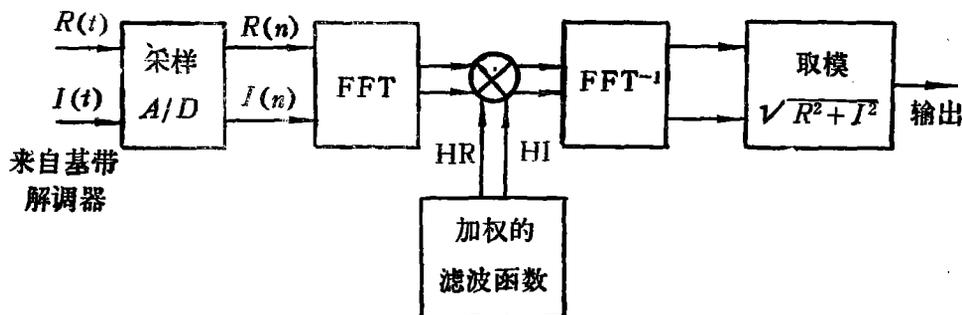


图 6 全部采用短字长的专用机

### 2. 程序流程图

根据原理框图及前面讨论过的问题,可排出不加噪声与加噪声两种情况下 FFT 实现 LFM 脉冲压缩的程序流程图,分别示于图 7 与图 8。

### 3. 模拟计算结果

#### (1) 频域海明加权定点归一截位运算

取  $N=512$ ,  $P=1.5$  (以下同此), 计算结果示于图 9。FFT 蝶件字长  $\lambda=17$  bit (不带符号位, 以下同此) 时, 主副瓣比  $S_0/S_1=40$  db, 属于正常情况。 $\lambda=16\sim 15$  bit 时,  $S_0/S_1=43$  db, 即开始对小信号产生抑制, 这就是所谓非线性。 $\lambda=14\sim 8$  bit 时, 副瓣完全消失,  $S_0/S_1$  增大到 50 db。 $\lambda=7$  bit 时, 主瓣变窄到只剩下三根线宽。 $\lambda=6$  bit 时, 副瓣又突然出现, 但  $S_0/S_1$  只有 18 db。 $\lambda=5$  bit 时,  $S_0/S_1=0$  db, 即信号完全为分层噪声所淹没。 $\lambda=16\sim 7$  bit 时产生非线性的主要原因是由于取模运算  $\sqrt{R^2 + I^2}$  的有限字长引起的。因为作 FFT 运算时, 最小的数  $a$  不一定与最小的数  $a$  相乘, 而取模时系取  $a$  的平方, 若  $a=2^{-9}$ , 则  $a^2=2^{-18}$ , 截位时因  $\lambda=17$  bit,  $a^2$  即被弃去, 因而对小信号产生抑制作用。 $\lambda < 6$  bit 时, FFT 蝶件的有限字长量化噪声的影响越来越大, 此时与信号相比不能再看作小信号, 故副瓣又突然出现, 且  $S_0/S_1$  迅速下降。

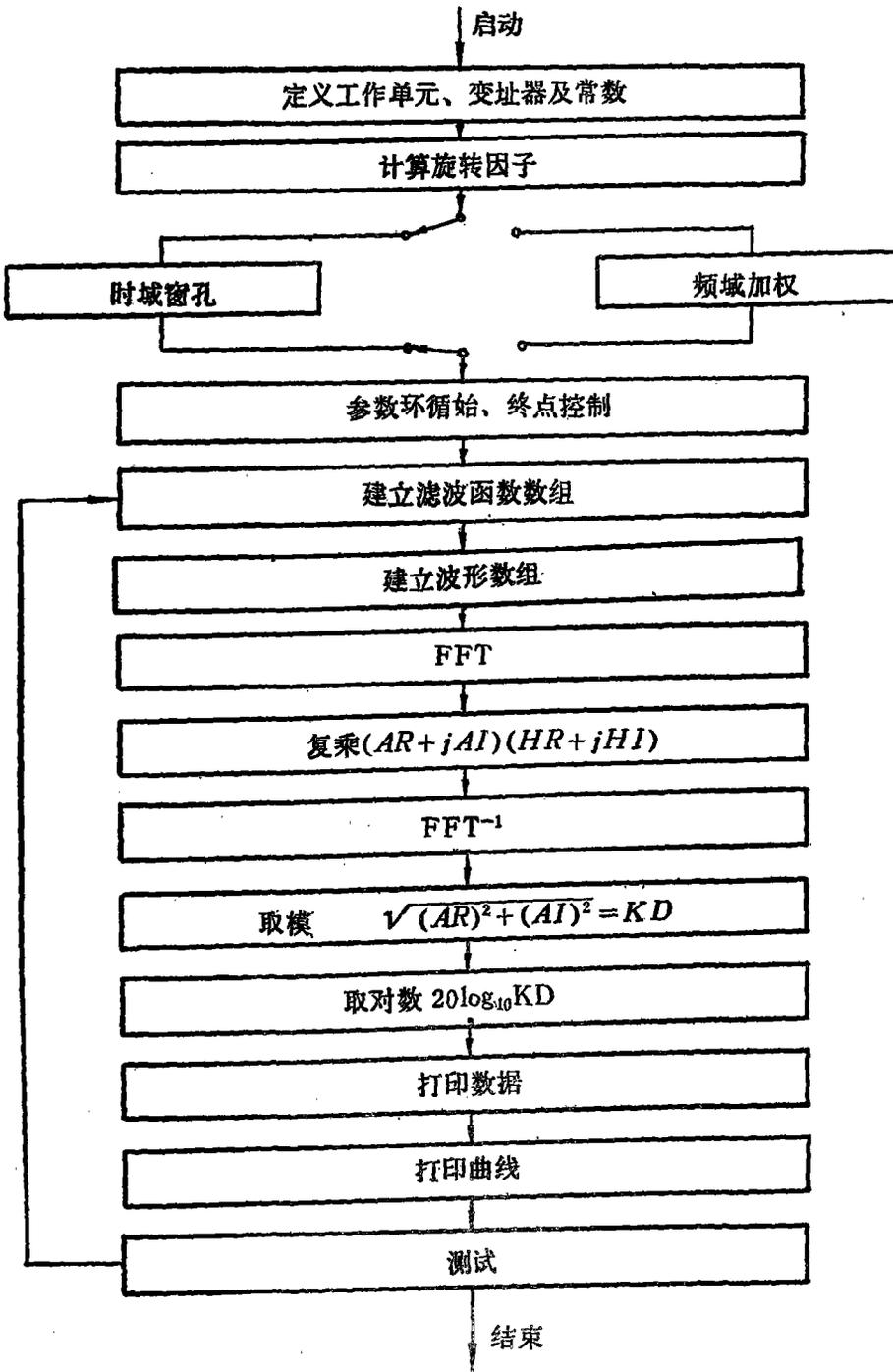


图 7 不加噪声时 FFT 实现 LFM 脉冲压缩的程序流程图

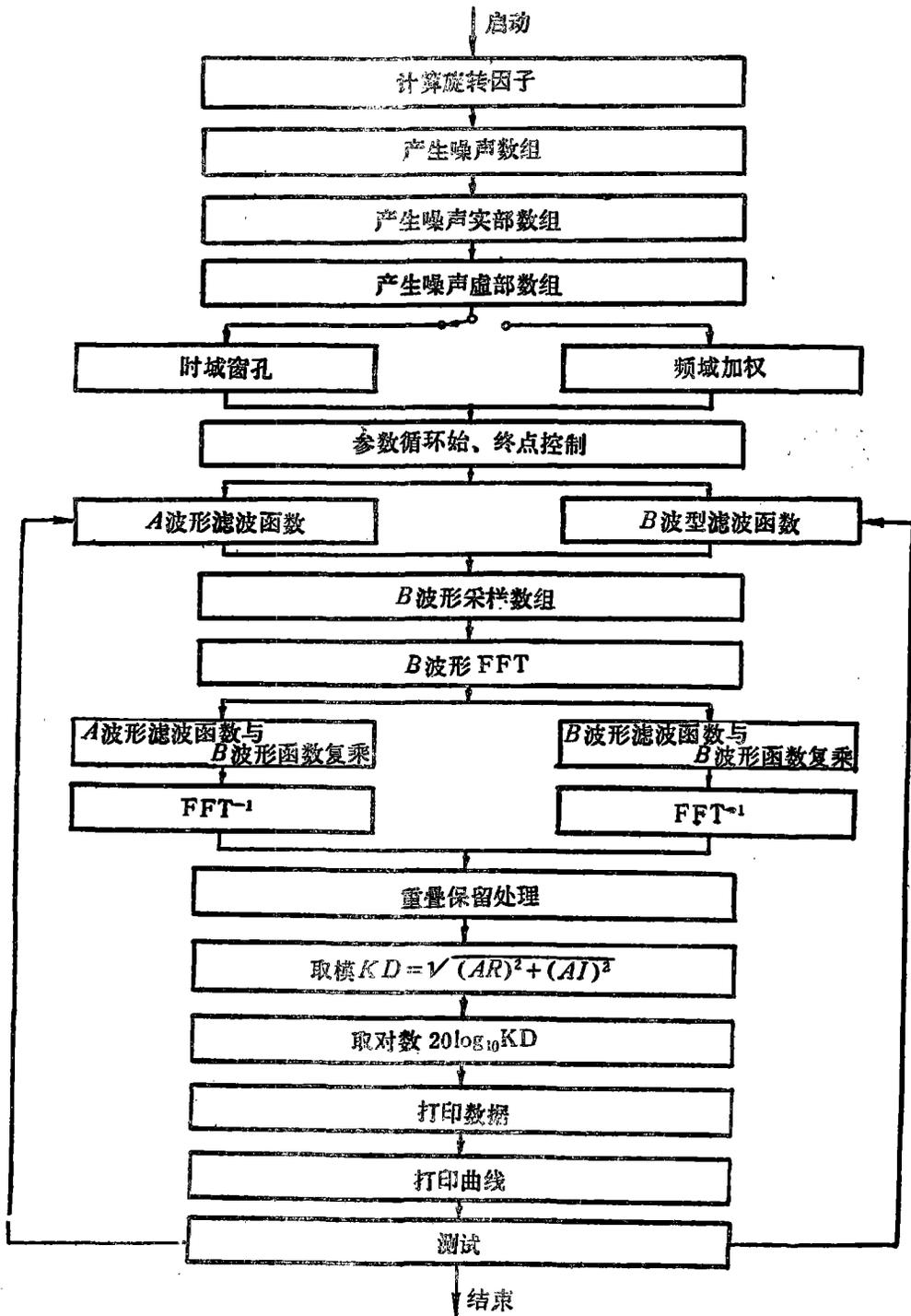


图 8 加噪声时 FFT 实现 LFM 脉冲压缩的程序流图

## (2) 频域海明加权准分组浮点截位运算

计算结果示于图 10。当  $\lambda=16\text{bit}$  时，结果正常， $S_0/S_1=40\text{db}$ 。当  $\lambda<16\text{bit}$  以后，随着  $\lambda$  的减小，取模运算 ( $\sqrt{R^2+I^2}$ ) 对小信号的抑制作用增强，但直到  $\lambda=2\text{bit}$  时副瓣仍未出现，这是由于准分组浮点运算 FFT 蝶件的有限字长噪声，在相同字长条件下较定点归一为小的缘故。

## (3) 总体方案的设想

如全部采用定点机，则取模部分运算器的字长不得短于 17bit。若 LFM 脉冲压缩雷达配有通用机计算其它参数，也可考虑取模部分用通用机计算。以下我们认为取模部分已经满足字长要求，主要考虑 FFT 运算部分的参数。

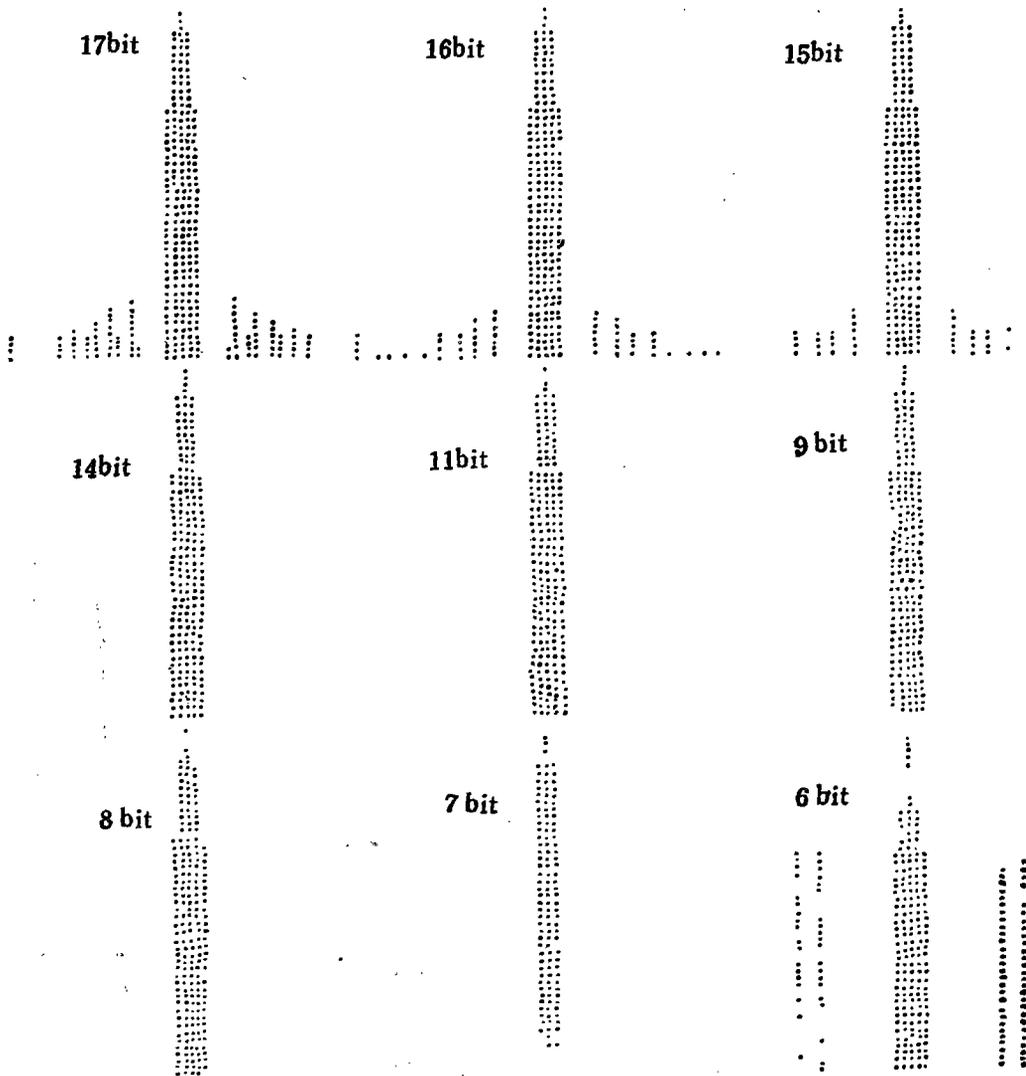


图 9 频域海明加权定点归一截位运算 (带取模方框)

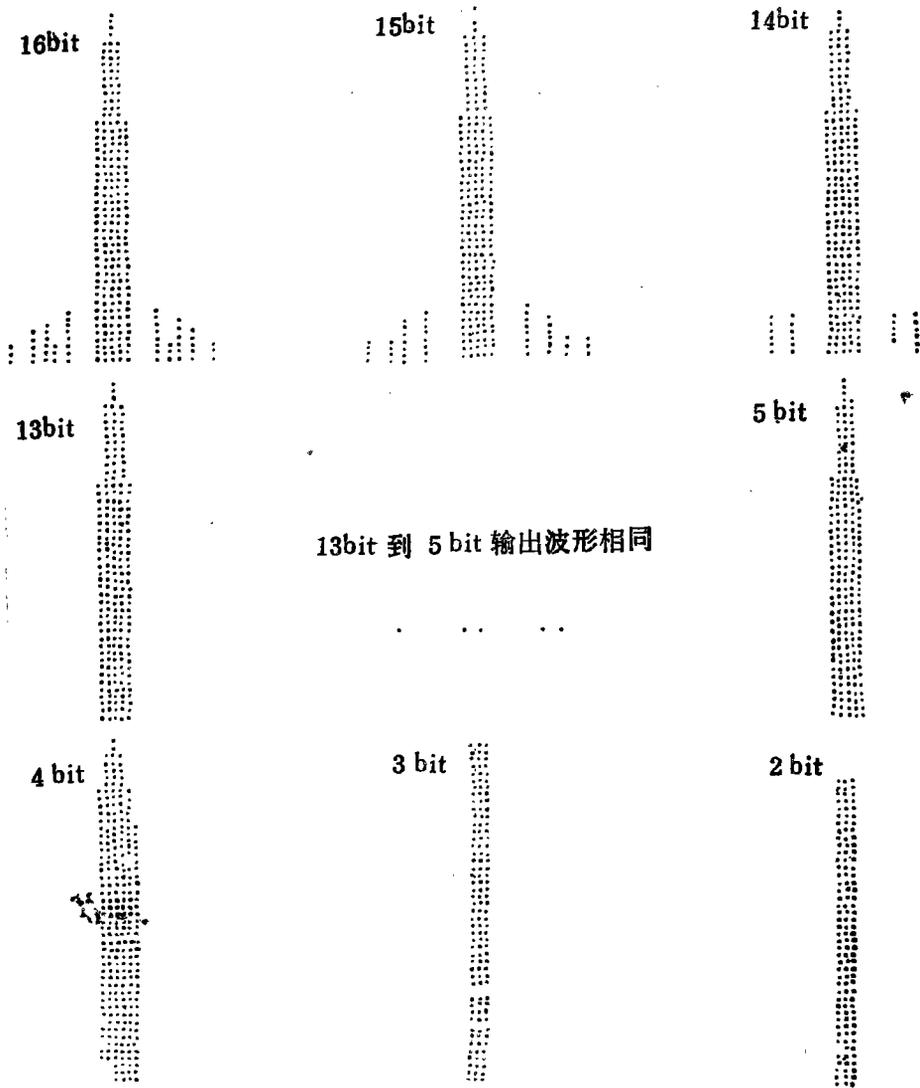


图 10 频域海明加权准分组浮点截位运算 (带取模方框)

## 五、加权形式与有关参数的选择

### 1. 加权形式的选择

分别在时域与频域对比了海明与布莱克曼两种加权函数。

#### (1) 频域加权

模拟计算结果示于图 11, FFT 蝶件字长  $\lambda=23\text{bit}$ , 准分组浮点运算海明加权可获得  $S_0/S_1=40\text{db}$ , 而布莱克曼加权仅可获得  $38\text{db}$ , 且主瓣宽度约为海明加权的 1.5 倍。

#### (2) 时域窗孔

模拟计算结果示于图 12,  $\lambda = 23\text{bit}$ , 定点归一运算。其中时域海明窗孔当 A/D 位数  $\lambda_{AD} > 6\text{bit}$  时,  $S_0/S_1 = 42.14\text{db}$ , 接近于最高理论值  $42.8\text{db}$ 。而布莱克曼窗孔当  $\lambda_{AD} > 8\text{bit}$  时,  $S_0/S_1 = 44\text{db}$ , 但主瓣宽度约为海明窗孔的 1.5 倍。

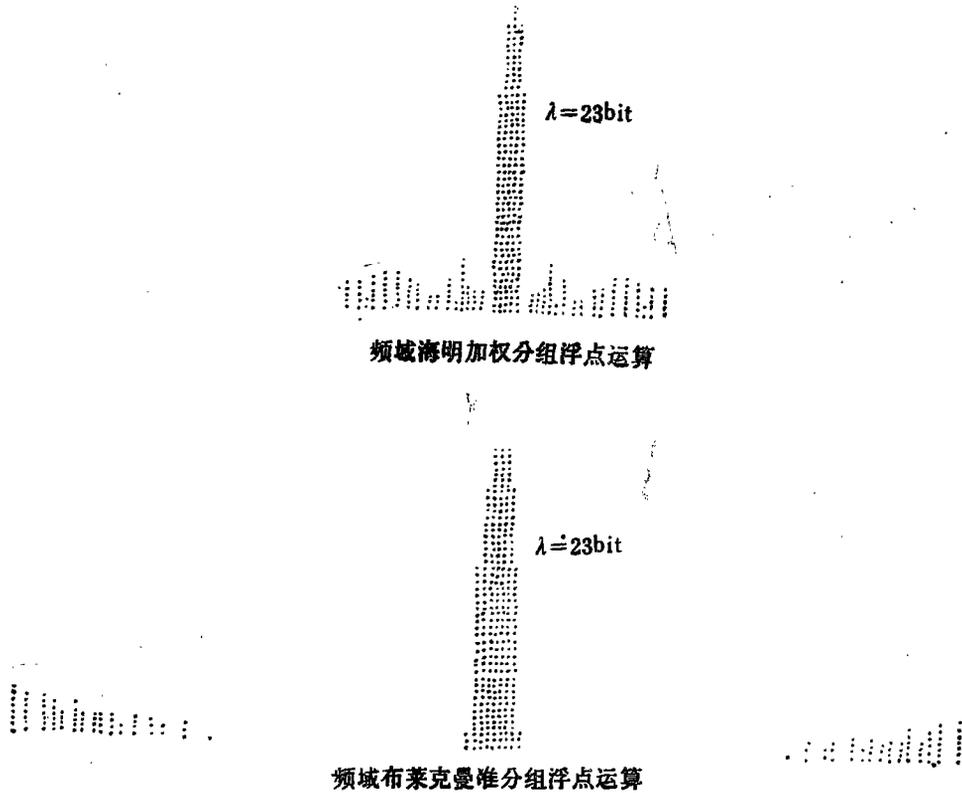


图 11 部分采用专用机海明与布莱克曼加权的比较

### (3) 加权形式的比较

由上可见, FFT 实现海明权重较布莱克曼权重为好, 虽然布莱克曼时域窗孔可得到  $S_0/S_1 = 44\text{db}$ , 但主瓣宽度加宽, 影响距离鉴别率。时域海明窗孔的主副瓣比较频域加权的约高  $2\text{db}$ , 且时域窗孔更易于实现。

### 2. A/D 变换器字长 $\lambda_{AD}$ 的选择

模拟计算结果亦示于图 12. 由图可见, 对于

时域布莱克曼窗孔  $\lambda_{AD}$  要求  $\geq 8\text{bit}$ ,

时域海明窗孔  $\lambda_{AD}$  要求  $\geq 6\text{bit}$ ,

频域海明加权  $\lambda_{AD}$  要求  $\geq 6\text{bit}$ 。

考虑到在有 AGC 的情况下, 大信号可能使小信号被压到 A/D 变换器的最低位以下, 从而对小信号产生抑制作用, 故  $\lambda_{AD}$  还应适当取大一些。

### 3. 旋转因子字长 $m$ 的选择

模拟计算结果示于图 13, 时域与频域海明加权虽然  $\lambda$  不同 (前者为  $17\text{bit}$ , 后者为  $23\text{bit}$ ), 但都是当  $m \leq 12\text{bit}$  时  $S_0/S_1$  即逐渐下降。

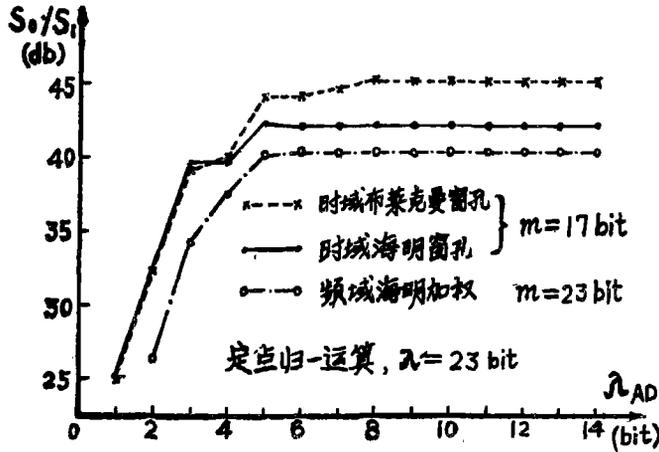
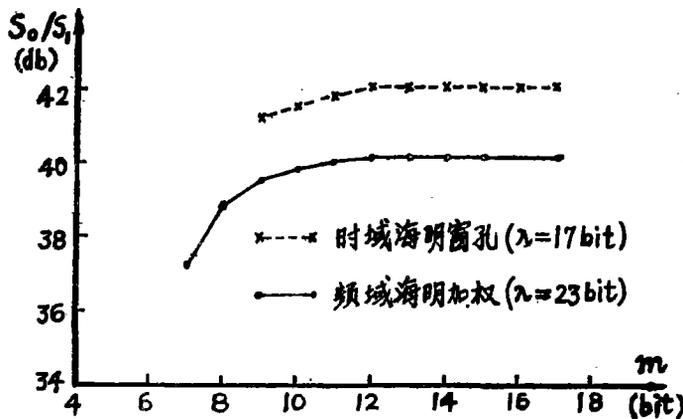


图 12 LFM 脉冲压缩 A/D 变换器截位曲线

图 13 频域与时域海明加权  $S_0/S_1$  与  $m$  的关系

#### 4. 运算方法的初步选择

在频域海明加权情况下，对纯定点截位、定点归一截位及准分组浮点截位三种运算方法进行了模拟计算，得出了不同 FFT 蝶片字长的三组数据如图 14 所示。

(1) 纯定点截位运算：取  $m=23\text{bit}$ 。在蝶片字长  $\lambda=20\text{bit}$  时，即开始对小信号产生抑制作用； $\lambda<16\text{bit}$  后， $S_0/S_1$  迅速下降。

(2) 定点归一截位运算：取  $m=15\text{bit}$ 。在  $\lambda=13\text{bit}$  时才开始对小信号产生抑制作用，而  $\lambda<11\text{bit}$  后， $S_0/S_1$  迅速下降。

(3) 准分组浮点截位运算：取  $m=12\text{bit}$ 。此条件是三者中最苛刻的，也是在  $\lambda=13\text{bit}$  时才对小信号产生抑制作用，但到  $\lambda<8\text{bit}$  时  $S_0/S_1$  才迅速下降。

综上所述，纯定点截位运算所需  $\lambda$  太长，不宜采用。以下重点研究定点归一及准分组浮点两种运算方法。

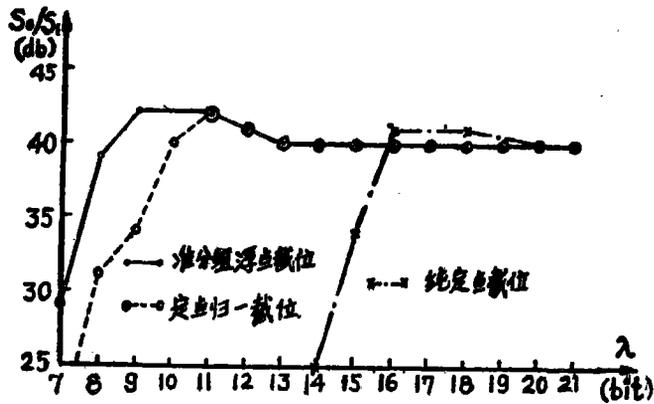


图 14 频域海明加权三种截位运算方法的比较

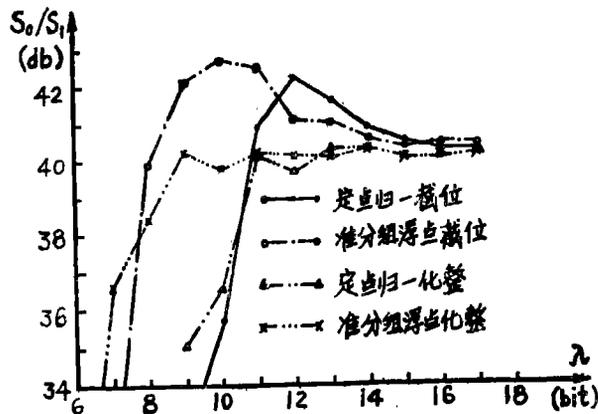
## 六、参数的综合选择

以下在更接近实际情况的条件下研究加权形式、运算方法、蝶件字长( $\lambda$ )与输出主瓣峰值比( $S_0/S_1$ )及输出主瓣峰值与噪声有效值比( $S_0/\sigma_0$ )的关系,并将结果进行综合比较,以便选择出较为合理的加权形式、运算方法及有关参数。

### 1. 不加噪声情况下的综合模拟计算

#### (1) 频域海明加权

在频域海明加权情况下,定点归一截位、准分组浮点截位、定点归一化整及准分组浮点化整四种运算的 $S_0/S_1$ 与 $\lambda$ 的关系曲线示于图 15(数据见表 1)。由图及表 1 可见,在 $\lambda$ 较长时 $S_0/S_1$ 才逐渐趋近于 40.2db 及 40.4db。

图 15 频域海明加权四种运算  $S_0/S_1$  与  $\lambda$  的关系

定点归一截位 ( $m=15\text{bit}$ ): 从  $\lambda < 17\text{bit}$  开始逐渐对小信号产生抑制作用,抑制最大值为 2db。

准分组浮点截位 ( $m=23\text{bit}$ ): 从  $\lambda < 15\text{bit}$  开始逐渐对小信号产生抑制,抑制最大

值为 2.3db.

定点归一化整 ( $m=15\text{bit}$ ): 偏离 40.2db 的最大值为 0.5db 的最短字长为 11 位。

准分组浮点化整 ( $m=15\text{bit}$ ):  $S_0/S_1$  为 40.2db 的可用字长为 9bit.

就化整运算与截位运算相比较, 前者对小信号的抑制作用几乎看不出来。

$S_0/S_1$  (db) 与  $\lambda$ (bit) 的关系数据

表 1

FFT 字长 $\lambda$ (bit)	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6
定点归一截位	40.2	40.3	40.5	40.5	41.6	42.2	40.9	35.7	32.7	25.2	14.3	
准分组浮点截位	40.4	40.4	40.4	41.6	41.0	41.1	42.5	42.7	42.1	39.9	31.6	20.8
定点归一化整	40.2	40.1	40.1	40.3	40.3	39.7	40.1	36.5	35.0	28.5		
准分组浮点化整	40.2	40.2	40.1	40.3	40.1	40.1	40.2	39.8	40.2	38.4	36.6	30.0

### (2) 时域海明窗孔

四种运算的模拟计算结果示于图 16 (数据见表 2), 在  $\lambda$  较长时均趋近于 42.1db.

定点归一截位 ( $m=13$ ): 从  $\lambda \leq 15\text{bit}$  开始即逐渐对小信号产生抑制, 最大抑制量约为 2.8db.

准分组浮点截位 ( $m=11$ ): 从  $\lambda \leq 13\text{bit}$  开始逐渐对小信号产生抑制, 最大抑制量约为 2.8db.

定点归一化整 ( $m=14$ ): 在  $\lambda \geq 13\text{bit}$  时,  $S_0/S_1$  不小于 42.1db, 在 12~10bit 略有下降, 自 9bit 以下则迅速下降。

准分组浮点化整 ( $m=14$ ): 在  $\lambda \geq 11\text{bit}$  时,  $S_0/S_1$  变化不大, 10bit 时上升 0.5db, 自 9bit 以下则迅速下降。

### (3) 分析与比较

定点归一截位与准分组浮点截位两种运算方法对小信号产生的抑制作用较大, 在同时要求捕获大、小目标的情况下用作雷达信号处理器会丢失小目标, 因此这两种运算方法缺点较大。

在频域加权及时域窗孔两种情况下, 定点归一化整与准分组浮点化整两种运算方法对字长的敏感性及字长  $\lambda$  变化时  $S_0/S_1$  与  $(S_0/S_1)_{\max}$  值的偏差大致相同, 但时域窗孔可比特域加权得到约高 2db 的主副瓣峰值比。

初步可以看出, 时域窗孔定点归一化整算法可用的最短字长为 10~11bit, 而时域窗孔准分组浮点化整算法可用的最短字长为 9~10bit.

## 2. 有加性噪声情况下的综合模拟计算

输入噪声为正态白噪声, 其振幅分布为正态分布, 包络为瑞利分布, 相关时间甚小于采样周期, 其振幅概率密度分布曲线示于图 17,

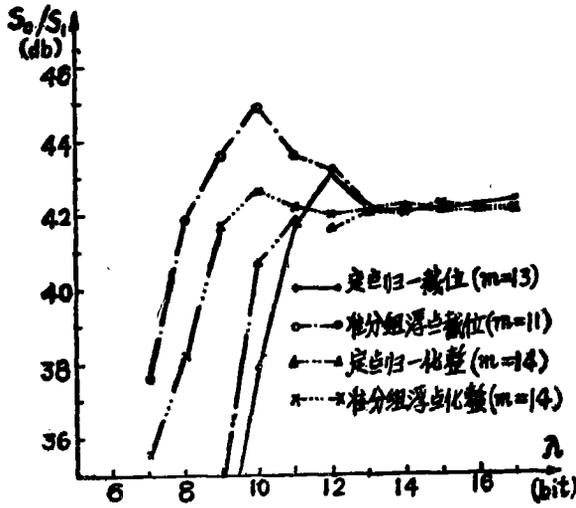


图 16 时域海明窗孔四种运算  $S_0/S_1$  与  $\lambda$  的关系

图 16 的数据

表 2

FFT 字长 $\lambda$ (bit)	23	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6
定点归一截位	42.1	42.1		42.3	42.1	42.2	43.1	41.7	37.9	33.0	22.4		
准分组浮点截位	42.1					42.1	43.2	43.6	44.9	43.6	41.9	37.6	
定点归一化整	42.1	42.1	42.1	42.1	42.2	42.1	41.6	41.9	40.7	34.7	30.1		
准分组浮点化整	42.1	42.1	42.1	42.2	42.1	42.1	42.0	42.2	42.6	41.7	38.2	35.6	30.7

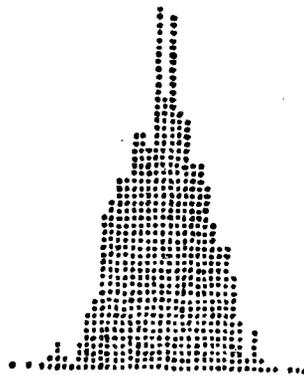


图 17 噪声振幅概率密度分布曲线

(1) 频域海明加权

输入信号幅值与输入噪声方差比  $S_i/\sigma_i=2$  (即 6db)。

a.  $S_0/S_1$  与  $\lambda$  的关系

在有加性噪声情况下四种算法的模拟计算结果示于图 18 (数据见表 3)。由图可见, 定点归一化整在  $\lambda < 11$  bit 时  $S_0/S_1$  迅速下降; 而准分组浮点化整在  $\lambda < 8$  bit 时才开

始迅速下降。化整运算对小信号的抑制作用小。 $S_0/S_1$  在  $\lambda$  较长时趋近于 23.5db.

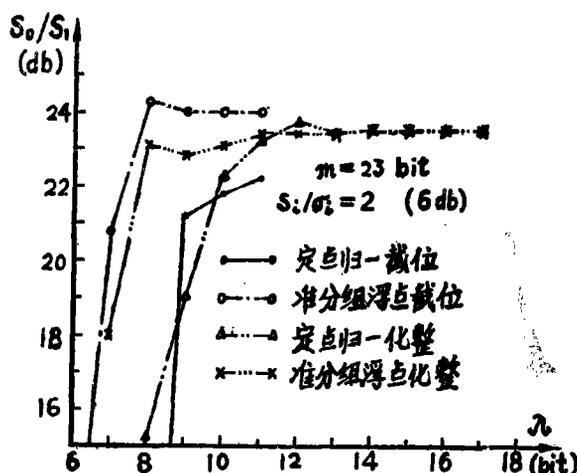


图 18 加噪声时频域海明加权四种运算结果

图 18 的数据 ( $S_i/\sigma_i=2$ )

表 3

FFT 字长 $\lambda$ (bit)	23	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6
定点归一截位	23.5							22.2	21.8	21.2			
准分组浮点截位	23.5							23.7	23.9	24.0	24.3	20.8	10.0
定点归一化整		23.5	23.5	23.5	23.5	23.4	23.7	23.2	22.1	19.0	15.2	9.1	
准分组浮点化整		23.5	23.5	23.5	23.4	23.4	23.4	23.4	23.1	22.0	23.1	18.0	12.4

b. 输出主瓣峰值同输出噪声有效值比  $S_0/\sigma_0$  与  $\lambda$  的关系

$S_0/\sigma_0$  与  $\lambda$  的关系示于图 19(数据见表 4)。四种运算在  $\lambda$  较长时均趋近于 32.54db.

定点归一截位与准分组浮点截位, 在  $\lambda \leq 11$ bit 时,  $S_0/S_1$  逐渐上升, 即对小信号产生明显的抑制作用。

定点归一化整与准分组浮点化整, 在  $\lambda \leq 11$  bit 时逐渐下降, 但定点归一化整较准分组浮点化整下降的更快一些。

c. 比较

由上可知, 频域海明加权定点归一化整要求高精度的计算时, 最短字长应为 12bit, 准分组浮点化整应为 10bit. 若允许  $S_0/S_1$  下降 0.25db, 则定点归一化整的最短字长可为 11bit, 而准分组浮点化整为 9bit. 若  $S_0/S_1$  允许下降 0.5db, 则定点归一化整为 10 bit, 准分组浮点化整为 8bit。

(2) 大信噪比时的时域海明窗孔

输入信号幅值与输入噪声方差比  $S_i/\sigma_i=2$ , (即 6db)。

a.  $S_0/S_1$  与  $\lambda$  的关系

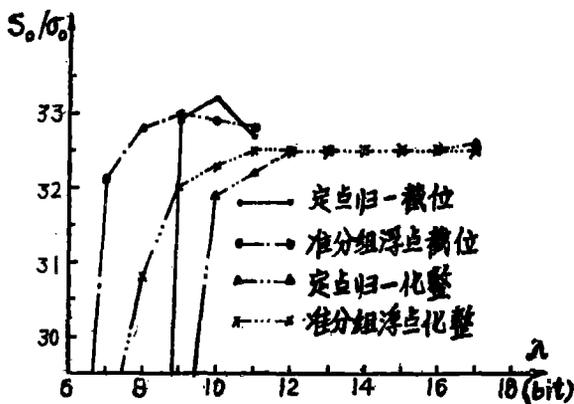
图 19 加噪声时频域海明加权  $S_0/\sigma_0$  与  $\lambda$  的关系。图 19 的数据 ( $S_i/\sigma_i=2$ )

表 4

FFT 字长 $\lambda$ (bit)	23	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6
定点归一截位	32.5							32.72	33.24	32.88	6.5	6.5	
准分组浮点截位	32.52							32.79	32.93	32.97	32.79	32.11	24.56
定点归一化整		32.55	32.54	32.54	32.52	32.47	32.48	32.23	31.92	27.56	23.11	20.63	0.4
准分组浮点化整		32.54	32.54	32.53	32.53	32.51	32.48	32.45	32.3	31.98	30.8	28.4	21.1

在此条件下四种运算方法的模拟计算结果示于图 20 (数据见表 5)。定点归一截位在  $\lambda < 12$  bit, 定点归一化整在  $\lambda < 10$  bit, 准分组浮点截位在  $\lambda < 7$  bit, 而准分组浮点化整在  $\lambda < 8$  bit 时,  $S_0/S_1$  才迅速下降。而准分组浮点化整在  $\lambda \geq 9$  bit 时  $S_0/S_1$  近似不变。

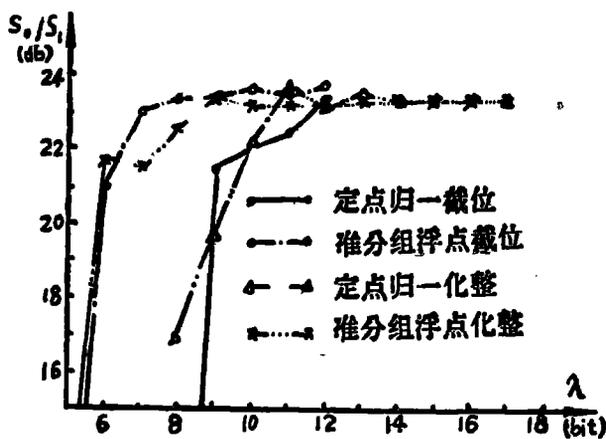
图 20 加噪声时时域海明窗孔  $S_0/S_1$  与  $\lambda$  的关系

图 20 的数据 ( $S_i/\sigma_i=2$ )

表 5

FFT 字长 $\lambda$ (bit)	23	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6
定点归一截位	23.3						23.4	22.4	22.0	21.4	0		
准分组浮点截位	23.6						23.7	23.4	23.6	23.4	23.3	22.9	21.0
定点归一化整		23.3	23.3	23.3	23.3	23.5	23.0	23.7	22.2	19.7	16.7		
准分组浮点化整		23.3	23.3	23.3	23.3	23.3	23.2	23.2	23.2	23.3	22.5	21.5	21.7

b.  $S_0/\sigma_0$  与  $\lambda$  的关系

四种算法的  $S_0/\sigma_0$  与  $\lambda$  的关系曲线示于图 21 (数据见表 6)。可以看出, 定点归一截位与准分组浮点截位在  $\lambda < 12\text{bit}$  时产生明显的非线性, 而定点归一化整与准分组浮点化整则无此现象。定点归一化整在  $\lambda < 12\text{bit}$ , 准分组浮点化整在  $\lambda < 8\text{bit}$  时  $S_0/\sigma_0$  迅速下降。

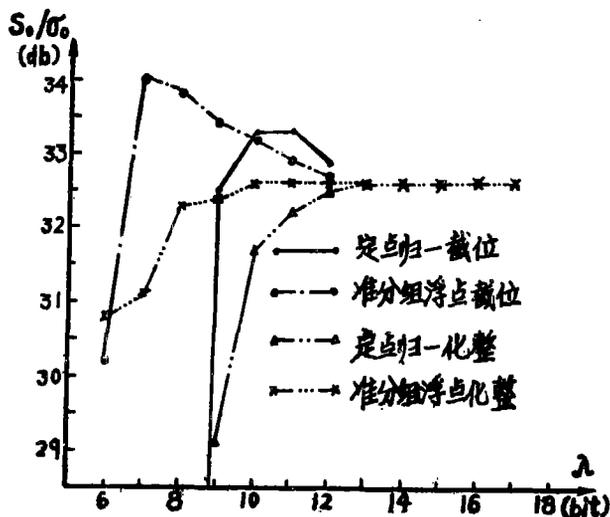


图 21 加噪声时时域海明窗孔  $S_0/\sigma_0$  与  $\lambda$  的关系

图 21 的数据 ( $S_i/\sigma_i=2$ )

表 6

FFT 字长 $\lambda$ (bit)	23	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6
定点归一截位	32.4						32.9	33.3	33.3	32.5			
准分组浮点截位	32.6						32.8	32.9	33.2	33.4	33.8	34.0	30.2
定点归一化整		32.6	32.6	32.6	32.6	32.6	32.5	32.2	31.7	29.1	23.3	16.1	
准分组浮点化整		32.6	32.6	32.6	32.6	32.6	32.6	32.6	32.6	32.4	32.3	31.1	30.8

(3) 小信噪比时的时域海明窗孔

条件:  $S_i/\sigma_i=0.5$  (即  $-6\text{db}$ ), 此时信号埋在噪声之中。

a.  $S_0/S_1$  与  $\lambda$  的关系

模拟计算结果示于图 22。定点归一化整  $\lambda < 7\text{bit}$ , 准分组浮点化整  $\lambda < 5\text{bit}$  时,  $S_0/S_1$  迅速下降。准分组浮点化整  $\lambda > 7\text{bit}$  时  $S_0/S_1$  近似不变。

b.  $S_0/\sigma_0$  与  $\lambda$  的关系

如图 23 所示。定点归一化整  $\lambda < 8\text{bit}$ , 准分组浮点化整  $\lambda < 6\text{bit}$  时,  $S_0/\sigma_0$  迅速下降。

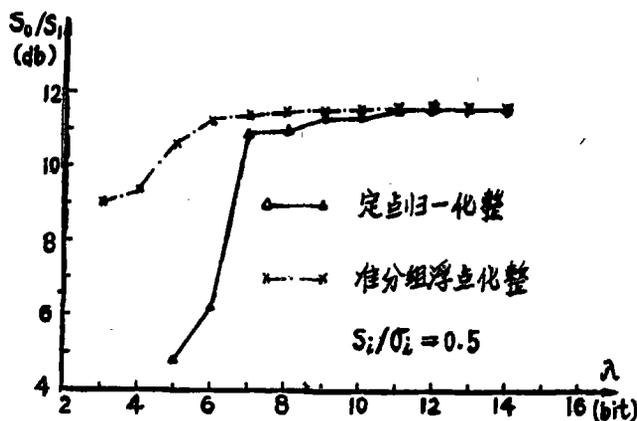


图 22 加噪声时时域海明窗孔  $S_0/S_1$  与  $\lambda$  的关系

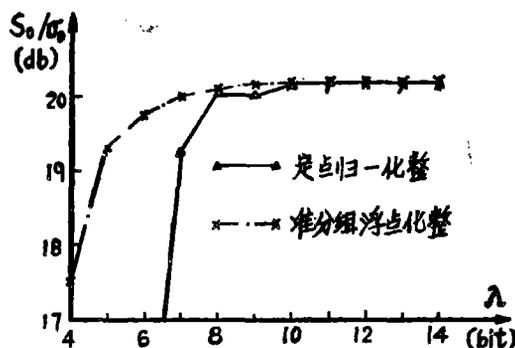


图 23 加噪声时时域海明窗孔  $S_0/\sigma_0$  与  $\lambda$  的关系

(4) 分析与比较

a. 加权的比较

在字长较长时, 频域海明加权的  $S_0/\sigma_0$  趋近于  $32.55\text{db}$ , 而时域海明窗孔的  $S_0/\sigma_0$  趋近于  $32.61\text{db}$ . 但前者对字长更敏感些, 即在允许损失相同  $S_0/\sigma_0$  的情况下, 频域海明加权较时域海明窗孔要求更长的字长。故时域海明窗孔实现 LFM 脉冲压缩较频域海明加权略好一些。

b. 不同信噪比条件下对字长的要求可以归纳成表 7:

不同信噪比条件下可用蝶件字长的比较

表 7

噪声大小	要求输出字长 $\lambda$	频域海明加权		时域海明窗孔	
		定点归一化整	准分组浮点化整	定点归一化整	准分组浮点化整
无噪声	$S_0/S_1$	11~13	9~11	10~11	9~10
$S_i/\sigma_i=2$	$S_0/S_1$	11~12	10~11	11~12	9~10
$S_i/\sigma_i=2$	$S_0/\sigma_0$	11~12	10~11	11~12	8~10
$S_i/\sigma_i=0.5$	$S_0/S_1$			9~11	6~8
$S_i/\sigma_i=0.5$	$S_0/\sigma_0$			8~10	7~9

从表 7 可以看出一种趋势, 满足大信噪比的蝶件字长  $\lambda$  也可以满足小信噪比的要求。这是由于噪声相当一个随机的偏置, 使有些被蝶件有限字长所舍弃的信号也参加了运算的缘故。因此, 在选择字长时主要应根据无噪声条件下的模拟计算结果, 同时参考大信噪比条件下的情况。例如, 时域海明窗孔定点归一化整可选  $\lambda=10\sim 11\text{bit}$ , 时域海明窗孔准分组浮点化整可选  $\lambda=9\sim 10\text{bit}$ 。

## 七、结 语

### 1. 卷积与循环卷积

雷达数字信号可分为时间上的周期序列与非周期序列。雷达信号数字处理设备对时间周期序列信号是实现循环卷积, 对时间非周期序列信号则是实现卷积。为简化计算, 常通过快速同态映射将卷积或循环卷积的计算化为在变换域中的乘法运算。具有循环卷积特性的变换可将循环卷积化为在变换域中的乘法运算。用具有循环卷积特性的变换处理时间上的非周期序列信号时, 需先将卷积化为循环卷积。

### 2. 处理器总方案设想

由于取模运算对小信号会产生严重的抑制作用, 取模运算器宜采用长字长专用机, 或此部分计算由通用机完成。

### 3. FFT 运算方法

用 FFT 实现时间压缩, 可用浮点、分组浮点、准分组浮点、半浮点、定点归一及纯定点等运算方法。从精度、价格、速度及工艺流程的简易性等方面综合考虑, 宜选用准分组浮点或定点归一两种运算方法。前者精度稍高, 需用字长位数较少; 而后者需用字长虽多  $1\sim 2\text{bit}$ , 但速度稍快。

### 4. 量化方法

数据可用截断及化整两种方法量化。截断量化会引起对小信号的抑制, 在要求同时捕获大、小目标的雷达处理器中不宜采用, 宜用化整量化。

### 5. 加权形式

对 LFM 波形实现时间压缩, 以海明权重为好。时域海明窗孔在实现的简易性 (不需作倒序处理) 及性能上 ( $S_0/S_1$  比频域加权多 2db) 均较频域海明加权强。

### 6. 参数选择

综上所述, 准分组浮点与定点归一两种 FFT 化整运算实现时间压缩可选用如下参数(表 8):

表 8

精度要求	$S_0/S_1$ 允许偏离 0.2db		$S_0/S_1$ 允许偏离 0.5db		$S_0/S_1$ 允许偏离 7db	
	准分组浮点化整	定点归一化整	准分组浮点化整	定点归一化整	准分组浮点化整	定点归一化整
$m$ (bit)	12	12	10	10	6~7	8
$\lambda_{AD}$ (bit)	8	8	6	7~8	4~5	5~6
$\lambda$ (bit)	10	13	9	11	7	8

在实际使用中建议不要采用最后一组数据, 因为此时工作在对字长的敏感区。

在本课题的研究过程中, 曾得到周祖同教授与陆仲良副教授的鼓励与帮助。梁甸农同志作了理论及模拟计算的先行工作, 为研究本课题打下了良好的基础。与郭桂蓉同志的相互讨论中曾得到不少受益。上机计算时得到本校计算机研究所卢新民同志与曹琳同志的大力协助。叶梅良同志在联系机时与修改纸带等工作上也出了不少力气。特在此一并致谢。

### 参 考 文 献

- [1] 梁甸农, “雷达数字信号处理设备计算机模拟计算第一阶段报告” 国防科技大学, 1980.
- [2] M. I. Skolnik, Radar Handbook, 1970
- [3] L. W. Martinson and R. J. Smith, “Digital Matched Filtering with Pipelined Floating Point Fast Fourier Transform (FFT's),” IEEE Trans., Vol. ASSP-23, April 1975.
- [4] P. E. Blankenship and E. N. Hofstetter, “Digital Pulse Compression via Fast Convolution,” IEEE Trans., Vol. ASSP-23, No. 2, April 1975.
- [5] P. D. Welch, “A Fixed-Point Fast Fourier Transform Error Analysis,” IEEE Trans., Audio Electroacoust., Vol. AU-17, pp. 153-157, June 1969.
- [6] A. V. Oppenheim and C. J. Weinstain, “Effects of Finite Register Length in Digital Filtering and the Fast Fourier Transform”, Proc. IEEE, Vol. 60, pp. 957-975, Aug. 1972.

- [7] L. B. Jackson, "Roundoff-Noise Analysis for Fixed-Point Filters Realized in Cascade of Parallel Form," IEEE Trans., Audio Electroacoust., Vol. Au-18, pp. 107-122, June 1970.
- [8] C. J. Weinstein and A. V. Oppenheim, "A Comparison of Roundoff Noise in Floating Point and Fixed Point Digital Filter Realizations," Proc. IEEE, Vol. 57, pp. 1181-1183, June 1969.
- [9] C. J. Weinstein, "Roundoff in Floating Point Fast Fourier Transform Computation," IEEE Trans., Audio Electroacoust., Vol. Au-17, Sept. 1969.

## The Parameter Selection of LFM Pulse Compression Radar Realized in FFT

Gu Xue-min Wang Jia-pei

### Abstract

In this paper are presented the considerations of overall plan of the LFM digital pulse compression radars, and their parameter selection realized in FFT, Which employ the quasi-block-floating point and fixed-point normalized algorithm. These parameters contain the quantized form in FFT computation, word lengths of the A/D converter, the twiddle factor and the butterfly of the FFT, and so on. Some calculated data and curves are presented by simulated computation via computer, these data can be useful to engineers and designers.