

# 干涉仪测角系统的计算机辅助分析

胡 效 敏

**提 要** 本文用计算机模拟计算的方法对干涉仪测角系统进行了辅助分析。主要介绍了干涉仪测角系统模拟的数学模型；干涉仪测角系统计算机模拟方法；系统模拟举例及结果分析。

## 前 言

干涉仪测角系统是航天测控系统中一种高精度测角系统。它是利用比较多对天线接收信号的相位来获得角度信息的。因此相位测量的模糊分辨是一个关键的问题。本文所述的模拟方法仅是一种静态模拟计算的方法。通过计算机模拟计算，在一定条件下，可以分析论证：

- (1) 确定测角解模糊的设备精度；
- (2) 在已知测角精度的条件下，确定正确匹配解模糊的概率；
- (3) 研究站址的选择对测量精度的影响；
- (4) 分析定位误差等。

## 一、干涉仪测角系统的数学模型

### 1. 测角的物理模型与数学模型

干涉仪测角系统的测角原理如图1所示。图中A、B、C，构成相距基线长度为 $D_1$ 、 $D_2$ 的两对天线，同时接收飞行器发来的信号。当目标离接收天线的距离远大于 $D_1$ 、 $D_2$ 时，可以认为天线所接收的电波的方向是平行的。以A、C天线为例，两天线所接收的信号

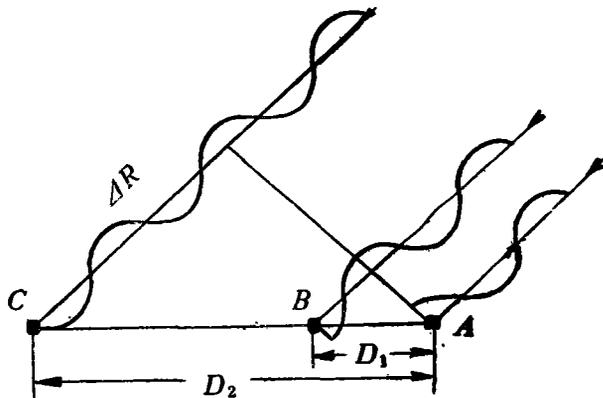


图 1

$$\phi = 2\pi \frac{\Delta R}{\lambda} = 2\pi D_2 \cos \alpha / \lambda = 2\pi N \cos \alpha \quad (1)$$

式中  $\lambda$  为波长,  $\Delta R$  为距离差,  $\alpha$  为目标方向线与基线间的夹角,  $N = D_2 / \lambda$ . 由于通常测量相位的设备是  $2\pi$  型的, 由(1)式可知:

(1) 只有当  $N \leq \frac{1}{2}$  时, 所测得的  $\phi$  与  $\alpha$  是一一对应的;

(2) 为了提高测角灵敏度, 要求  $|d\phi/d\alpha| = |-2\pi N \sin \alpha|$  越大越好. 在相同的  $\alpha$  值下,  $N$  越大, 则  $|d\phi/d\alpha|$  越大, 测角灵敏度越高;

(3) 当  $N > \frac{1}{2}$ , 产生测角模糊. 即两天线测得的相位差  $\phi$  可能对应空间  $2N$  个不同的  $\alpha$  值.

设天线  $A$  和  $B$  的输入接收信号的相位差为  $\phi$ , 天线  $A, B$  实际测量得到的信号相位差为  $\varphi$ . 并设测相设备为  $2\pi$  型的, 于是可得干涉仪测角系统相位测量的基本数学模型为

$$\phi = 2\pi k + \varphi = 2\pi N \cos \alpha \quad (\varphi < 2\pi, k = 0, \pm 1, \pm 2 \dots) \quad (2)$$

由(2)式, 只要确定了  $k$  值, 便可唯一确定  $\phi$  值和  $\alpha$  值. 确定  $k$  值的过程即为测角解模糊的过程.

## 2. 测角解模糊的原理与数学模型

干涉仪测角解模糊常用的方法有以下几种: (1) 多天线对解模糊; (2) 利用雷达数据解模糊; (3) 多天线对与雷达数据相结合解模糊; (4) 其他解模糊的方法如定基线变波长的方法; 利用飞行器的轨道先验信息的方法等. 我们仅对前三种情况进行讨论, 从而得出相应的数学模型.

### (1) 多天线对解模糊的匹配条件与数学模型

多天线对解模糊的原理如图 1 所示. 设  $AB$  基线长度为  $D_1 = \lambda/2$ , 测得的角度是无模糊的.  $AC$  基线长度为  $D_2 = nD_1$ , 因此  $A, C$  两天线输入信号间的相位差

$$\phi_{CA} = n\varphi_{BA} \quad (3)$$

$$\text{又} \quad \phi_{CA} = 2\pi k + \varphi_{CA} \quad (4)$$

$$\text{故得} \quad k = \frac{n\varphi_{BA} - \varphi_{CA}}{2\pi} \quad (5)$$

如果测量值  $\varphi_{CA}$  和  $\varphi_{BA}$  是无误差的, 那么所解得的  $k$  值必为整数. 多天线对解模糊的过程实际上是用无模糊的基线逐次求解有模糊基线  $k$  值的过程. 实际上, 由于测相设备的热噪声以及数字测相设备的量化误差等原因, 所测得的  $\varphi_{BA}$  和  $\varphi_{CA}$  是存在一定误差的, 即有一定的准确度, 设它们的误差分别为  $\Delta\varphi_{BA}$  和  $\Delta\varphi_{CA}$ . 此时利用(5)式解得的  $k$  值也存在着误差  $\Delta k$

$$\Delta k = \frac{n}{2\pi} \Delta\varphi_{BA} - \frac{1}{2\pi} \Delta\varphi_{CA} \quad (6)$$

要确保基线正确匹配解模糊, 必须使  $|\Delta k| < \frac{1}{2}$ , 这就可以利用四舍五入的方法进行判

决, 取整决定  $k$  值。根据  $|\Delta k| < \frac{1}{2}$  的条件可得匹配条件为:

$$\Delta\varphi_{BA} < \frac{\pi}{n} + \frac{\Delta\varphi_{CA}}{n} \quad (\Delta k > 0) \quad (7)$$

$$\Delta\varphi_{BA} > -\frac{\pi}{n} + \frac{\Delta\varphi_{CA}}{n} \quad (\Delta k < 0)$$

当  $\Delta\varphi_{CA} \ll \pi$  时, 上式可简化为  $|\Delta\varphi_{BA}| < \frac{\pi}{n}$ 。根据上述匹配解模糊的物理过程得多天线对解模糊的数学模型如下:

$$\begin{cases} k = \frac{1}{2\pi}(n\varphi_{BA} - \varphi_{CA}) \\ k^* = \text{INT}(k) \quad (\text{四舍五入取整}) \\ \phi_{CA} = 2\pi k^* + \varphi_{CA} \\ L = \frac{\phi_{CA}}{2\pi N}, \quad N = D_{CA}/\lambda \end{cases} \quad (8)$$

## (2) 雷达测角数据解模糊的匹配条件与数学模型

雷达测角数据解模糊的原理如图 2 所示。设雷达的测量元素为  $R$  (斜距),  $A$  (方位角),  $E$  (俯仰角), 基线长度为  $D = N\lambda$ , 于是可得方向余弦  $l$ ,  $m$ , 与  $R$ ,  $A$ ,  $E$  的关系如下:

$$\begin{aligned} l = x/R &= \cos E \cdot \cos A \\ m = y/R &= \cos E \cdot \sin A \end{aligned} \quad (9)$$

以干涉仪系统的一条基线为例,

干涉仪精测天线对输入信号的相位差  $\phi$  和方向余弦  $l$  分别为

$$\begin{aligned} \phi &= 2\pi k + \varphi \\ l &= \frac{\lambda}{2\pi D}(2\pi k + \varphi) \end{aligned} \quad (10)$$

当雷达与干涉仪测量数据皆无误差时, 解(9), (10)式得

$$k = \frac{D}{\lambda} \cos E \cdot \cos A - \frac{\varphi}{2\pi} \quad (11)$$

当雷达的测量误差为  $\Delta A$ ,  $\Delta E$ , 干涉仪测量误差为  $\Delta\varphi$  时, 所得的  $k$  值就不为整数,

存在误差  $\Delta k$ 。同样取  $|\Delta k| < \frac{1}{2}$  求得正确匹配条件如下:

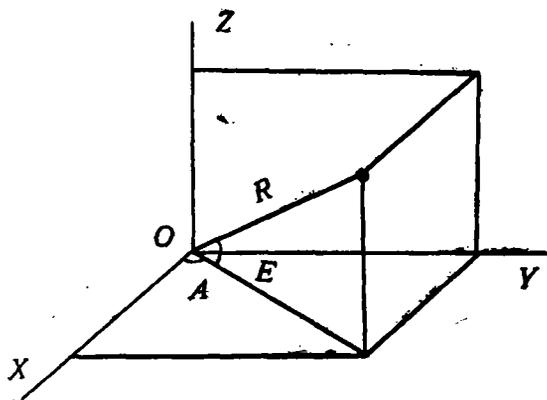


图 2

由(9)式得

$$\Delta l = -\cos E \cdot \sin A \cdot \Delta A - \cos A \cdot \sin E \cdot \Delta E$$

设  $\Delta A = \Delta E$  时,

$$\Delta l = -\sin(A+E) \cdot \Delta A$$

故得

$$|\Delta l|_{\max} = |\Delta A|_{\max} \quad (12)$$

由(10)式得

$$\Delta l = \frac{\lambda}{2\pi D} (\Delta k \cdot 2\pi + \Delta \varphi) \quad (13)$$

将(12)式及  $|\Delta k| < \frac{1}{2}$  代入(13)式得

$$|\Delta l|_{\max} = |\Delta A|_{\max} < \frac{\lambda}{2\pi D} (\pi + \Delta \varphi)$$

故解模糊的匹配条件为:

$$\frac{D}{\lambda} < \frac{1 + \Delta \varphi / \pi}{2 |\Delta A|_{\max}} \quad (14)$$

当  $\Delta \varphi \ll \pi$  时, 可简化为:

$$\frac{D}{\lambda} < \frac{1}{2 |\Delta A|_{\max}}$$

根据上述匹配解模糊的物理过程可得用雷达数据解模糊的数学模型为

$$\begin{cases} k = \frac{D}{\lambda} \cos E \cdot \cos A - \frac{\varphi}{2\pi} \\ k^* = \text{INT}(k) \\ \phi = 2\pi k^* + \varphi \\ \alpha = \arccos\left(\frac{\phi}{2\pi N}\right) \end{cases} \quad (15)$$

### (3) 多天线对与雷达数据结合解模糊的匹配条件与数学模型

当雷达测角误差  $|\Delta A|_{\max}$  与精测基线  $D$  的关系不满足(14)式时, 用雷达数据就不能直接解精测天线对的角度模糊。因此应增设一对中测天线对, 使雷达数据可解该天线对的角度模糊, 然后再利用无模糊的中测天线对的数据去解精测天线对的角度模糊。设精测基线为  $D_2$ , 测得的相位差为  $\varphi_2$ , 中测基线为  $D_1$ , 测得的相位差为  $\varphi_1$ , 欲使雷达数据可解  $D_1$  天线对的模糊, 必须满足匹配条件  $\frac{D_1}{\lambda} \leq \frac{1}{2 |\Delta A|_{\max}}$ , 并根据(15)式和

(14)式得该系统的解模糊的数学模型为

$$\left\{ \begin{array}{l} k_1 = \frac{D_1}{\lambda} \cos E \cdot \cos A - \frac{\varphi_1}{2\pi} \\ k_1^* = \text{INT}(k_1) \\ \phi_1 = 2\pi k_1^* + \varphi_1 \\ k_2 = \frac{n\phi_1 - \varphi_2}{2\pi}, \left( n = \frac{D_2}{D_1} \right) \\ k_2^* = \text{INT}(k_2) \\ \phi_2 = 2\pi k_2^* + \varphi_2 \\ \alpha = \arccos \left( \frac{\lambda \phi_2}{2\pi D_2} \right) \end{array} \right. \quad (16)$$

### 3. 匹配概率的计算

在上述匹配条件的分析中, 我们所取的  $|\Delta A|$  和  $|\Delta \varphi|$  都是固定的测量误差, 取最坏的情况来考虑。实际上, 上述误差都是由系统误差和随机误差两部分组成。从统计的观点来讲, 应该用正确匹配概率来作为衡量测角解模糊的指标。

#### (1) 多天线对解模糊情况下的匹配概率

设  $\Delta \varphi_{BA}$  为一正态随机变量, 其均值为  $\Delta \varphi_{BAS}$  (测量的系统误差), 散度为  $\sigma_{\varphi_{BA}}$  (测量的随机误差), 其概率分布为  $P_{BA}(\Delta \varphi_{BA})$ , 如图 3 (A) 所示。正确匹配解模糊的概率为  $-\Delta \phi'_{BA} < \Delta \varphi_{BA} < \Delta \phi'_{BA}$  的概率  $P_1$  (对单基线而言)。

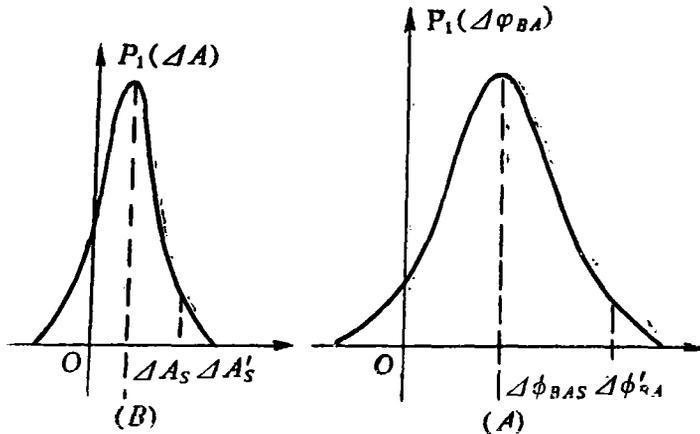


图 3

$$P_1 = P(-\Delta \phi'_{BA} < \varphi_{BA} < \phi'_{BA}) = \int_{-\Delta \phi'_{BA}}^{\phi'_{BA}} P_{BA}(\Delta \varphi_{BA}) d(\Delta \varphi_{BA}) \quad (17)$$

式中  $\Delta \phi'_{BA} = \pi/n$ 。

考虑到另一条基线时, 同理可求得  $P_2$ 。因此总的系统 (双基线系统) 的正确匹配概率为

$$P = P_1 \cdot P_2$$

#### (2) 雷达数据解模糊的匹配概率

由(14)式匹配条件  $|\Delta A|_{\max} = \frac{\lambda}{2D_1} = \Delta A'$ . 同理  $\Delta A$  也是由系统误差  $\Delta A_S$  和随机误差  $\sigma_A$  组成. 设  $\Delta A$  的概率分布  $P_A(\Delta A)$  为正态分布, 如图 3(B) 所示. 故正确匹配解模糊的概率为

$$P_1 = P(-\Delta A' < \Delta A < \Delta A') = \int_{-\Delta A'}^{\Delta A'} P_A(\Delta A) d(\Delta A) \quad (18)$$

考到与另一基线正确匹配概率为  $P_2$ , 总系统的匹配概率为

$$P = P_1 \cdot P_2.$$

### (3) 多基线与雷达数据解模糊的匹配概率

这种情况为先用雷达数据解中测基线的测角模糊, 再用无模糊的中测基线去解精测基线的测角模糊. 因此单个基线的正确解模糊的概率应为第一次正确匹配解模糊的概率  $P(A)$  与在此条件下第二次正确解模糊的条件概率  $P(B/A)$  的乘积

$$P_1 = P(A) \cdot P(B/A) \quad (19)$$

对于总的系统而言,  $P = P_1 \cdot P_2$ .

## 二、干涉仪测角系统计算机模拟方法

我们用雷达数据和多天线对相结合解模糊的情况为例进行模拟. 图 4 为该系统的天线位置图. 图中  $A, B, C, D, E, H$  为干涉仪天线,  $O$  为雷达站,  $T$  为发射天线.  $AB = DE = 50\lambda$ ,  $AC = DH = 500\lambda$ . 系统模拟的粗框图如图 5 所示. 坐标变换将发射坐标系中的弹道数据  $X_6, Y_6, Z_6$ , 转换为测量坐标系中的弹道数据  $X_1, Y_1, Z_1$ . 根据  $X_1, Y_1, Z_1$  数据计算理论值作为比较的标准. 用随机数来模拟测量误差. 从而得到实际测量结果的模拟.

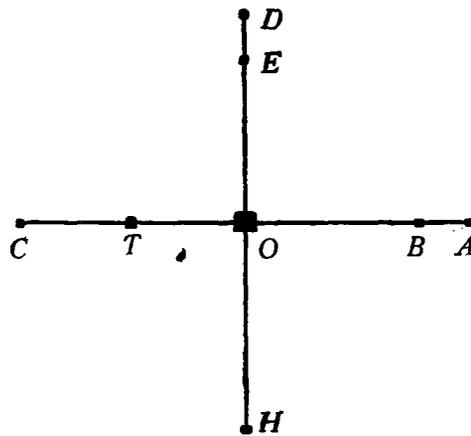


图 4

最后再进行坐标反变换, 得到弹道数据误差. 下面分几个问题加以说明.

### 1. 坐标变换与反变换

令发射坐标系为  $O_6 - X_6 Y_6 Z_6$ , 测量坐标系为  $O_1 - X_1 Y_1 Z_1$ , 在发射点的法向与垂线间的误差可忽略的条件下可得下述坐标变换关系;

$$\begin{pmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{pmatrix} = \mathbf{R}_3(-B_0) \cdot \mathbf{R}_1(L_0 - L_r) \cdot \mathbf{R}_3(B_r) \cdot \mathbf{R}_2(-A_r) \begin{pmatrix} X_6 \\ Y_6 \\ Z_6 \end{pmatrix} - \mathbf{R}_3(-B_0) \cdot \mathbf{R}_1(L_0) \begin{pmatrix} Z_{5_0} - Z_{5_r} \\ X_{5_0} - X_{5_r} \\ Y_{5_0} - Y_{5_r} \end{pmatrix} \quad (20)$$

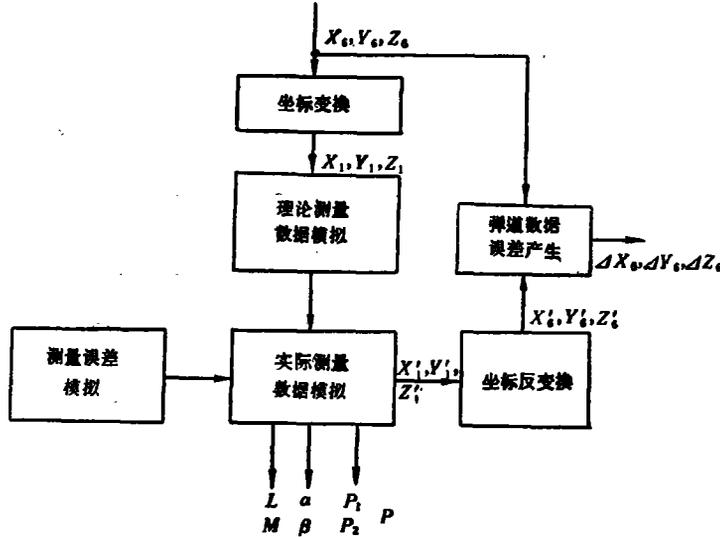


图 5

$$\begin{pmatrix} X'_6 \\ Y'_6 \\ Z'_6 \end{pmatrix} = \mathbf{R}_2(-A_r) \cdot \mathbf{R}_3(-B_r) \cdot \mathbf{R}_1(L_r - L_0) \cdot \mathbf{R}_3(B_0) \begin{pmatrix} X'_1 \\ Y'_1 \\ Z'_1 \end{pmatrix} + \mathbf{R}_2(-A_r) \mathbf{R}_3(-B_r) \mathbf{R}_1(L_r) \begin{pmatrix} Z_{5_0} - Z_{5_r} \\ X_{5_0} - X_{5_r} \\ Y_{5_0} - Y_{5_r} \end{pmatrix} \quad (21)$$

式中  $\mathbf{R}_3(\cdot)$ ,  $\mathbf{R}_2(\cdot)$ ,  $\mathbf{R}_1(\cdot)$  分别为绕  $Z, Y, X$  轴旋转的旋转矩阵。  $B_0, L_0$  为测站的纬度和经度,  $B_r, L_r$  为发射点质心的纬度和经度,  $A_r$  为水平射向与本地正北方向的夹角。  $Z_{5_0}, X_{5_0}, Y_{5_0}$  为测站原点在空间坐标系中的三坐标,  $Z_{5_r}, X_{5_r}, Y_{5_r}$  为发射点质心在空间坐标系中的三坐标。利用 (20), (21) 式可将发射坐标和测量坐标互相转换。

## 2. 理论测量数据的模拟

理论测量数据是根据测量坐标系中的几何关系得到的。由图 2 坐标系可得基本公式如下:

$$\text{斜距 } R = (X^2 + Y^2 + Z^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$\text{方位角 } A_T = \arctan(Y/X), \quad \text{俯仰角 } E_T = \arctan[(R^2 - X^2 - Y^2)/(X^2 + Y^2)]^{\frac{1}{2}}$$

方向余弦  $L_T = X/R$ ,  $M_T = Y/R$ 。各天线对的输入信号的相位差分别为

$$F_{AB} = 2\pi(D_{AB}/\lambda)L_T, \quad F_{AC} = 2\pi(D_{AC}/\lambda)L_T,$$

$$F_{DE} = 2\pi(D_{DE}/\lambda) \cdot M_T, \quad F_{DH} = 2\pi(D_{DH}/\lambda) \cdot M_T.$$

而实际所测得的相位差分别为

$$F_1 = F_{AB} - 2\pi n_1, F_2 = F_{AC} - 2\pi n_2, F_3 = F_{DE} - 2\pi n_3, F_4 = F_{DH} - 2\pi n_4.$$

由公式(16)可得

$$K_1 = (D_{AB}/\lambda) \cdot \cos E_T \cdot \cos A_T - F_1/2\pi,$$

$$K_2 = [(D_{AC}/D_{AB}) \cdot F_{AB} - F_2]/2\pi.$$

对于另一件基线则有

$$G_1 = (D_{DE}/\lambda) \cdot \cos E_T \cdot \sin A_T$$

$$- F_3/2\pi,$$

$$G_2 = [(D_{DH}/D_{DE}) \cdot F_{DE}$$

$$- F_4]/2\pi.$$

对应每一弹道点有一组数据。这些数据可作为数据处理中的理论数据供比较用。模拟计算的框图如图6所示。应该注意的是图2中坐标与测量坐标系  $O X_1 Y_1 Z_1$  是不一致, 它们的关系是:  $X = -X_1, Y = Z_1, Z = Y_1$ 。此外考虑到实际情况, 我们假定系统对仰角小于  $5^\circ$  的弹道点不进行跟踪测量。

### 3. 测量误差的随机数模拟

测量误差用具有正态分布的随机数来模拟。于是所得测量值分别为

$$\begin{cases} E_M = E_T + R_E \\ A_M = A_T + R_A \\ F_{1M} = F_{1T} + R_{F1} \\ F_{2M} = F_{2T} + R_{F2} \\ F_{3M} = F_{3T} + R_{F3} \\ F_{4M} = F_{4T} + R_{F4} \end{cases} \quad (22)$$

式中  $R_E, R_A, R_{F1}, R_{F2}, R_{F3}, R_{F4}$  分别表于俯仰、方位、 $AB, AC, DE, DH$  天线对用  $2\pi$  型相位计所测得的相位差。其均值代表系统误差, 散度代表随机误差。因此模拟测量误差就是要产生这样六个正态随机数。

正态随机数产生的方法有多种, 我们采用混合同余法首先产生

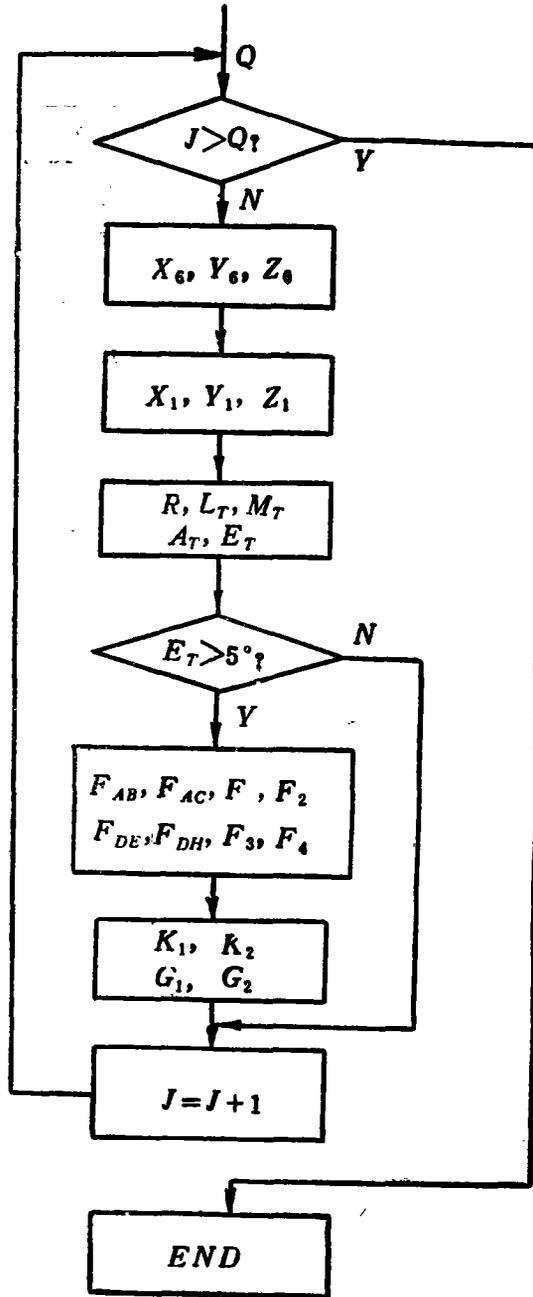


图 6

0~1 之间均匀分布的六个随机数  $U_1, V_1, U_2, V_2, U_3, V_3$ 。产生这些伪随机数的递推同余式为

$$R_i \equiv AR_{i-1} + C \pmod{M_0}, \quad (i=1, 2, \dots)$$

式中一般取  $M_0 = 2^K, A \equiv 1 \pmod{4}, C$  与  $M_0$  互素,  $R_0$  可选  $(0 \sim M_0)$  中的任意数。  $K$  为计算机的字长, 为了改善随机数的统计特性, 适当选择  $A, C$  是必要的。可用假设检验来检验是否满足均匀分布的假设。这里选  $M_0 = 32768, A = 13, C = 11235, K = 15$ 。六个不同的初值分别为

$$R_1 = 22767, R_2 = 27267, R_3 = 17675$$

$$R_4 = 21863, R_5 = 20175, R_6 = 19355$$

将这些初值代入同余式运算, 便可分别得到六个在  $0 \sim M_0$  中均匀分布的随机数。除以  $M_0$  后便得到  $0 \sim 1$  间的六个均匀分布的随机数。它们是

$$U_1 = R_1/M_0, V_1 = R_2/M_0, U_2 = R_3/M_0$$

$$V_2 = R_4/M_0, U_3 = R_5/M_0, V_3 = R_6/M_0$$

其次采用数学推导的方法, 将  $0 \sim 1$  间的两个均匀分布的随机数变为两个正态分布的随机数, 考虑到它们的散度和均值后得到:

$$\begin{aligned} R_A &= M_2 A \cdot (-2 \ln U_1)^{\frac{1}{2}} \cos 2\pi V_1 + M_1 A \\ R_E &= M_2 E \cdot (-2 \ln U_1)^{\frac{1}{2}} \sin 2\pi V_1 + M_1 E \\ R_{F1} &= M_2 F_1 (-2 \ln U_2)^{\frac{1}{2}} \cos 2\pi V_2 + M_1 F_1 \\ R_{F2} &= M_2 F_2 (-2 \ln U_2)^{\frac{1}{2}} \sin 2\pi V_2 + M_1 F_2 \\ R_{F3} &= M_2 F_3 (-2 \ln U_3)^{\frac{1}{2}} \cos 2\pi V_3 + M_1 F_3 \\ R_{F4} &= M_2 F_4 (-2 \ln U_3)^{\frac{1}{2}} \sin 2\pi V_3 + M_1 F_4 \end{aligned} \quad (23)$$

式中  $M_2 A, M_1 A$  分别表示方位角随机误差的散度, 和其均值, 其他类推。产生随机数的框图如图 7 所示。图中  $Q$  为弹道点数,  $N$  表示对每个弹道点的测量次数。

#### 4. 实际测量结果的模拟

(1) 可根据 (22) 式求得实际模拟的方位角、俯仰角, 以及干涉仪各天线对所测得的相位差。

(2) 模拟测量的方向余弦  $L$  和  $M$

用 (16) 式, 令  $E = E_T, A = A_T, \varphi_1 = F_1, \phi_1 = F_{AB}, \varphi_2 = F_2$  可求得理论值  $k_1$  和  $k_2$ 。再利用 (16) 式, 令  $E = E_M, A = A_M, \varphi_1 = F_{1M}, \varphi_2 = F_{2M}$ , 可求得实际模拟的  $k_6$  值。

$$k_3 = 50 \cos E_M \cdot \cos A_M - F_{1M}/2\pi$$

$$k_4 = k_3^*$$

$$k_5 = 10(k_4 + F_{1M}/2\pi) - F_{2M}/2\pi$$

$$k_6 = k_5^*$$

于是

$$L = (2\pi k_6 + F_{2M}) / (500 \cdot 2\pi)$$

同理可求得另一基线的  $k$  值, 用  $G$  表示为

$$G_1 = 50 \cos E_T \cdot \sin A_T - F_3/2\pi$$

$$G_2 = (10F_{DE} - F_4) / 2\pi$$

$$G_3 = 50\cos E_M \cdot \sin A_M - F_{3M} / 2\pi$$

$$G_4 = G_3^*$$

$$G_5 = 10(G_4 + F_{3M} / 2\pi) - F_{4M} / 2\pi$$

$$G_6 = G_5^*$$

于是

$$M = (2\pi G_6 + F_{4M}) / 500 \cdot 2\pi$$

各对一个弹道点测量  $N$  次时, 便可得到  $L, M$  的平均值。模拟测量的框图如 8 图所示。

(3) 正确匹配概率的模拟

由上一节数学模型的分析可知, 正确匹配的判别准则是  $|K| < \frac{1}{2}$ 。于是令  $K_D = K_3 - K_1$ , 如果  $|K_D| < \frac{1}{2}$  则说明雷达数据是正确解了中测基线的测角模糊。相反  $|K_D| > \frac{1}{2}$  则表示错误匹配的情况。

同理若  $|K_I| = |K_5 - K_2| < \frac{1}{2}$ , 则表示中测基线与精测基线是正确匹配的, 否则为错误匹配情况。对于另一基线, 同理是用  $|G_I|$ ,  $|G_D|$  是否大于  $\frac{1}{2}$  来判断。设在  $Q$  个弹道点的  $NQ$  次测量中, 正确匹配的

次数为  $N_3$ , 对于另一条基线为  $N_6$ , 于是正确匹配概率分别为  $P_1 = N_3 / NQ, P_2 = N_6 / NQ$ 。总的匹配概率为  $P = P_1 \cdot P_2$ 。匹配概率模拟计算的框图如图 9 所示。

(4) 弹道坐标误差的模拟

根据图 2 的几何关系, 并假设测距的距离误差可以忽略, 此时仅考虑由于测角误差所引起的坐标误差。所测得的  $X'_1, Y'_1, Z'_1$  坐标分别为

$$X'_1 = Rl$$

$$Y'_1 = Rm$$

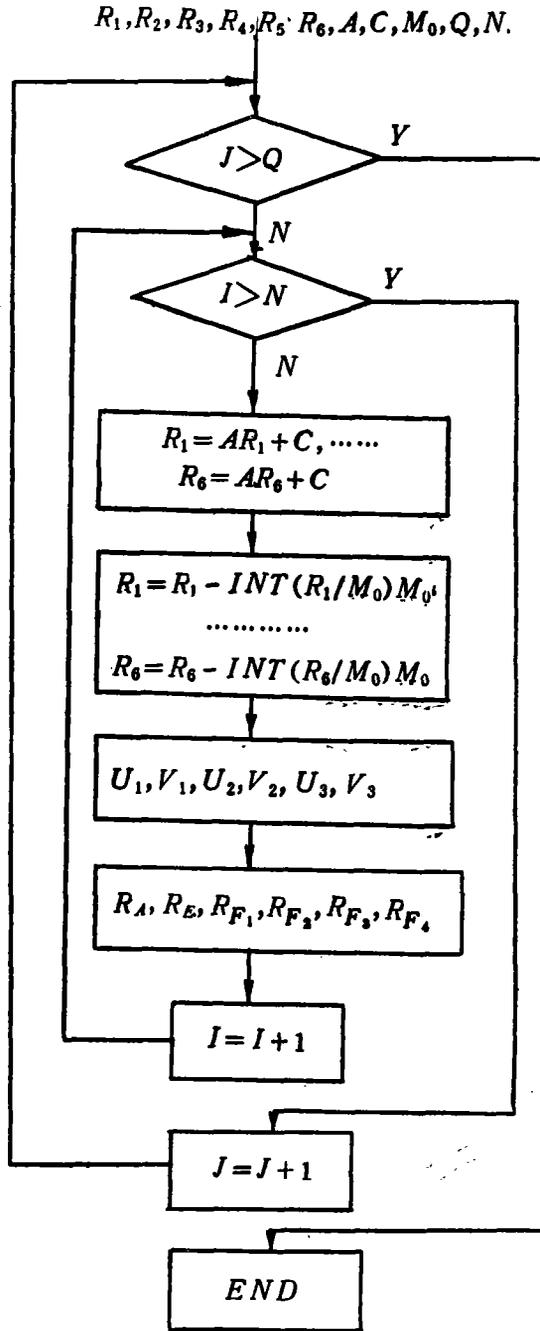


图 7

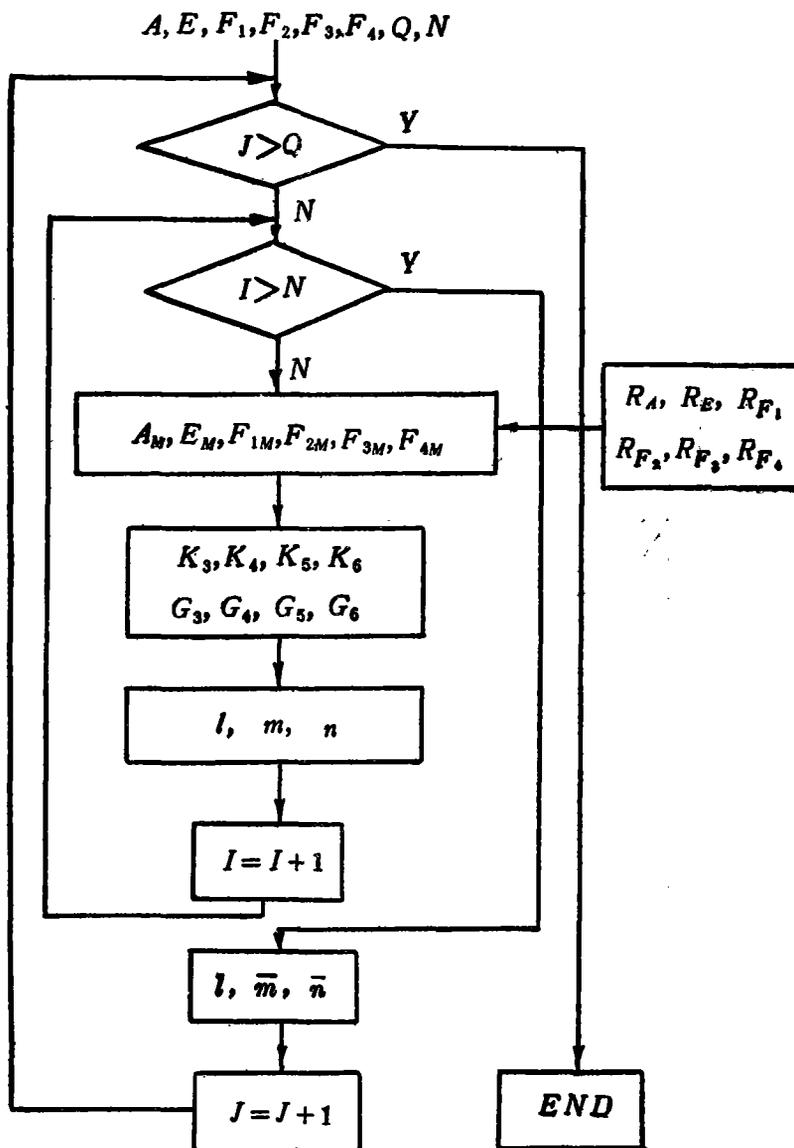


图 8

$$Z'_1 = Rn$$

$$n^2 = 1 - l^2 - m^2$$

利用坐标反变换可以将  $X'_1, Y'_1, Z'_1$  转为发射坐标  $X'_6, Y'_6, Z'_6$ ，于是在发射坐标系中可求得弹道数据的误差为：

$$DX = X'_6 - X_6$$

$$DY = Y'_6 - Y_6$$

$$DZ = Z'_6 - Z_6$$

$N$ 次测量后可得其平均值。

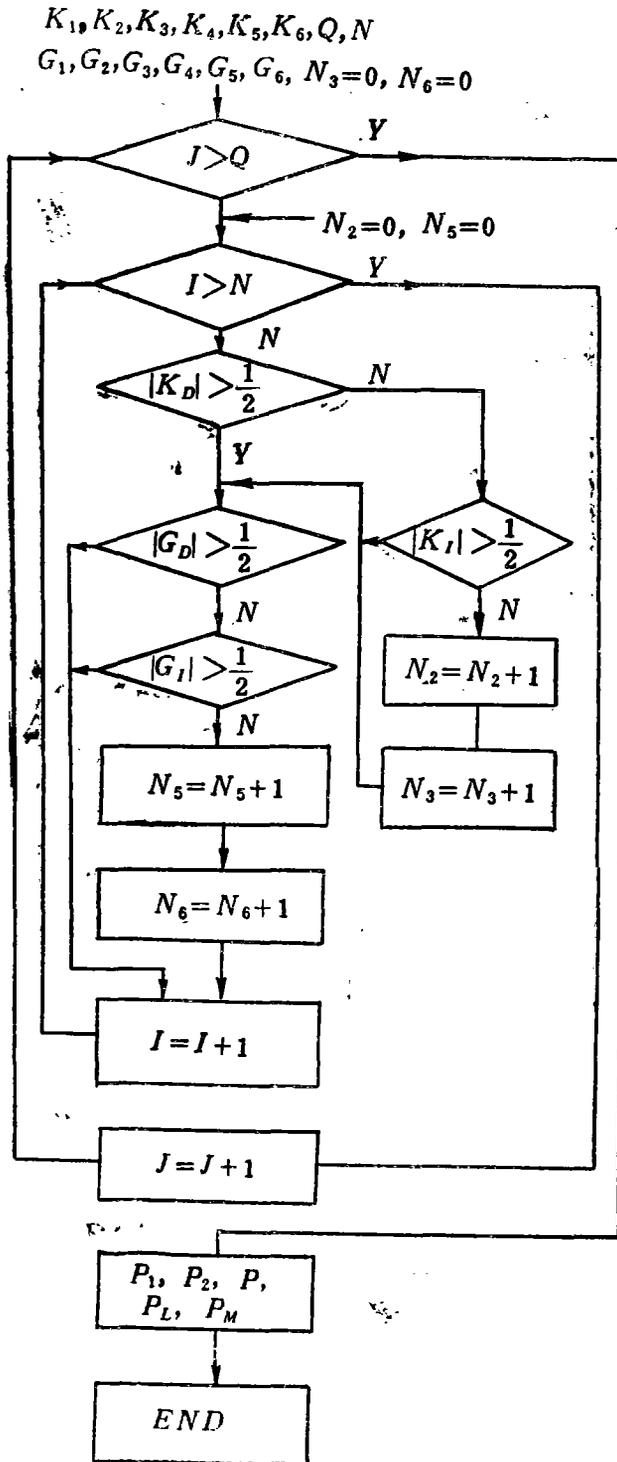


图 9

### 三、系统模拟举例及结果分析

我们仍以图 4 所示系统为例进行系统模拟与结果分析。该系统简略的模拟框图如图 11 所示。所用弹道如图 10 所示。主要模拟系统站址的确定和测量精度对匹配概率的影响问题。

#### 1. 干涉仪测角系统站址的确定

为了确定站址，我们在精度相同的条件下，选择四个不同的站址进行模拟计算。精度数据为

$$\Delta A = \Delta E = \sigma_A = \sigma_E = 2.5 \text{ mrad}$$

$$\Delta F_1 = \Delta F_3 = \sigma_{F1} = \sigma_{F3} = 80 \text{ mrad}$$

$$\Delta F_2 = \Delta F_4 = \sigma_{F2} = \sigma_{F4} = 3 \text{ mrad}$$

假设发射点的纬度  $B_r = 0.471239$ ，经度  $L_r = 1.74533$ 。四个站址纬度和经度如表 1。

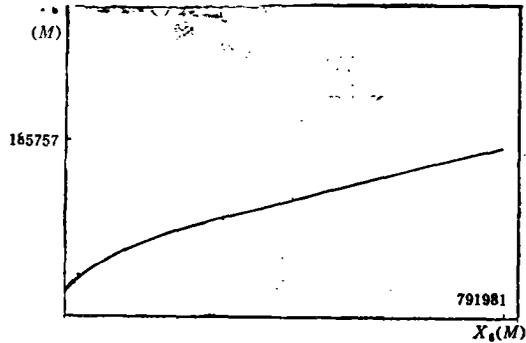


图 10

表 1

站 址 号	纬度 $B_0$	经度 $L_0$	注 解
1	0.506145	1.91986	二级关机点以远
2	0.485393	1.87967	二级关机点附近
3	0.473018	1.75847	一级关机点附近
4	0.471239	1.74572	发射点附近

实验数据附表略。所得数据皆为每个弹道点测量 50 次的均值。对应上述四个站的误差曲线如图 12, 13, 14, 15 所示。横坐标为发射后的时间  $t$  之半。即  $T = \frac{t}{2}$ 。纵坐标为  $DXS$ ,  $DZS$ ,  $DYS$  分别表示水平射向距离误差，横向偏差和垂直水平面的高度误差。坐标中凡超过正负 20 米的点按 20 米误差绘图，具体数值用数字标出。由图可看出误差的分布情况。用  $X_E$ ,  $Y_E$ ,  $Z_E$  和  $\Delta R$  分别表示全弹道测量误差的均值和误差半径，统计数据列于表 2。

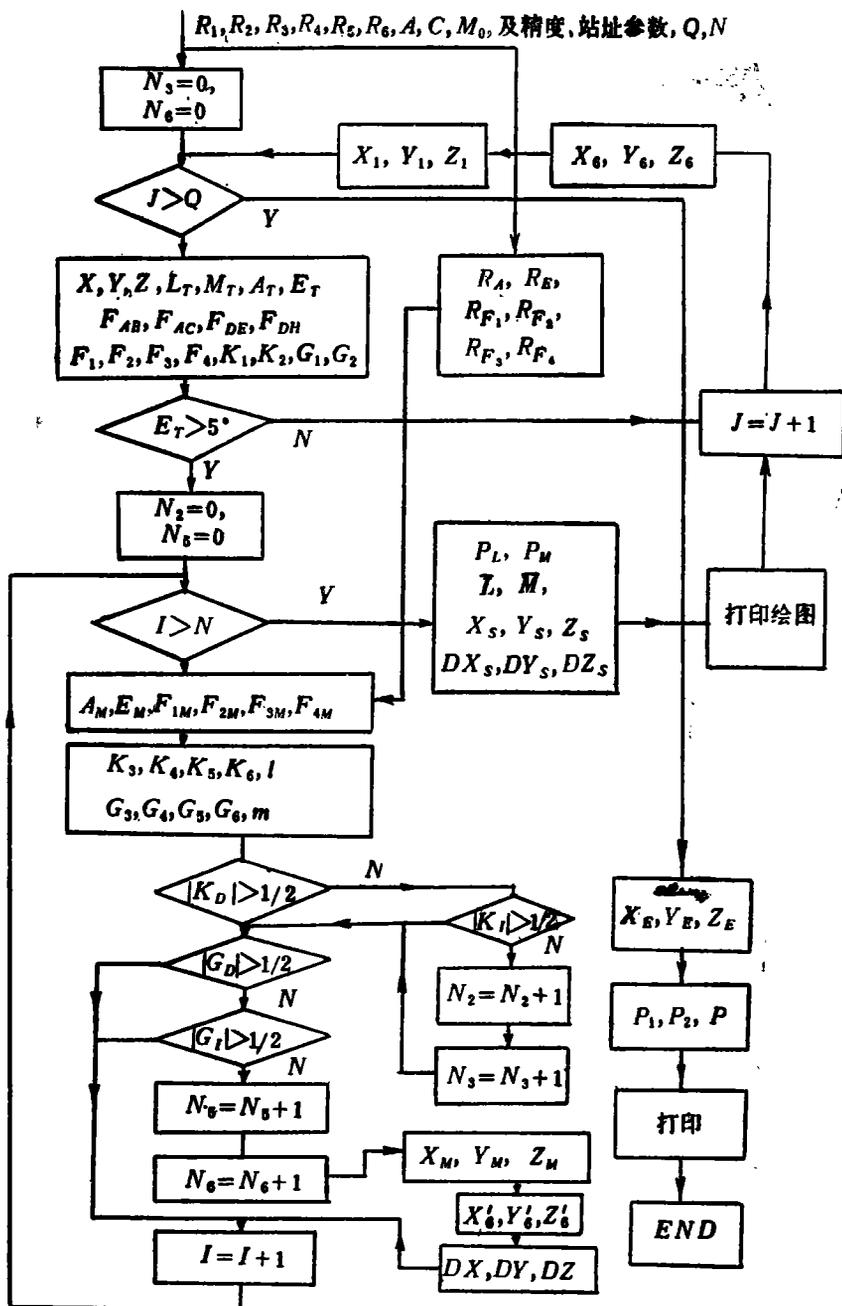


图 11

表 2

参 数	站 址	1	2	3	4
$T$ (秒)		99	83	24	6
$X_E$ (米)		-7.88048	-1.45959	0.760086	1.07377
$Y_E$ (米)		-43.325	-3.14038	-2.5013	-3.39391
$Z_E$ (米)		23.8422	13.4918	-3.17767	-4.40362
$AR$ (米)		50.0994	13.5890	4.11483	5.66246
$F_1$		0.99737	0.997097	0.997521	0.997842
$P_2$		0.998696	0.997097	0.997521	0.997842
$P$		0.99609	0.994202	0.995377	0.995975

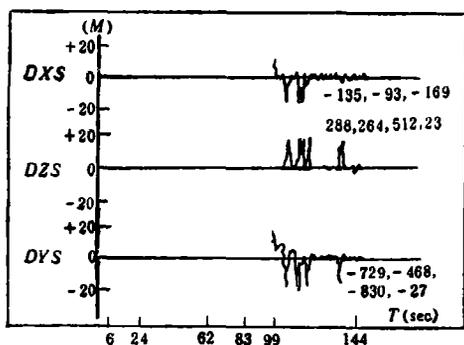


图 12

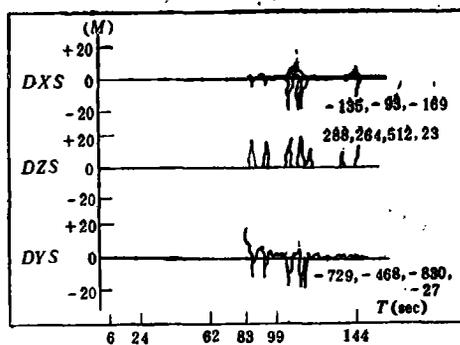


图 13

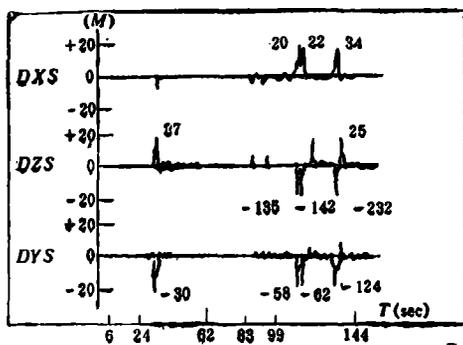


图 14

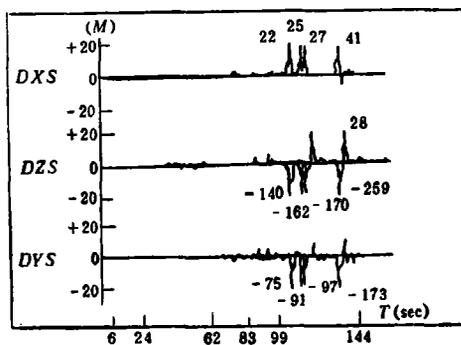


图 15

为了进一步研究站址选择对一、二级关机点坐标测量的影响, 分别模拟各站在二级关机点和一级关机点处的测量。500 次测量的统计结果列于表 3 中

表 3

站址 参数	二级关机点				一级关机点	
	1号	2号	3号	4号	3号	4号
$X_E(\text{米})$	2.52413	1.02838	7.6605	9.57413	0.233203	0.446438
$Y_E(\text{米})$	0.783875	-0.891063	-30.014	-37.5482	-0.004125	-0.746672
$Z_E(\text{米})$	0.214508	0.0273359	-28.1062	-29.7155	0.0937313	0.177819
$\Delta R(\text{米})$	2.65174	1.36099	41.8268	48.8318	0.251369	0.887945
$P_1$	1	1	0.998	0.998	1	1
$P_2$	0.998	0.998	0.998	0.998	0.998	0.998
$P$	0.998	0.998	0.996004	0.996004	0.998	0.998

由表 2 和表 3 可得出以下结论:

(1) 为了满足全弹道的测量误差小, 跟踪时间长, 能跟踪测量一、二级火箭关机点坐标的要求, 站址应择选在一级关机点附近。

(2) 在二级关机点附近的站, 测量二级关机点处的参数误差最小。在一级关机点附近的站测量一级关机点附近的参数误差最小, 匹配概率最大。为了准确测量二级关机点附近的参数, 应采用站址 2。

## 2. 测量设备精度对匹配概率和测量结果的影响

我们在选定站址 2 的条件下, 改变测量设备精度观察匹配概率和测量精度的变化。模拟中采用了四种精度数据, 精度 A 为雷达精度不满足要求, 系统和随机误差均为 4 毫弧度。中测基线干涉仪精度为 80 毫弧度, 精测基线干涉仪精度为 3.0 毫弧度; 精度 B 为中测基线干涉仪精度不满足要求, 分别为 2.5 毫弧度, 100 毫弧度, 3 毫弧度; 精度 C 为精测基线干涉仪精度较低, 分别为 2.5 毫弧度, 80 毫弧度, 5 毫弧度; 精度 D 为精测基线干涉仪精度较高, 分别为 2.5 毫弧度, 80 毫弧度, 3 毫弧度。模拟数据附表略, 根据数据统计的全弹道平均误差参数和匹配概率列于表 4 中。由表 4 数据得出以下结论:

(1) 比较 A, D 情况可知, 如果雷达测量精度超出正确匹配解模糊所要求的值时, 对全弹道测量的精度与匹配概率的影响很大。因此对雷达数据匹配解模糊的精度要求要严;

(2) 比较 B, D 情况可知, 当中测干涉仪测相精度为  $(\Delta F_1^2 + \sigma_{F_1}^2)^{\frac{1}{2}} = 141.421$  毫弧度时, 使匹配概率大大下降, 但对精度的影响不如情况 A 大;

表 4

精度 参数	A	B	C	D
$X_E$ (米)	-22.626	-2.87366	-1.12456	-1.45959
$Y_E$ (米)	-79.7017	-6.84998	-2.14009	-3.14038
$Z_E$ (米)	137.098	23.0721	13.3044	13.0398
$AR$ (米)	160.188	24.2384	13.5223	13.4918
$P_1$	0.98351	0.983226	0.997097	0.997097
$P_2$	0.992258	0.983226	0.997097	0.997097
$P$	0.976254	0.966733	0.994202	0.994202

(3) 比较C、D情况可知,当雷达和短基线干涉仪的测量精度对应相同,并满足要求时,正确匹配概率相等。而最终的测量精度由精测基线的测量精度来确定,D情况下精度高于C情况的测量精度。

由此例可见,通过调整有关参数,完全可以用计算机模拟的方法达到本文在前言中提到的有关分析论证的问题。

本文只是对干涉仪测角系统一种模拟的尝试,有些方面的问题还未涉及,有待进一步考虑。文中所用理论弹道数据是由303教研室沈为异同志提供的,顺致谢意。

### 参 考 文 献

- [1] 407教研室编,航天无线电测控技术与系统,国防科技大学,1981.8.
- [2] 中国科学院计算中心概率统计组编著,概率统计计算,科学出版社,1979.
- [3] 常梦雄,王耀勋编,系统模拟基础,国防科技大学,1981.8.
- [4] 六〇四组,干涉仪测角匹配概率的计算机模拟,1017所.
- [5] 谭浩强,田淑清,谢锡迎编,BASIC语言,科学普及出版社.1980.
- [6] Ernest H.Ehling, Range Instrumentation
- [7] 导弹与航天试验:靶场测量设备概论,国外电子工程编辑部,1973,3,

## Computer Aided Analysis of Interferometer Angle Measurement System

Hu Xiao-min

### **Abstract**

An aided analysis of Interferometer by means of computer simulative calculation is presented here. A mathematical model of Interferometer angle measurement system and a method of computer simulation are introduced in this paper. Finally, an example of system simulation and analysis of results are given.