

线性可调汽蚀文氏管研究

高汉如 李晓滨

提 要 本文是“可调汽蚀文氏管”课题研究的阶段报告。

为了提高变推力发动机的控制精度，要采用带有特殊型面调节锥的线性可调汽蚀文氏管。本文证明了这种调节锥的形状应为一旋转抛物面，并得到了实验验证，也给出了这种使流量与调节锥行程为线性关系的文氏管之设计方法。为了便于设计，对参数间的关系及有关的问题也进行了讨论。

本文可供从事变推力液体火箭发动机和文氏管流量计的研究工作者参考。

一、问题的提出

我们在文献[1][2]中对调节锥型面为锥型的汽蚀文氏管的工作进行了讨论分析并得到了调节锥型面为锥型的流量可调汽蚀文氏管的流量/行程关系为 $G=BH-AH^2$ （参看[1]公式(3)）。锥型型面在调节过程中，总是存在着非线性误差，这将有碍控制精度的提高，固然我们可以通过选择适当的参数来尽量减小非线性误差，但这些参数的选择都是受一定条件制约的。比如：降低燃烧室压力进而减小文氏管进口压力 P_1 ，可以减小非线性误差，但燃烧室压力的降低将影响燃烧室的性能。又比如：减小工作最小间隙 L_1 ，也可以使误差减小（参见[2]图2-4），但 L_1 的减小使边界层的影响增加，流量系数变化，压力恢复系数变小，所以对 L_1 应有一个最小允许值 L_{min} ，使 $L_1 > L_{min}$ ，这样就势必带来一定的非线性误差。当误差超过允许值时，为了得到 $G \propto f(H)$ 成线性关系就要把调节锥做成特型型面的。

二、计算关系式

为了得到在直角坐标系中表示特殊调节锥型面的迴转母线的坐标，我们给出秒流量/行程关系曲线（图1）及几何关系图（图2）以便于讨论。

假设我们设计出了调节锥型面为锥型的流量可调汽蚀文氏管，并且流量 G 与行程 H 间的非线性误差较大，如图1所示。在实际工作中，为了使它满足线性要求，使每一个行程 H 所对应的秒流量不是 G_n 而是 G_d ，即曲线上各点应落到 (G_1, H_1) ， (G_2, H_2) 点连

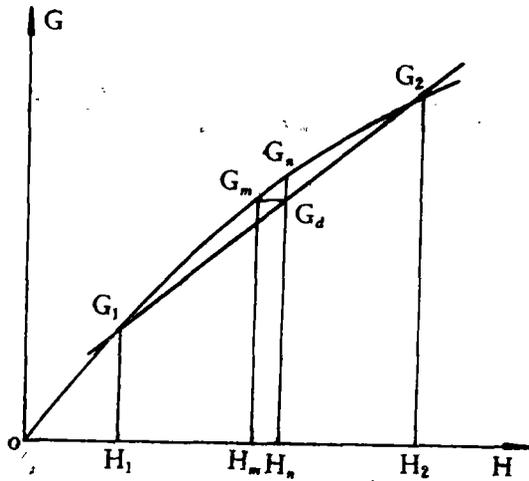


图 1

接的直线上, 这样就要求对应调节锥的型面有相应的变化。变化后的型面所对应的调节锥工作点直径是增大的。由于直径的增大使调节流量发生变化, 而变化量 ΔG , 正好抵消 G_n 与 G_d 之差值。这样就使原锥增补成一个特殊型面的调节锥, 以满足线性特性的要求。具体作法见图 2。

以调节锥的中心线作为坐标横轴, 由 $H=0$ 处引横轴的垂线作为坐标纵轴, 二轴坐标均以长度作单位 (cm)。

为了得到特殊型面迴转母线上各工作点的坐标, 我们首先将行程差 ϕ 分成 J 等分 (等分多少可根据 ϕ 的大小和要求精确的程度确定)。 Y_0 是锥、管接触点的纵坐标。

$$Y_0 = R_t + r_t \left(1 - \cos \frac{\theta}{2} \right)$$

(R_t —文氏管喉部半径)

经 ϕ 的各等分点 (1, 2, ..., i , ...) 引调节锥迴转母线 $\overline{o'c}$ 的平行线, 交于母线的垂线 \overline{ab} , 通过 \overline{ab} 上各交点引 \overline{ac} 的平行线与锥迴转母线相交, 过各点引横轴的垂线即得图 2。

我们来研究第 i 点, 在锥型型面上工作点为 n_i , 为了得到理论线性关系, 其工作点应为 m_i , 即在 \overline{ab} 线上工作点应从 i' 移动到 m_i' , 正是由于该工作点的移动, 减小了过流断面, 使文氏管通过的流量由 G_n 变为 G_d , 而这个 G_d 是满足流量特性为线性关系的。

下面研究 m_i 点的坐标。由图 2 的几何关系得:

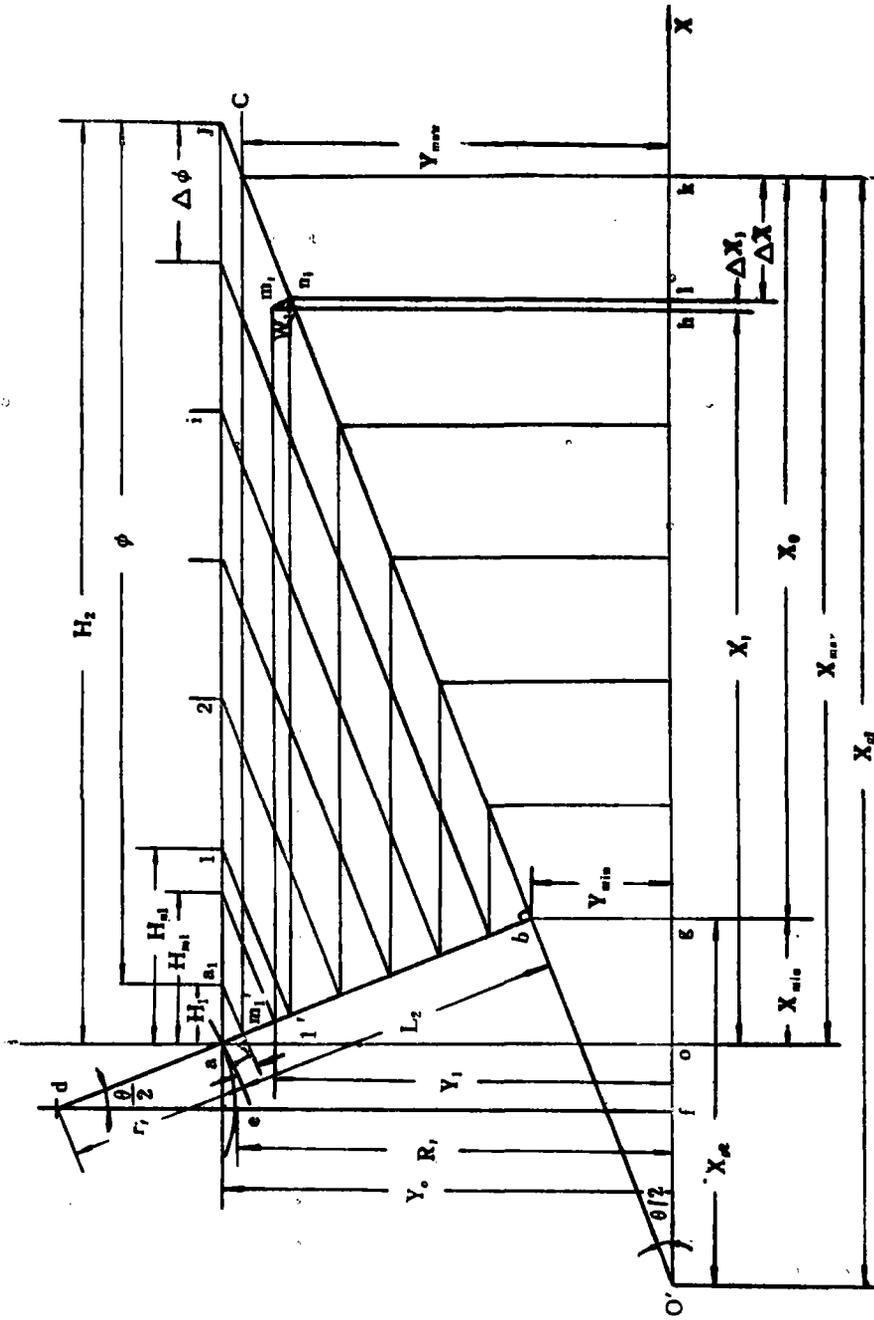
$$x_i = \phi - i \Delta \phi + H_{m_i} \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

其中:

$$H_{m_i} = \frac{B - \sqrt{B^2 - 4AG_{m_i}}}{2A}$$

$$G_{m_i} = KH_{m_i} - S$$

$$y_i = R_t + r_t \left(1 - \cos \frac{\theta}{2} \right) - H_{m_i} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}$$



由此，调节锥工作段最大半径：

$$Y_{\max} = R_t + r_t - (r_t + L_1) \cos \frac{\theta}{2}$$

调节锥工作段最小半径：

$$Y_{\min} = R_t + r_t - (r_t + L_2) \cos \frac{\theta}{2}$$

根据上述推导，我们编排了 GHRI 和 GHRK 程序，（本文从略）可以对锥型和理论特型型面进行设计计算。

GHRI 程序给出了满足最大绝对误差 δ 要求的锥型和理论特型型面的两种计算结果。

GHRK 程序给出了满足最小间隙 L_1 的锥型和理论特型型面的两种计算结果。

根据 GHRK 程序的计算结果，如果误差在允许范围以内，最小间隙又满足要求则可采用锥型调节型面，若只满足间隙而不满足误差要求，则只好采用已经给出的理论特型型面调节锥的计算结果。

表 1

| | 名 称 | 符号 | 数 据 | 单 位 |
|---------------------------------|---------------|------------|-----------|--------------------|
| 已 知 条 件 | 调节最小流量 | G_1 | 0.0857 | kg/s |
| | 调节最大流量 | G_2 | 0.369 | kg/s |
| | 最大绝对误差 | δ | 0.01 | kg/s |
| | 推进剂比重(20℃) | r_0 | 0.001629 | kg/cm ³ |
| | 文氏管入口压力 | P_1 | 22 | kg/cm ² |
| | 推进剂饱和蒸汽压(20℃) | P_s | 0.5656 | kg/cm ² |
| | 文氏管喉部圆角半径 | r_t | 0.1 | cm |
| | 调节锥行程差 | ϕ | 0.5 | cm |
| | 特殊型面坐标计算点数 | M | 9 | |
| 锥 型 面 计 算 结 果 | 调节比 | E | 0.2322493 | |
| | 调节锥半角 | $\theta/2$ | 4°53' | |
| | 文氏管喉部直径 | d_t | 0.3643420 | cm |
| | G_1 对应调节间隙 | L_1 | 0.0109504 | cm |
| | G_2 对应调节间隙 | L_2 | 0.0535737 | cm |
| | 最大相对误差 | ξ | 0.0493608 | |
| | G_1 对应之行程 | H_1 | 0.1284559 | cm |
| | G_2 对应之行程 | H_2 | 0.6284548 | cm |

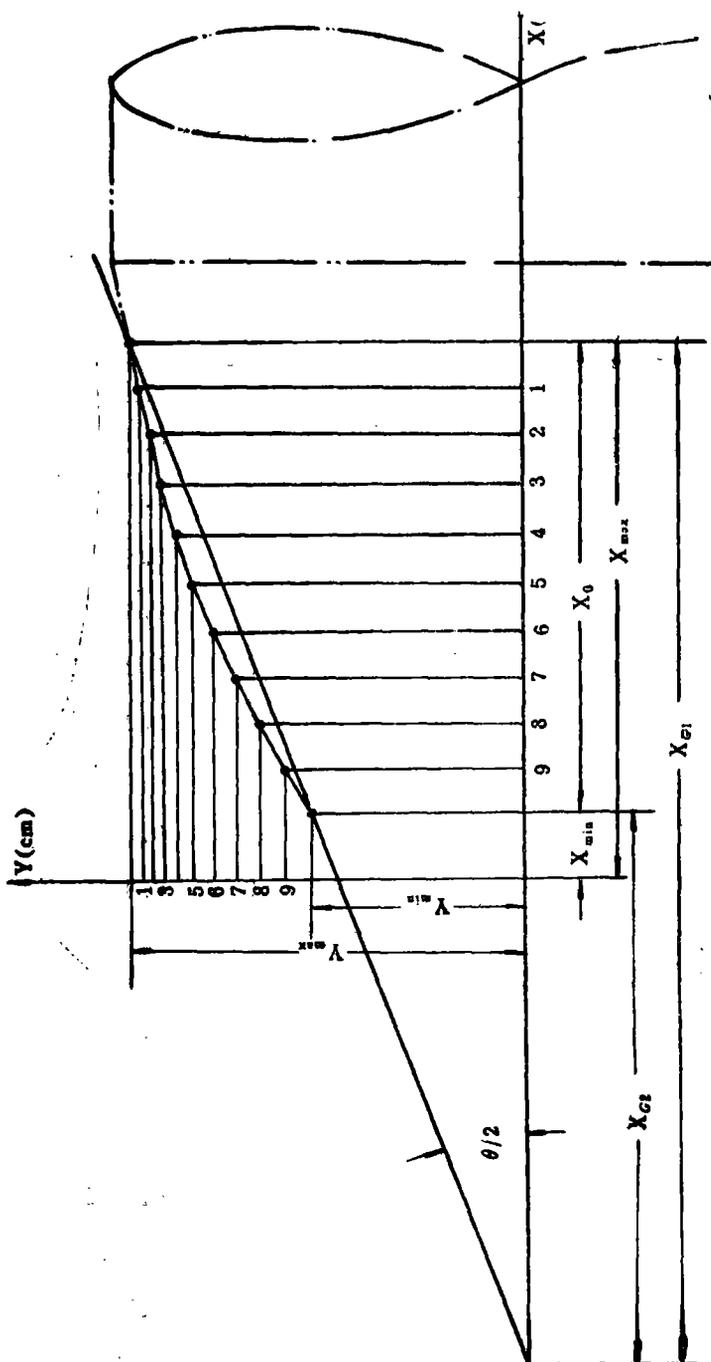


图 3

表 2

| 名 称 | | | | | |
|-------------|-----------------------------|------------|-----------|-----------|----|
| 特 型 | 型面轴向分段数 | J | 10 | | |
| | 型面迴转母线最大横坐标 | X_{\max} | 0.5009334 | | |
| | 型面迴转母线最大纵坐标 | Y_{\max} | 0.1716244 | | |
| | 型面迴转母线最小横坐标 | X_{\min} | 0.0045669 | cm | |
| | 型面迴转母线最小纵坐标 | Y_{\min} | 0.1291562 | | |
| | $X_0 = X_{\max} - X_{\min}$ | X_0 | 0.4963664 | | |
| 面 计 算 | 型面迴转母线各点横坐标 | X_i | 1 | 0.4512554 | cm |
| | | | 2 | 0.4015847 | |
| | | | 3 | 0.3519219 | |
| | | | 4 | 0.3022676 | |
| | | | 5 | 0.2526226 | |
| | | | 6 | 0.2029875 | |
| | | | 7 | 0.1533632 | |
| | | | 8 | 0.1037509 | |
| | | | 9 | 0.0541517 | |
| 结 果 | 型面迴转母线各点纵坐标 | Y_i | 1 | 0.1678617 | cm |
| | | | 2 | 0.1640128 | |
| | | | 3 | 0.1600713 | |
| | | | 4 | 0.1560304 | |
| | | | 5 | 0.1518819 | |
| | | | 6 | 0.1476169 | |
| | | | 7 | 0.1432250 | |
| | | | 8 | 0.1386940 | |
| | | | 9 | 0.1340099 | |

GHRI, GHRK 程序计算结果符号的意义可参看图 3。

三、计算结果举例及分析

见(表 1), (表 2)。

上述结果是通过 GHRI 程序在 441B-III 型电子计算机上计算得到的。计算时取分段数 $J=10$, 将计算结果画成曲线如图 4 所示。

由图 4 可以看出, 计算得到的结果, 其变化规律与原分析是一致的, 我们可用数值分析的方法证明这一特殊型面的迴转母线是一条抛物线。按此型面制造调节锥, 理论上可以使得文氏管的流量特性非线性误差为零, 而 $G \propto f(H)$ 则呈线性关系 (见图 6)。

我们知道, 一般对称于 X 轴的抛物线方程可以表示为: $x = a_0 y^2 + b_0 y + c_0$ 其中三个系数 a_0, b_0, c_0 , 可从表 2 中取 x, y 对应三组数据所列出的三个方程求得:

取数据:

$$\begin{aligned} x_1 &= 0.1037509 & y_1 &= 0.1386940 \\ x_2 &= 0.3022676 & y_2 &= 0.1560304 \\ x_3 &= 0.4512554 & y_3 &= 0.1678617 \end{aligned}$$

系数计算结果:

$$\begin{aligned} a_0 &= 39.1445763 \\ b_0 &= -0.0865385 \\ c_0 &= -0.6371386 \end{aligned}$$

取 $y'_1 = 0.1476169$ 和 $y'_2 = 0.1640128$ 分别代入方程验算, 得

$$x'_1 = 0.2030765; \quad x'_2 = 0.4016648$$

绝对误差:

$$\Delta x_1 = 0.000089; \quad \Delta x_2 = 0.0000801$$

相对误差:

$$\frac{\Delta x_1}{x} = 0.04385\%; \quad \frac{\Delta x_2}{x} = 0.01996\%$$

由验算结果可知, 所作的拟合曲线与计算点吻合得很好, 该结果说明此型面迴转母线是一条二次抛物线, 此抛物线的对称轴平行于 X 轴, 且基本上与 X 轴重合。(见图 5)

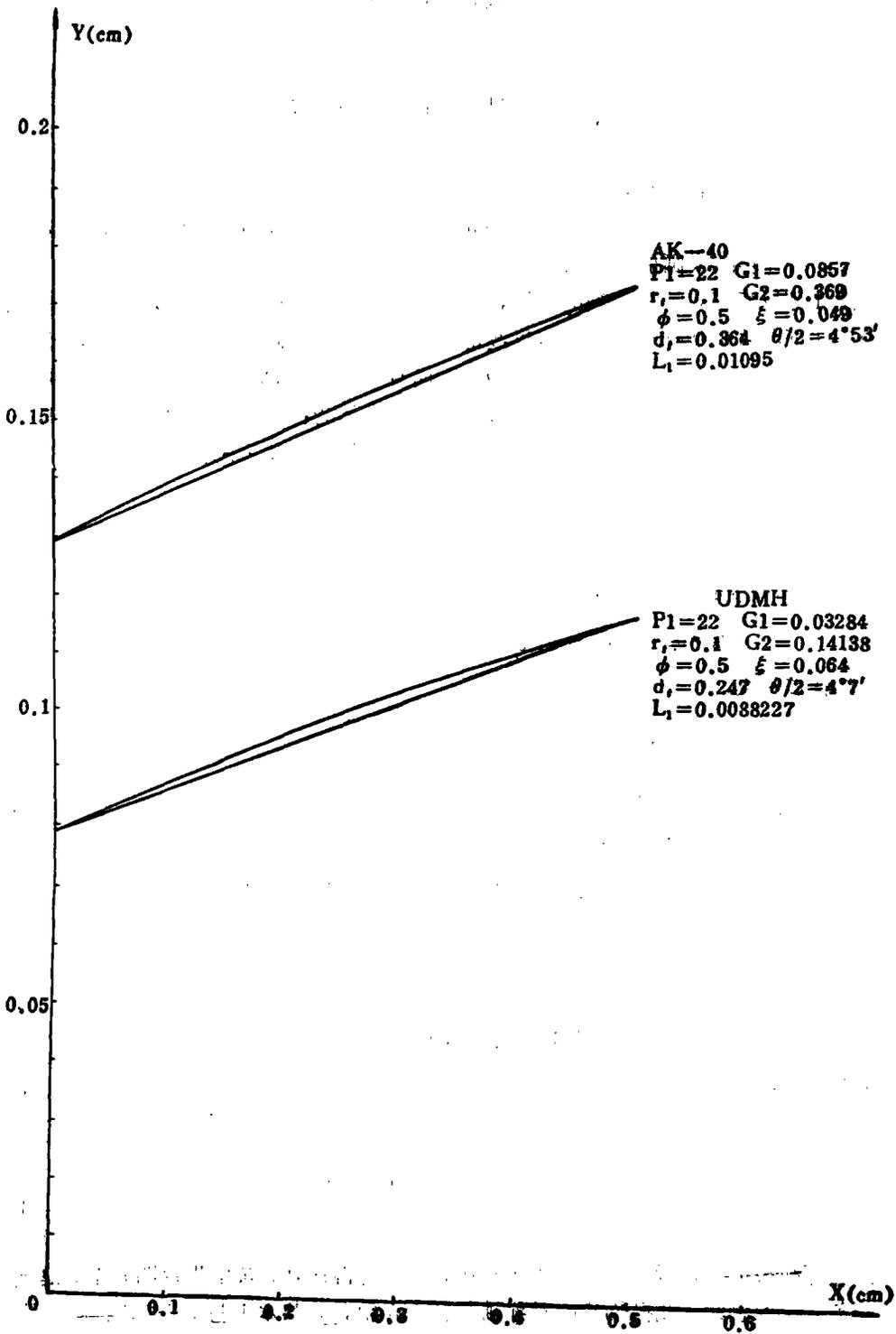


图 4

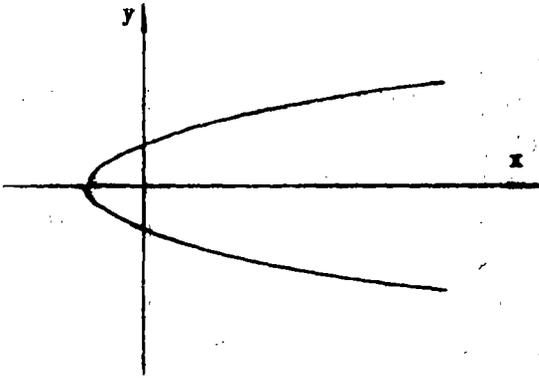


图 5

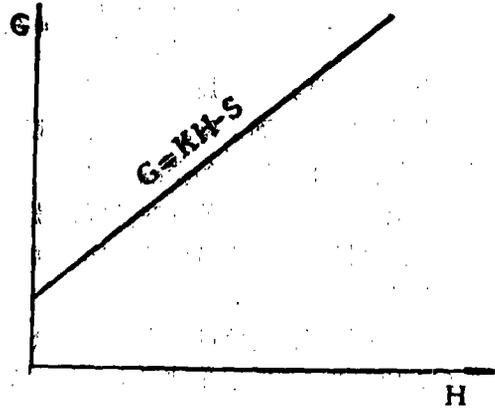


图 6

四、特型型面迴转母线解析表达式

利用图 2 的几何关系, 其中 m_i, n_i 等符号代表任意点的位置, 并去掉下标记为 m, n 等。由图 2 可知:

$$\begin{cases} x = H_2 - H_n + H_m \sin^2 \frac{\theta}{2} \\ y = R_i + r_i \left(1 - \cos \frac{\theta}{2}\right) - H_m \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \end{cases}$$

其中:

$$H_n = \frac{B - \sqrt{B^2 - 4AG_n}}{2A}$$

$$H_m = \frac{B - \sqrt{B^2 - 4AG_m}}{2A}$$

$$G_m = KH_n - S$$

A, B, S 为常数, K 是 (H_2, G_2) 与 (H_1, G_1) 点连线的斜率。

由上述关系以及所给的诸关系式进行简化整理, 最后得 x 与 y 的解析关系表达式的形式为:

$$x = a_0 y^2 + b_0 y + c_0$$

其中 a_0, b_0, c_0 是各已知参数的函数, 当已知参数确定后它们就是常系数了。

按上述解析表达式将表 2 中的有关数据代入得到

$$a_0 = 39.1431426$$

$$b_0 = -0.0855583$$

$$c_0 = -0.6373426$$

验算第 3 点: $x_3 = 0.3519219$ $y_3 = 0.1600713$

计算得 $x'_3 = 0.3519197$

$$\Delta x_3 = 0.3519219 - 0.3519197 = 2.2 \times 10^{-6}$$

$$\frac{\Delta x_3}{x_3} = \frac{2.2 \times 10^{-6}}{0.3519219} = 6.3 \times 10^{-6} = 0.00063\%$$

由上计算可见其差值属于计算误差，说明解析表达式的结果是正确的。

以上讨论特型型面是理论上最佳型面，即在假设模型条件下，理论上能做到由于型面变化全部补偿了秒流量的非线性误差，使 $G \propto f(H)$ 间呈线性关系。

实际上由于各种误差的存在及假设模型与实际情况之差别，不可能做到完全线性的流量特性。这样还要靠大量的液流实验和真实工作条件下的介质实验进行修正，把调节锥的型面最后确定下来。

在进一步研究、实验过程中，肯定会遇到诸如边界层对流动的影响、介质中气体的存在（二相流动）和在工作过程中参数变化所带来的影响等问题，有待进一步研究解决。

五、几个问题的讨论

在设计文氏管时，所给已知参数是行程差 ϕ ，最大流量 G_2 ，最小流量 G_1 ，最大绝对误差 δ 以及其它一些物理量。因而我们的问题实质上是已知斜率一定的线段 $A'B'$ （见图 7），此线段二端点纵坐标已知，横坐标之间的距离已知，但 A' 点的横坐标待求。

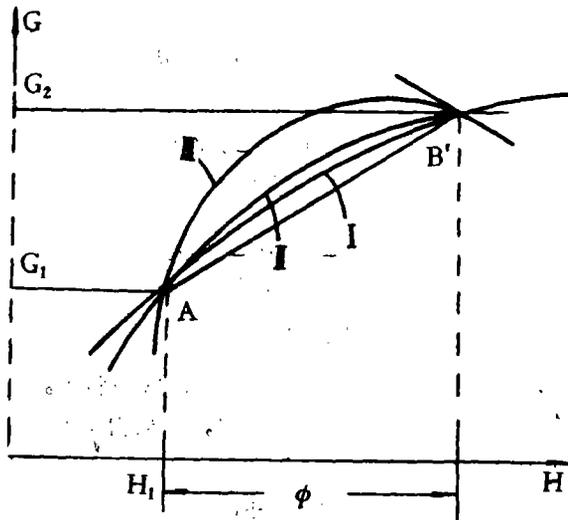


图 7

现要过 A' 、 B' 二点作一对称轴平行于纵轴，开口向下的抛物线，使其与 $A'B'$ 直线之间的最大绝对误差等于所给之值，同时又经过原点，这样的抛物线是唯一确定的，它也就是我们所要求的文氏管的流量特性曲线。求得曲线的方程后，可以根据文献 [1] 所给的文氏管其它参数与其流量方程中之系数间关系进行设计计算。

1. H_1 与 δ 的关系

我们过 A' 、 B' 点和坐标原点可以作一族抛物线，其形式为：

$$G = -AH^2 + BH \quad (A > 0, B > 0) \quad (1)$$

由过 A' , B' 的直线方程:

$$\frac{G - G_1}{H - H_1} = \frac{G_2 - G_1}{H_2 - H_1} \triangleq K.$$

得:

$$G = G_1 + K(H - H_1). \quad (2)$$

将 A' , B' 两点的坐标代入方程(1)得:

$$\begin{cases} G_2 = -A(H_1 + \phi)^2 + B(H_1 + \phi) \\ G_1 = -AH_1^2 + BH_1 \end{cases} \quad (3)$$

解方程组(3)得到

$$B = K + A(\phi + 2H_1) \quad (4)$$

$$A = \frac{G_1 - KH_1}{H_1(H_1 + \phi)} \quad (5)$$

则

$$B = K + \frac{(\phi + 2H_1)(G_1 - KH_1)}{H_1(H_1 + \phi)} = \frac{\phi G_1 + 2H_1 G_1 - KH_1^2}{H_1(H_1 + \phi)} \quad (6)$$

由文献[1]中第(17)式:

$$\delta = -G_1 + KH_1 + \frac{(B - K)^2}{4A}$$

将式(5)、(6)代入上式得含有 H_1 和 δ 的方程:

$$\delta = \frac{\phi^2(G - KH_1)}{4H_1(\phi + H_1)} \quad (7)$$

从而, 对于给定的 δ , H_1 可由下式得到:

$$H_1 = \frac{-(4\delta\phi + \phi^2K) + \sqrt{(4\delta\phi + \phi^2K)^2 + 16\delta\phi^2G_1}}{8\delta} \quad (8)$$

其中, 根式前的“+”号是根据 H_1 恒为正值性质选取的。

2. 流量特性曲线形状与 δ 的关系

见图7, 过 A' 、 B' 两点所作的抛物线形状是不定的, 但只要最大绝对误差 δ 给定后, 抛物线的形状就确定了, 因而抛物线的形状与 δ 有确定的关系。现将抛物线分为两类, 一类是顶点出现在过 B' 点 G 轴平行线右侧的(即图7中的曲线 I), 其特征为在 B' 点切线斜率为正。另一类是顶点出现在过 B' 点 G 轴平行线左侧的(即图7中的曲线 II), 其特征为在 B' 点切线斜率为负。现在我们即要找出这两类抛物线所对应的 δ 值之范围。

由(1)式求得抛物线在 B' 点切线的斜率为:

$$G'_{H_2} = (-2AH + B)|_{H=H_2} = -2A(H_1 + \phi) + B \quad (9)$$

将(4)式代入:

$$G'_{H_2} = -2A(H_1 + \phi) + K + A(\phi + 2H_1) = K - A\phi \quad (10)$$

将(5)代入(7)得:

$$\delta = A\phi^2/4 \quad (11)$$

即

$$A = 4\delta/\phi^2 \quad (12)$$

将(12)代入(10), 即得 G'_{H_2} 与 δ 的关系:

$$G'_{H_2} = K - 4\delta/\phi.$$

令 $G'_{H_2} > 0$, 得:
$$K - \frac{4\delta}{\phi} = \frac{G_2 - G_1}{\phi} - \frac{4\delta}{\phi} > 0$$

即

$$\delta < \frac{G_2 - G_1}{4}$$

令 $G'_{H_2} < 0$, 得:

$$\delta > \frac{G_2 - G_1}{4}$$

当 $\delta = \frac{G_2 - G_1}{4}$ 时, G'_{H_2} 恰好为零。

由上述讨论我们得到结论, 当 $\delta < \frac{G_2 - G_1}{4}$ 时, 抛物线顶点在过 B' 点 G 轴的平行线右侧, 因而在文氏管工作范围内, 流量与调节锥行程是递增关系, 文献[1]中所有计算公式均适用, 当 $\delta > \frac{G_2 - G_1}{4}$ 时, 抛物线顶点在过 B' 点 G 轴平行线的左侧, 此时流量的最大值不是 G_2 , 而是出现在 A' 与 B' 之间的 $H = \frac{B}{2A}$ 处, 其值为 $\frac{B^2}{4A}$ 。显然这样的设计是不合理的, 因而在实际应用中可将 δ 限制在 $\frac{G_2 - G_1}{4}$ 以内。

$\delta = \frac{G_2 - G_1}{4}$ 是两类抛物线临界状态时的最大绝对误差值, 此时抛物线顶点出现在 B' 点处, 该处流量特性线切线的斜率为零。这一结果对我们研究流量可调汽蚀文氏管是有实用意义的。

3. δ 与 ξ 的解析式

在文献[1]中已给出如下关系式

$$\xi = \frac{BH_M - AH_M^2}{KH_M - S} - 1 \quad (13)$$

$$H_M = \frac{S}{K} + \frac{1}{K} \sqrt{S^2 - \frac{KBS}{A}} \quad (14)$$

$$\delta = \frac{(B - K)^2}{4A} + S \quad (15)$$

$$B = \sqrt{A \left[\frac{(G_2 - G_1)^2}{4\delta} + 2(G_2 - G_1) + 4\delta \right]} \quad (16)$$

$$\text{又} \quad K = \frac{G_2 - G_1}{\phi} \quad (17)$$

将(14)代入(13)，整理得如下关系式：

$$B^2 - 2KB(\xi + 1) + K^2(\xi + 1)^2 + 4AS(\xi + 1) = 0 \quad (18)$$

将(15)代入(18)，并整理，得到：

$$\delta = \frac{\xi B^2 - K^2 \xi (\xi + 1)}{4A(\xi + 1)} \quad (19)$$

由(16)、(17)、(12)和(19)得

$$16\delta^2 - 8\xi\delta(G_2 + G_1) + \xi^2(G_2 - G_1)^2 = 0$$

此即联系 ξ 与 δ 的方程，将 δ 作为变量求解。得：

$$\delta = \frac{1}{4} (1 \pm \sqrt{E})^2 G_2 \xi \quad (20)$$

上式中 δ 的两个根均为正，无法从物理意义上判断取舍。但从 δ 的唯一性可知，其中必有一根是由于推导过程中做了平方运算带来的增根，故可用验根法将之去掉。由验算结果可知， δ 与 ξ 的关系应为：

$$\delta = \frac{1}{4} (1 + \sqrt{E})^2 G_2 \xi$$

而

$$\delta = K_e G_2 \xi$$

故

$$K_e = \frac{1}{4} (1 + \sqrt{E})^2 \quad (21)$$

K_e ——误差系数

为了验证(21)式的正确性，取5个 E 值进行计算，结果见表3，并与文献[2]所给 K'_e 值进行比较，结果完全相同。

由以上讨论我们得到几点结论：

K_e —解析式计算值， K'_e —文献[2]所给值

表 3

| E | K_e | K'_e |
|------|-----------|-----------|
| 0.03 | 0.3441025 | 0.3441025 |
| 0.09 | 0.4225000 | 0.4224999 |
| 0.25 | 0.5625000 | 0.5625000 |
| 0.30 | 0.5988612 | 0.5988612 |
| 0.40 | 0.6662277 | 0.6662277 |

(1) 只要给出任意的一个 δ 值, 就可以很方便地求得 ξ , 反之亦然。

(2) 根据关系 $K_e = \frac{1}{4}(1 + \sqrt{E})^2$ 可以得出 K_e 全部可能的值。 $K_e = f(E)$ 曲线见图 8。它是一条递增曲线。当 $E = 0$ 时, $K_e = 0.25$; 当 $E = 1$ 时, $K_e = 1$, 故 K_e 的变化范围为 $0.25 \sim 1$ 。

(3) $\frac{dK_e}{dE} = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{\sqrt{E}} + 1 \right)$, 故在 $E = 0$ 处, 曲线斜率为无穷大; 在 $E = 1$ 时, 曲线斜率为 $\frac{1}{2}$, 斜率随 E 的变化是递减的。

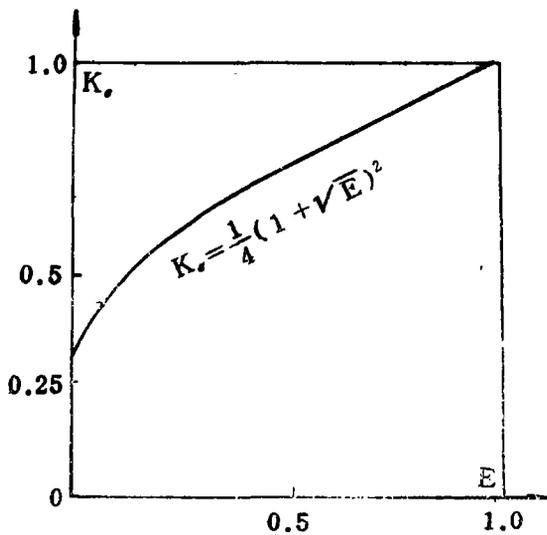


图 8

(4) 在文献[2]中, 对于不同的推进剂, 取各种 p_1 , ϕ , r_1 值, 由计算机计算发现, K_e 只与 E 有关, 而与其它各量无关。关系式 $K_e = \frac{1}{4}(1 + \sqrt{E})^2$ 从数学上严格地证明了这一点。且使参数 K_e 使用起来非常方便。

(5) 文献[2]还指出: 根据计算结果, 当调节最大秒流量 G_2 和最小秒流量 G_1 一定时, δ 与 ξ 成线性关系。由解析式 $\delta = K_e \xi G_2$ 看到, G_1 , G_2 一定, δ 与 ξ 确实成严格的直线关系。当 G_1 , G_2 变化时, 直线的斜率不同, 此斜率为 $\frac{1}{4}(\sqrt{G_1} + \sqrt{G_2})^2$ 。

六、实验结果

实验用的 4* 调节锥试件, 是经手工修磨后在 50 倍投影放大仪上初步检测得到的。通过实验曲线可以看到, 秒流量和行程间呈近似线性关系。通过最大最小调节秒流

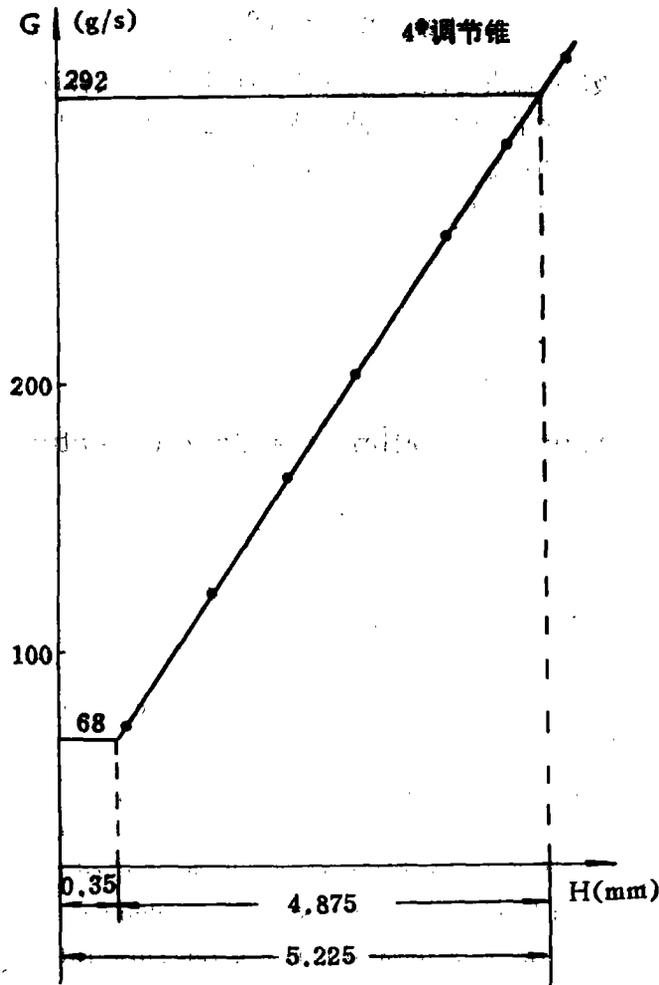


图 9

量 ($G_{2H_2O}=292 \text{ g/s}$, $G_{1H_2O}=68 \text{ g/s}$)来检验行程差 ϕ 时可以得到:

$$\phi_{ex}=4.875\text{mm}$$

而

$$\Delta\phi = \phi - \phi_{ex} = 5 - 4.875 = 0.125\text{mm}.$$

相对误差为

$$\frac{\Delta\phi}{\phi} = 2.5\%.$$

更精确的加工,将得到更满意的实验结果,上述误差还可通过调整实际的行程差使之消除。这种线性的流量特性对提高变推力液体火箭发动机的性能和实施有效的控制具有明显的实际意义。

陈启智教授对本文提出了宝贵的意见,谨致谢意。

参加本文实验研究工作的还有刘贵喜、李少礼同志。

参 考 文 献

- [1] 高汉如：液体火箭发动机变推力用流量可调汽蚀文氏管设计中几个问题的分析。《工学学报》国防科技大学 1978 年第 2 期
- [2] 陈启智、高汉如：流量可调汽蚀文氏管的若干问题 《工学学报》国防科技大学 1979 年第 4 期

On Linear Throttling Cavitation Venturi

Gao Han-ru Li Xiao-bin

Abstract

This paper is a phase report of the study concerning the subject "Throttling Cavitation Venturi".

To improve control accuracy of the throttling engine, the linear throttling cavitation Venturi with a movable, specially shaped part is used. In our work, the shape of the movable part has been verified to be a rotational paraboloid, which has been proved by tests. The technique to design such a Venturi which makes the relationship between the flow rate and the moving distance be linear is presented. For the convenience of designing, some relations between parameters are given and some problems concerned are discussed.

This report may be a reference for those who are engaged in the development of variable-thrust liquid propellant rocket engines and liquid Venturi flowmeters.