

# 相关象差分析与处理

王永仲

**提 要** 本文分析了光学自动设计中的象差相关问题。从程序设计和程序使用两方面讨论了相关状态的处理；提出了避免相关、摆脱病态的方法，并阐明了这些方法的理论基础。

## 一、引 言

光学自动设计中的象差相关问题是一个很难处理而又十分重要的问题，它决定着自动设计的成败。同时也是长时间来妨碍自动设计进一步发展的巨大障碍。可惜的是，对这样一个亟待解决的问题，一般文献资料都只是泛泛而及，没有详尽的论述与分析。本文试图以前人大量卓有成效的工作为基础，就我们自身的认识与体验对此做些探讨。如何分析相关象差，如何处理自动优化过程出现的病态，怎样摆脱病态加快收敛，是我们讨论的核心内容。因为以适应法为基础的自动设计过程，这个问题尤其突出，而适应法又是大家喜闻乐见的方法，所以我们主要针对它来讨论。

## 二、相关象差分析

无论就理论或实践上说，象差相关的内容都十分复杂。更何况某两种象差之是否相关，还依赖于多种因素在变化。把象差相关情况做一明确划分，以便分别讨论其处理方法，这对自动设计的程序编制和程序使用，无疑是重要的有益的。我们把象差相关分为五种情况。

### 1. 物理意义上的相关

这是指在物理意义上本来就有共性的象差。例如 $K_T'$ 、 $K_S'$ 及 $SC'$ ，它们都从不同侧面反映系统的彗差特征。对视场和相对孔径都不太大的系统，它们的物理共性便明显表露。若将其中两个或三个同时纳入控制，必然出现相关状态。这种情况不难处理。我们在对系统象差特性缺乏充分认识时，可择其一先予控制，比如先用 $K_T'$ 控制彗差，若优化过程表明这样不足以保证 $K_S'$ ，可再将 $K_S'$ 投入优化；若 $K_S'$ 的控制不能确保 $SC'$ 满足要求，则说明弧矢视场高级彗差明显，应把 $SC'$ 加入矫正。再如， $\delta L_1'$ 和 $\delta L_{0.7}'$ ， $x'_{11}$ 和 $x'_{10.7}$ ， $x'_{s1}$ 和 $x'_{s0.7}$ ， $\Delta y_1'$ 和 $\Delta y_{0.7}'$ ， $\Delta y_{FC1}'$ 和 $\Delta y_{FC0.7}'$ 等等，在初级象差范围内也是相关的，亦应仿效上述办法控制。

## 2. 系统变量不足造成相关

由于适应法是在线性假设前提下求取象差变化方程组的准确解（这与阻尼最小二乘法求取最小二乘解迥然不同），因此从数学上说，自变量个数不能小于方程的个数即象差个数。于是，有些按系统使用要求应该矫正的象差，因限于可用变量的数目，不可将其纳入矫正——虽则它与别的受控象差没有物理意义上相关的情况。举例说，普通双胶合望远镜物镜和低倍显微物镜，在玻璃选定后只剩三个曲率变量，因而只能满足  $f'$ 、 $\Delta L'_{FC0.7}$ 、 $\delta L'_1$  三项要求， $K'_T$  就不可也加入控制。因此，这类系统必须认真挑选玻璃组合，以保证系统在满足了  $f'$ 、 $\Delta L'_{FC0.7}$ 、 $\delta L'_1$  的要求后，未受控的  $K'_{T1}$  也不超差；或是在控制了  $f'$ 、 $\Delta L'_{FC0.7}$ 、 $K'_{T1}$  以后， $\delta L'_1$  也满足要求。根据我们的经验，取后一种方案投入自动设计为好。因为实践证明，控制  $K'_{T1}$  比控制  $\delta L'_1$  收敛快得多，显然是线性性较好而致。全对称目镜实际也只有三个曲率变量，故只能控制  $f'$ 、 $\Delta y'_{FC1}$ 、 $x'_{i1}$ ，尽管一般目镜还应矫正  $K'_T$ ，但在全对称目镜中， $K'_T$  却只能留待物镜系统去补偿。这种相关情况，依据一定的设计知识可以避免。

## 3. 变量与受控象差不相适应造成相关

某些变量用于矫正特定的象差，效果很好。但对别的象差却没有明显的矫正效力。数学上表现为象差对于变量的差分甚小。例如，只以光焦度交换或透镜弯曲为变量，就不宜控制光焦度  $\varphi$ ，也不要同时纳入控制。因为这类变量对  $\varphi$  影响太小，对伯兹瓦场曲  $x'_p$  也无能为力。再如，以光栏位置为变量时，不宜以  $\delta L'$ 、 $\Delta L'_{FC}$  为矫正对象；只改变透镜厚度和间隔也不应同时控制  $x'_i$ 、 $x'_s$ 。这类相关情况，只要我们注意使所用变量与受控象差相适应，便可避免。

## 4. 系统矫正能力不足造成相关

有的光学系统，虽然变量众多，但对某些象差的矫正也无济于事，这是由于系统结构形式的限制。比如，一个薄透镜组（透镜厚度及间隔皆很小者），不论如何复杂，在初级象差范围内，也只能控制两种单色象差，第三种便是相关的。即是说，只能以两种单色象差投入自动设计。若多加入一种，定会陷入相关状态。由于薄透镜组不能矫正  $x'_p$ ，故  $x'_i$  与  $x'_s$  也是相关的。考虑高级象差的情况，一定结构形式的系统，在矫正了初级象差之后，某种高级象差的减小总有一定限度。若以超出此种限度的要求进入自动设计，也会造成象差相关。在数学上，表现为该象差对所用诸变量之差分近乎为零，造成象差方程组之系数矩阵奇异，求解无法进行。如，我们设计一个由两个分离双胶透镜组成的中倍消色差显微物镜（ $\beta = -10\times$ ， $NA=0.3$ ，共轭距 180）时，分别采用三种不同的矫正途径，最后色球差  $\delta(\Delta L'_{FC})$  都近于 0.035，若继续矫正，就出现矩阵奇异的情况。这与阻尼最小二乘法中的最小极值状态对应。在此例中，若矫正到上述程度， $\delta(\Delta L'_{FC})$  仍嫌太大，就只好更换结构形式。为尽量避免这种相关，我们的程序具备有逐次收缩象差的功能，以便使难于掌握的象差向目标值循序渐进，不致因要求太高而使优化中断。

## 5. 系统暂时的象差相关——病态

自动设计中，经常有这样的情况：按结构形式来说，所有在控象差都应能同时矫正到目标值，也没有上述四种相关因素，但实际优化过程中，收敛却很慢，甚至出现发散。表现为象差方程组求解得到的最大因子来回振荡或持续上升。我们在设计一个普通三

片型照相物鏡时就碰到过。这实际是因为系统当前的结构状态造成了在控象差的相关,类似于阻尼最小二乘法中的局部极值状态。属于这种相关状态的还有一种情况,就是某两种象差对相应变量的差分近乎成同样的比例,从而象差方程组的系数矩阵降秩即成奇异矩阵。这时,由于系统结构参数在变量空间所处的位置,使得象差方程组成为矛盾方程组,无解可求。

这种相关状态称为病态,是自动设计中最难处理而又屡见不鲜的象差相关状态。因此是我们讨论的重点。下面就程序编制和程序使用两方面,阐述我们的处理方法。

### 三、程序中的病态处理

对于最大因子振荡或持续上升的情况,我们曾分别在程序中试行过三种处理办法:

1. 提高线性检查的标准(如,正常情况下本来应使步长加倍的,到出现病态时改为保持原有步长,余类推)。
2. 缩减首次迭代的步长(如,首次迭代步长不取1而取0.5)。
3. 释放一种象差。

前两种方法的基点,是认为此时系统在现行求解方向上线性太差,希望主要通过克服非线性渡过这一局部区域。根据我们的实际体验,这样处理可以收到成效。例如,我们在设计一个双高斯型照相物鏡时出现了病态,便有意识地把前两种办法分别编入到程序中。实际表明,经这样处理后的程序引导系统绕过了病态。第三种办法的出发点,是认为目前的求解方向不当,希望通过释放象差明显地改变优化方向,以摆脱病态。它的合理性不言而喻。我们在设计一个三片型照相物鏡(要求 $f'=30$ ,  $2\omega=50^\circ$ ,  $D/f'=1/4$ )时,以6个曲率和两个空气间隔为变量,先控制 $\Delta L'_{FC0.7}$ 、 $\Delta y'_{FC1}$ 、 $K'_{T1}$ 、 $x'_{i1}$ 、 $x'_{s1}$ 、 $\delta L'_1$ 、 $\varphi$ 等七项指标,五次建立矩阵后就出现发散——即病态。但若释放 $\delta L'_1$ 后再行求解,优化中 $\delta L'_1$ 的下降反而比受控时快得多。这分明是改变求解方向取得的收效。在其它六项指标达到要求后程序自行将 $\delta L'_1$ 纳入控制,系统便顺利地达到了子期的目标。

三种处理方式的试运行情况表明,前两种的处理效果基本一致。因此,我们在程序中将后两种方法结合并用,即:凡出现本次矩阵求解得出的首次最大因子大于前一矩阵解得的首次最大因子时,则首次迭代步长为半步;若不能阻止最大因子上升,则连续三次上升便释放后面一种象差,再行求解。根据我们的经验,这种以最大因子持续上升为表现的病态,在释放一种象差以后,相关状态便会缓解,病态即得解除。

对于以矩阵奇异为表现的病态,则单纯采用释放象差的方法予以摆脱。待一个阶段的矫正完成后,程序会自动将前面被释放了的象差依次纳入控制。

几年来的实践证明,程序中用这样两个互相配合的环节来处理自动优化过程中的病态,简单明确,行之有效。只要初始结构合理,都能很快奏效。我们用自编的程序设计过望远物鏡、显微物鏡、普通目鏡、广角目鏡、各类照相物鏡等,尚未出现意外情况,并且突出地表现了多快好省的优点。如,全部采用国产玻璃设计一个反摄远照相物鏡,要求 $f'=37$ ,  $f'/f=1.1$ ,  $2\omega=60^\circ$ ,  $D/f'=1/2$ ,四次上机(总共不到1小时)即告完

成,包括曲率半径标准化、象差计算、光线分布点列图打印、斜光束渐晕计算、光学传递函数计算(离焦和不离焦)、八块透镜(其中四块组成两个双胶件)和两块双胶透镜的前后焦截距计算。

当然,程序中安排若干环节以处理病态,仅仅是问题处理的一个侧面。而且,对多数从事光学设计的人来说,常常是如何合理使用程序问题。那末,从程序使用的角度,如何避开病态和促成快速收敛呢?除了本文在前面进行相关象差分析时已经阐述者外,下面还将提出一些简单易行的方法。

## 四、摆脱病态与加快收敛

自动设计过程陷入病态通常有两种可能,或是起始结构太差,或是求解方向不当。若属前者,只好更迭原始结构,这显然不是本文讨论的问题。若属后者,则可通过人的因素改变求解方向予以摆脱。下面几种可供灵活掌握的方法,已被实践证明是行之有效的。

### 1. 采用新的优化指标 $S_T$

以传统的单项几何象差作优化指标,具有直观和符合习惯等优点,但对要求受控象差个数很多的系统,常出现容易陷入病态的问题。我们曾探索构成这样一种新“象差”:相对于传统的单项几何象差而言,它能更全面地反映系统成象质量,或能同时包含更丰富的象差信息。这样,它在自动设计中必能起到单项几何象差力所不及的作用。以此为宗旨,我们把阻尼最小二乘法中的评价函数思想移植到本适应法程序中——利用子午垂轴象差曲线的面积,经过一定的数学处理后构成了一个新的优化指标  $S_T$ ,并通过各种类型的例子进行了实际考核。实践证明,  $S_T$  的运用可起到减少相关因素、摆脱病态和加快收敛的作用。关于这一问题,我们已在“光学自动设计中一种新的优化指标”一文(见“国防科技大学学报”1983年第1期)中做过阐述。

### 2. 利用敏感参数实行分步优化

有的变量对矫正某特定的象差十分灵验,称之为敏感参数。手工设计时期,利用敏感参数做分步矫正是常用的方法。那么,在自动设计中运用效果怎样呢?我们体会到,把敏感参数单独提出来专门降低它最有效的象差,这种优化过程变量单一,针对性强,受控象差与所用变量关系明确,线性良好。敏感参数的少量调整即能明显降低受控象差,而对其它未控象差影响很小。所以常收到事半功倍的成效,实在是自动设计中摆脱病态和加快收敛的有效方法。如:

A、在对称型系统光栏两侧对应面上交换光焦度以矫正不对称性象差,效果很明显,但对称性象差变化不大。我们设计一个双高斯物镜( $f'=50$ ,  $2\omega=40^\circ$ ,  $D/f'=1/2$ )时,边缘象差矫正后,视场高级彗差  $K'_{T'sy} = -0.164$ ,将它与别的象差混在一起控制时,它下降很慢,致使整个优化过程进展迟缓。我们改为先以0.0002的曲率增量在光栏两侧凹面交换光焦度来控制  $K'_{T'sy}$ ,结果只建一次系数矩阵经七次内循环就使  $K'_{T'sy}$  降为(-0.03)。再把它与别的象差一起控制,整个优化过程便很快完成。

B、利用胶合面或其它对色差敏感的参数先控制色差,再把色差与别的象差一起矫正,其效果常比一开始就把色差与别的象差混在一起矫正要好——剩余色差小且整个系

统优化进展快。而且,在用敏感参数控制色差时,单色象差通常也朝好的方面变化,这可以作为一个经验规律。这是通过各种系统的对比试验考察过的。值得指出,优化过程陷入病态时,还可用这种方法予以摆脱。前面讲的那个出现病态的三片型物镜,若先以两空气间隔控制色差,再作后续矫正,则优化过程能顺利地达到目标,而不会出现病态,此即一例证。

C、利用个别与某象差有良好线性关系的变量控制该象差,可以加快整个优化进程。如,摄远型物镜前后组之间的间隔相对于总光焦度 $\varphi$ 纯属线性关系;双高斯型物镜光栏两侧的间隔对视场高级球差 $\delta L'_{T_V}$ 的线性性也很好;这种情况可用来加快收敛。如某双高斯物镜,在边缘象差矫正后, $\delta L'_{T_V}=0.57$ 嫌太大,在将它与别的象差混合控制时效果很差,优化过程辗转不前。我们单以0.03的增量用光栏两侧间隔 $d_5$ 和 $d_6$ 先降低 $\delta L'_{T_V}$ ,只建一次矩阵经五次内循环, $\delta L'_{T_V}$ 就降为0.4,( $d_5$ 由4.19变成4.48, $d_6$ 由9.05变成9.32)再把 $\delta L'_{T_V}$ 与别的象差一起控制,很快就完成矫正。

传统的设计经验在当今自动设计中出色地表现了摆脱病态和加快收敛的作用,它们在自动设计中仍具有新的生命力。

### 3. 调整增量的大小比例

应强调,这里是讲增量之间相对大小的变化而非各自的绝对变化。如所周知,由象差方程组求解结构参数改变量是整个优化过程的基础,而象差方程组的系数矩阵正是由各象差对诸变量的差分所构成。这样,各类变量所取增量大小的比例变化,将起到两方面的作用:在数学上,它能直接改变系数矩阵,从而改变了象差方程组的求解方向即系统的优化方向;在光学上,它标志着我们在矫正象差时,对发挥各个变量的作用又有新的权重——某类增量取得比原来大,而另一类增量却比原来小,则优化中就必然更多地改变前者而抑制后者,自然也就改变了结构参数的优化方向。说清了这一点,对为什么调整增量比例能引导系统摆脱病态就清楚了。举例说,前面那个曾陷入病态的三片型物镜,当时增量是 $\delta c=0.0005$ , $\delta d=0.03$ ,我们以病态结构为起点,增量改为 $\delta c=0.0002$ , $\delta d=0.05$ ,其它情况都不变,再投入自动设计。结果全部受控象差都稳定地矫正到目标值。

### 4. 焦距缩放

焦距缩放是手工设计时常用的手段,我们把它用在自动设计中成为摆脱病态和加快收敛的一种有效途径。焦距缩放这种传统的简单手段果真能在当今自动设计中起到解决如此关键问题的作用吗?请看一例。为了不再另列数据,还拿前面那个三片型的物镜来说。已经知道,开始就以 $\varphi$ 和边缘象差来矫正时会陷入病态。但若做一次焦距缩放后再进行上述矫正,其它条件都不变,矫正过程却可顺利完成。虽则当时的 $f'=31.14$ 与要求值 $f'=30$ 相差不多,却简单地通过一次焦距缩放使系统从病态跳开,进入稳定的收敛过程。为了不失一般性,我们曾对各类光学系统做过此种试验,尚未出现反例,故被认为是一种规律性的结论。那么,它的理论基础何在呢?我们认为可归纳为三点:一是焦距缩放改变了系统在变量空间所处的位置,而这种“改变”本身就是使之跳离病态的一种方式;二是按焦距缩放过的新结构自然对应着新象差,且新象差并非象结构参数那样是成比例缩放过来的,它们对各变量的差分都与原来并不相关,即象差方程组以全新

的系数矩阵调整了解方向；三是新系统在象差空间对应的位置变化，使得新象差点至目标点的多维“距离”矢量无论模值和方位都与原来的病态时迥异。概言之，反映在数学上，即是象差方程组的左右两端都出现了摆脱病态的变化。我们已把焦距缩放思想体现在自动设计程序中，以便引用。在计算机上完成一次焦距缩放只是转瞬功夫，却为我们解决摆脱病态和加快收敛的重大问题提供了新的途径。按我们的经验，自动设计信息前规定一个焦距缩放信息，往往有助于整个矫正过程快速收敛。

值得指出，手工设计时的有效方法，再现于自动设计中表现了摆脱病态和加快收敛的出色作用，我们已经做了分析和验证。这也说明象差理论和设计经验对自动设计仍具有十分重要的意义。自然，要方便地运用手工设计经验，既达到快速而稳定的收敛，又不造成程序使用的麻烦，当要自动设计程序有特殊的结构和完备的功能，以保证各种方法得心应手地运用而又不必中断程序的运行。这正是我们的程序所力图达到的目标。我们编制了一个 FORTRAN 程序，在国产 DJS-8 机上经过几年的运行考核，证明是成功的。关于程序编制的若干问题，我们留待以后讨论。

作为本文基础的理论分析和实例考证系在陈晃明教授指导下进行的；北京工业学院丁汉章教授、袁旭沧教授、北京邮电学院徐大雄教授、清华大学王民强教授审查了论文内容；这次又特请陈晃明教授审阅而定稿。谨致谢意！

#### 参 考 文 献

- [1] 北京工业学院 光学系统自动设计 1977.5
- [2] 南京大学 光学系统自动设计中的数值方法 1976.5
- [3] 北京工业学院 光学设计 1975, 1981
- [4] 常群 光学设计文集 1976.3
- [5] 陈晃明 进退变步 0.618 优化法光学自动设计 <工程光学>1980第1期
- [6] 袁旭沧 怎样使用象差自动校正程序进行光学设计 1979.11
- [7] T.H. Jamieson; Optimization Techniques in lens Design; 1971
- [8] E. Glatzel and R. Wilson; Adaptive Automatic Correction in Optical Design; 1968

## The Analysis and Treatment of Relative Aberrations

Wang Yong-zhong

### Abstract

This treatise analyses the relative aberrations in optical automatic design. It discusses the treatment of different relative states in the two aspects of programs' design and its use, and points out the effective ways to avoid relations and to go out of ill-states. It also states the theoretical base of the ways.