

关于应用外加电场和磁场减小等离子体鞘内电子数密度方案可行性的初探

吴其芬

提 要 本文应用磁流体力学基础理论,分析了在磁场和电场联合作用下,等离子体鞘中模型流动。初步分析表明,只要合理地放置电极,适当选择外加电场和磁场,应用这种方法可指望在等离子体鞘的局部区域有较显著的电子数密度减小。

一、引 言

近年来,国内一些研究者为寻求减小高超音速飞行器等离子体鞘内局部区域上的电子数密度的途径做了大量的探索性研究。其中之一是采用外加电场或磁场的方法。迄今,对这种方法的可行性的论证尚未有定论,众说纷纷。产生不同看法,除对等离子体鞘内电离机理尚未有清晰认识的原因之外,还在于未能有成熟的理论阐述。

事实上,等离子体对电场的屏蔽作用仅限于当电极不与等离子体接触或两者是绝缘时,才发生效力。因为,在这种情况下,在等离子体的外表面上将形成表面电荷层,对外部电场起屏蔽作用。一旦导电电极与等离子体相接触,并通过外载将两电极联接起来,那末它们将与等离子体一道形成一个闭路。等离子体表面不再会发生电荷积聚的现象。因此,对外部电场屏蔽作用将随之消失^[1]。

鉴于此一事实,本文旨在对置于电场和磁场作用下等离子体磁流体力学流动状况的分析,提出采用外加电场和磁场减小等离子体鞘内局部区域电子数密度方案可行性的初步看法。

二、模 型

如果我们在垂直于等离子体鞘内气流纵向平均速度 \vec{v}_0 的平面上,外加磁场 \vec{H}_0 和电场 $\vec{E}_0 = \text{const}$,且使得 \vec{v}_0 , \vec{H}_0 , \vec{E}_0 成正交右手系,并依次将它们的方向取做笛卡儿坐标

系的 x, y, z 轴的方向。认为气流横向速度为 0, 外加磁场和电场无别的方向分量。于是诱导产生的电流 $\vec{u} \times \vec{H}_0$ 与外加电场平行, 因此诱导磁场和电场仍然在 y 和 z 方向上。在所有变量仅仅依赖于 x 的假定下, 等离子体鞘内局部区域上磁流体力学流动可近似地看成为如图 1 所示的具有矩形横截面积直管道定常一维流动。磁力 $\vec{J} \times \mu \vec{H}$ 在 x 方向, 加速或阻滞流动。在这个坐标系下, 则有

$$\vec{u} = (u(x), 0, 0), \quad \vec{H} = (0, H(x), 0), \quad \vec{E} = (0, 0, E) \quad (1)$$

容易证明, $E = \text{const.}$

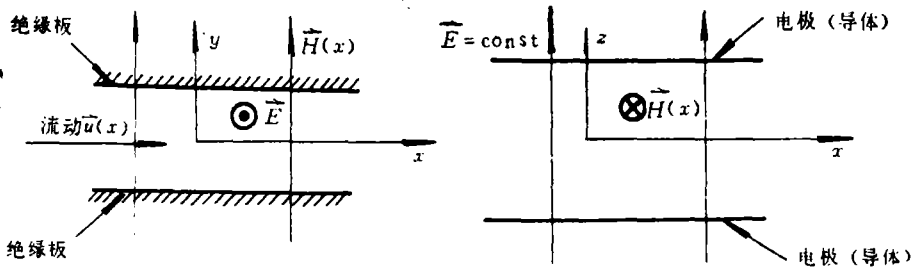


图 1 磁流体力学模型

倘若两个由导体制成的电极与外载接通, 等离子体流内将有电流在 z 方向上流动, 将等离子体鞘内的电子携带到电极上并流入外载^[1]。电流体密度 J 与其它物理量之间关系, 由安培定律和欧姆定律表示成:

$$J = \frac{dH}{dx} = \sigma(E + \mu u H)$$

式中, σ, μ 分别为等离子体的电导率和磁导率系数。

当在单位时间内电流 J 带走的电子数目大于等离子体内电子的净生成率时, 采用外加电场和磁场的方法有可能减低等离子体内电子数密度。我们的任务则在于寻求一种合理的电场和磁场的选择方案, 使得电流 J 所带走的电子尽可能的多, 而又不引起等离子体内电子数密度 ρ 的太大增加, 达到有效地降低电子数密度的目的。

无疑地, 较为圆满地解决这一问题, 存在有许多难题。这些难题除了来自对等离子体鞘内电子生成机理不甚了解之外, 还在于确定等离子体鞘内, 诸 σ, μ 等物理参数以及它所遵守的热力学状态方程的形式。当然, 采用这种最简单化的流动模型也是远非精细的。不过, 建立较为精细的流动模型并在解决了以上首先提到的诸方面难题之后, 通过数学手段求出磁流体力学流动解, 从而实现对外加磁场和电场的合理选择, 相对地说, 是较为容易的事。限于本文仅就采用外加电场和磁场方案可行性的初探, 姑且引用这种简化的模型。事实上, 这种简单化的作法, 使得我们更容易地看出定性的结果。

三、磁流体力学流动

在我们等截面直管道流动模型下, 式(1)成立。磁流体力学方程简化为^[2],

$$\sigma^{-1} \frac{dH}{dx} = \mu u H + E \quad (2)$$

$$(\lambda_1 + 2\mu_1) \frac{du}{dx} = mu + p + \frac{1}{2} \mu H^2 - P \quad (3)$$

$$\lambda \frac{dT}{dx} = m \left(\varepsilon_i - \frac{1}{2} u^2 \right) - \frac{1}{2} \mu u H^2 + uP + EH - C \quad (4)$$

式中, λ_1 , μ_1 分别为等离子体第二、第一粘性系数; λ 为传热系数; P 、 C 为积分常数, 由边界条件确定; $m = \rho u$ 是单位时间内通过单位横截面积上的质量流量, 显然是一个常数。因此, 当 u 求出之后, ρ 即可求得。 P 、 T 、 ε_i 分别为等离子体的热力学压力、温度和单位体积的内能, 且有:

$$T = T(p, \rho), \quad \varepsilon_i = \varepsilon_i(p, \rho) \quad (5)$$

方程(2)、(3)、(4)构成了求解三个独立未知函数 H 、 u 、 p 的完备方程组。

当忽略粘性及热传导的影响, 即认为 $(\lambda_1 + 2\mu_1) = 0$, $\lambda = 0$, 方程(3)和(4)成为简单的代数方程:

$$mu + p + \frac{1}{2} \mu H^2 = P \quad (3')$$

$$m \left(\varepsilon_i + \frac{1}{2} u^2 + \frac{p}{\rho} \right) + EH = C \quad (4')$$

方程(3')和(4')存在着很直观的物理解释。前者表明单位时间内介质动量的改变量等于总压力(物质压力 p 和磁压力 $\frac{1}{2} \mu H^2$ 的迭加)改变量; 后一方程解释成任一体积内物质总能量的改变量等于波印亭能流密度向量穿过体积表面的净通量。

因为方程(3')和(4')通过 p 和 ρ (即 u) 藕合在一起, 以及 $\varepsilon_i = \varepsilon_i(p, \rho)$ 的具体形式是未知的, 为了简单化起见, 在不失去流动本质性的表现的前提下, 我们假定等离子体的热力学状态方程呈最简形式^[3]:

$$\frac{p}{\rho} = a^2 = \text{const} \quad (6)$$

式中 a 为等离子体的音速。引进磁感应强度 B ,

$$B = \mu H \quad (7)$$

则方程(2)和(3')可改写成为:

$$(\mu\sigma)^{-1} \frac{dB}{dx} = E + \frac{mB}{\rho} \quad (8)$$

$$\frac{m^2}{\rho} + a^2 \rho + \frac{B^2}{2\mu} = P \quad (9)$$

并组成仅包含二个未知函数 $B(x)$, $\rho(x)$ 的完备方程, 而不必过问方程(4')。

现在, 我们在 (B, ρ) 平面上分析磁流体学流动的几种可能状态。首先, 通常等离子体鞘内电导率 σ 的值是很小的, 因此, 磁雷诺数 $Re_m = \mu\sigma uL$ (L 为特征长度, 比如取为电极板的纵向长度), 不会超过 1, 诱导磁场比外加磁场来得小, 可以认为 \vec{B} 的

方向是沿 Y 轴方向, 即 B 为正值。根据方程(9), 当且仅当 $\frac{m^2}{\rho} + a^2\rho$ 有最小值, 即 $u=a$ 时, B 达到最大值。在 (B, ρ) 平面上, 由(9)式确定的曲线是关于 ρ 轴对称的封闭曲线。分析时, 用圆心位于 ρ 轴上的圆代替, 不会引起混乱。由方程(8)知, $\frac{dB}{dx}=0$ 的曲线是一条通过原点, 斜率为 $-\frac{m}{E}$ 的直线。按照 E 的符号以及 $\frac{m}{E}$, P 的给定值不同, 圆和直线在 (B, ρ) 平面上的相对位置存在四种形式, 如图 2 所示。

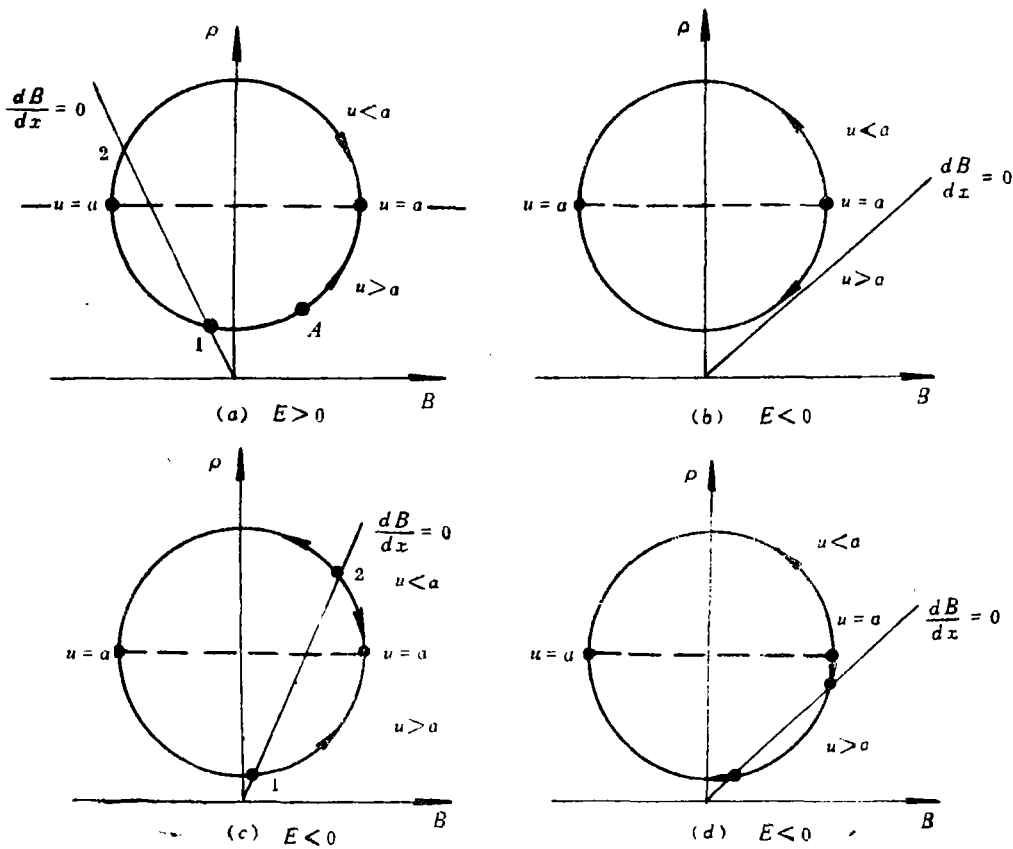


图 2 流动的几种可能状态

图2(a)给出了 $E > 0$ 时的流动状态, 其余三种为 $E < 0$ 时的流动状态。每一种图上, 都用箭头表示气流方向 (即 $dx > 0$), 这是因为在直线 $\frac{dB}{dx}=0$ 的右方上都有 $\frac{dB}{dx} > 0$, 于是 $J > 0$; 在直线的左方, $\frac{dB}{dx} < 0$, $J < 0$ 。 $J > 0$ 表明电流携带等离子体内的电子到电极板上; 反之 $J < 0$ 表明电极对等离子体提供电子。图中, 还标明了超音速和亚音速流动区域。

因为飞行器以高马赫数飞行, 可指望 $u > a$, 因此, 由图 2 直接看出 (a) 情形是最满

意的选择。这种选择可获得相当大的输出电流 $J > 0$ ，又不至于使 ρ 有较大的提高。特别，当加大外电场 $E > 0$ 时，可望有更好的效果。从图 2，可粗糙地得到以下几方面看法：

1. 按 \vec{v} 、 \vec{H} 、 \vec{E} 右手系形式联合外加磁场和电场，可望实现较有效地降低等离子体鞘内局部区域的电子数密度。当外加磁场强度固定不变时，加大电场强度可望有更好的效果；但是只加大磁场强度而不相应加大电场强度，不一定能改善效果。

2. 可以适当调整 E_0 、 H_0 ，使得流动发生在满意的状态（如图 2(a) 所示的 A 处附近），使得既有足够大的 J ，又不至于引起 ρ 的激剧增加，得到最大的总效益。

3. 因为 $J = \frac{dH}{dx}$ ，如果外加磁场按递增函数布置，可望有较大的 J 值。

4. 如果只外加磁场，至少必须有电极，否则电流在等离子体鞘内迴流，可能不会得到满意的结果。

四、进一步分析

当然总是希望得到 $J > 0$ ， $d\rho < 0$ 的结果。如果将电极板倾斜放置，使其成为如图 3 所示的顺流喇叭形，可望得到这种情形。假定横截面积 $A(x)$ 随 x 的增加不是很快，那末拟一维近似是可取的。此时，磁流体力学方程为^[2]：

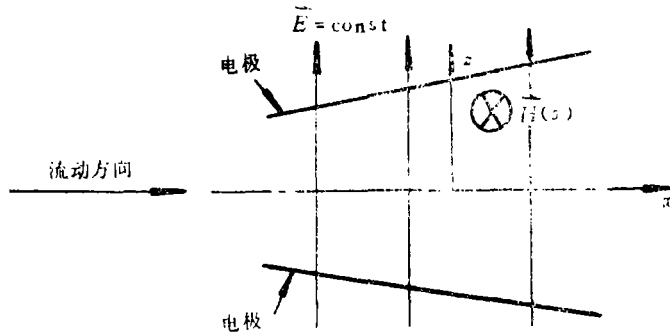


图 3 改进的电极安置

$$\frac{d}{dx}(u\rho A) = 0 \quad (10)$$

$$\rho u \frac{du}{dx} = -\mu J H - \frac{dp}{dx} \quad (11)$$

$$\rho u T \frac{ds}{dx} = \sigma^{-1} J^2 \quad (12)$$

式(12)中， s 是等离子体单位体积内熵。仍然假定(6)式成立，则由(10)、(11)两式可得：

$$(M^2 - 1) \frac{d\rho}{dx} = \frac{\mu H}{a^2} J - \rho M^2 \frac{d \ln A}{dx} \quad (13)$$

式中 $M=u/a$ 为流动马赫数。因为 $M>1$, $\frac{d \ln A}{dx}>0$, 当 $A=A(x)$ 的变化足够快时, 可望得到 $d\rho/dx<0$, $J>0$ 。

五、结 论

适当地联合外加磁场和电场, 并适当地置放电极于等离子体鞘中, 可望得到鞘内局部区域上电子数密度的显著减少。

参 考 文 献

- [1] Physics of High Temperature Plasmas (chapter VI), G. Schmidt, Second Edition, 1979.
- [2] Theoretical Magnetofluidynamics (chapter IV), H. Cobames.
- [3] A Textbook of Magnetohydrodynamics (chapter VII), J. J. Shereliff.

The Preliminary Study of the Possibility for Reduction of Density of Electronic Number in Plasma Sheath Using Applied Electric and Magnetic Field

Wu Qifen

Abstract

Applying basic magnetofluiddynamic theory, the author analyzes the model flowing in plasma sheath under the combined action of magnetic and electric field. Preliminary analysis shows that the density of the electronic number in parts of the plasma sheath is expected to be remarkably reduced if only electrodes are appropriately placed and applied electric and magnetic fields are properly selected.