

瞬态激振法在测定超高精度车床主轴系统动态特性中的应用

温熙森 王宝和 唐丙阳 张绪强

摘要 瞬态激励试验是获得机械系统动态参数的重要方法之一。本文应用瞬态激振法对 S1—235 超高精度车床的主轴系统进行了动态试验,介绍了瞬态激励法的试验技术、基本原理和信号处理特点,测定了系统的固有频率、阻尼系数和动刚度。并通过 Levy 曲线拟合方法获得了系统的传递函数。

一、引言

瞬态激振法具有试验设备简单、试验时间短,以及可以在生产现场进行等优点。近年来,随着计算机技术的迅速发展,它被广泛用于结构动力参数识别、模态分析与综合以及无损诊断分析等。本文以 S1—235 超高精度车床主轴系统为对象,论述了瞬态激振法测定系统动态性能的数学原理,试验方法及数字分析特点;测定了主轴系统的固有频率、阻尼系数和动刚度。并应用“曲线拟合”方法,获得了系统的传递函数。

二、瞬态激振法测定系统动态性能的数学原理^[1]

如果作用在系统上的力为脉冲函数 $\delta(t)$, 则系统的脉冲响应函数为 $h(t)$ 。但是实际施加到系统上的力不可能是理想的脉冲函数,而是三角波函数或半正弦波函数(参阅图 2)。

如图 1, 假设输入激励信号是近似的三角波函数:

$$X(t) = \frac{A}{\tau^2} t - 2 \cdot \frac{4}{\tau^2} \left(t - \frac{\tau}{2} \right) u \left(t - \frac{\tau}{2} \right) + \frac{4}{\tau^2} (t - \tau) u(t - \tau) \quad (1)$$

式中 $u(t)$ 是单位阶跃函数。

$X(t)$ 的付氏变换为:

$$X(f) = \frac{2A}{\pi^2 \tau^2 f^2} (1 - \cos 2\pi f \tau) e^{-i\pi f \tau} \quad (2)$$

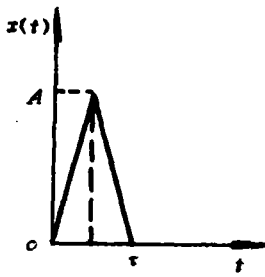


图 1

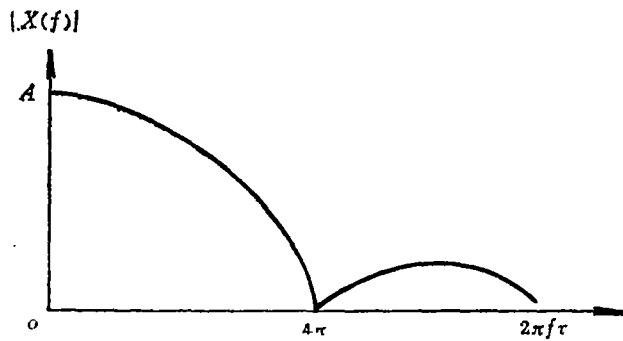


图 2

其频谱如图 2 所示。可见，在各个频率上的能量分布是不等的。为了求系统的频率响应函数 $H(f)$ ，在实际试验时必须同时记录输入、输出信号。

假设单输入、单输出系统的模型如图 3 所示：

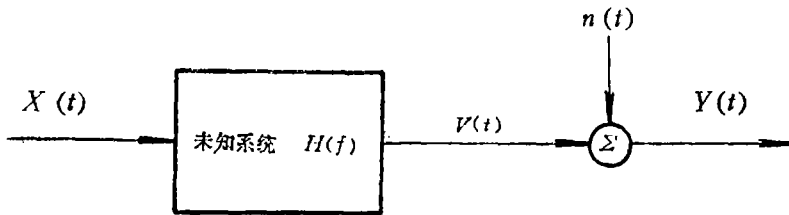


图 3

分析中可用的记录是 $X(t)$ 和 $Y(t)$ ，它们是瞬变过程的一组样本。假定输入 $X(t)$ 基本上无噪声，但输出则不然，因为它不仅可以包括特定输入产生的影响，也可以包括来自其它已知或未知的不可测输入产生的影响。噪声项 $n(t)$ 包括了这些可能的影响，非线性影响以及任何其它使 $Y(t)$ 不同于 $V(t)$ 的各种偏差。 $V(t)$ 是 $X(t)$ 通过未知系统（其最优频率响应函数为 $H(f)$ ）而产生的输出。那末，系统频率响应函数的一个最佳估计为

$$\hat{H}(f) = \frac{\hat{E}_{XY}(f)}{\hat{E}_{XX}(f)} \tag{3}$$

式中：

$$\hat{E}_{XY}(f) = \frac{2}{mT} \sum_{K=1}^m X_K^*(f, T) Y_K(f, T) \tag{4}$$

称为瞬变过程 $X(t)$ ， $Y(t)$ 的互能量谱密度函数估计^[2]；

$$\hat{E}_{XX}(f) = \frac{2}{mT} \sum_{K=1}^m |X_K(f, T)|^2 \tag{5}$$

称为瞬变过程 $X(t)$ 的能量谱密度函数估计。其中 $X_K(f, T)$ ， $Y_K(f, T)$ 分别是 $X_K(t)$ 和 $Y_K(t)$ 的有限付氏变换。

$X_K^*(f, T)$ 是 $X_K(f, T)$ 的共轭复数。

$X_K(t)$ ， $Y_K(t)$ 是 $X(t)$ ， $Y(t)$ 中的第 K 个样本。

值得指出的是,由式(4)、(5)计算 $\hat{E}_{XY}(f)$ 、 $\hat{E}_{XX}(f)$ 时需假定记录长度 T 足以包括 $X(t)$ 和 $Y(t)$ 所有有意义的值。也就是在 $t < 0$, $t > T$ 时, $X(t) = Y(t) = 0$ 。且假定试验可重复多次,能得到平均运算所需的 m 个记录。

三、瞬态激振法的试验分析系统

图4表示本试验测定主轴系统动态性能的试验原理。把机床主轴与静压轴承作为一

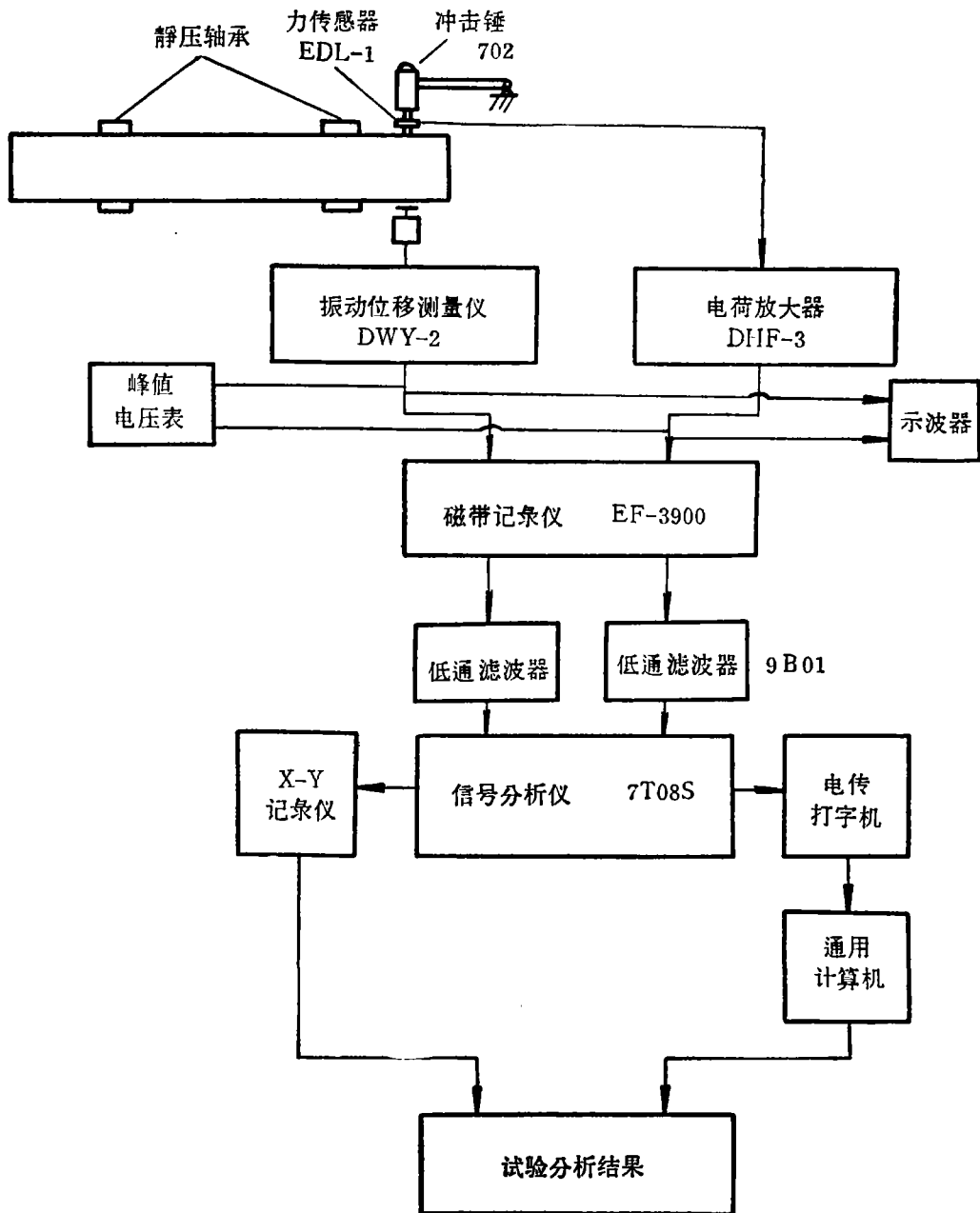


图4 瞬态激振法试验原理图

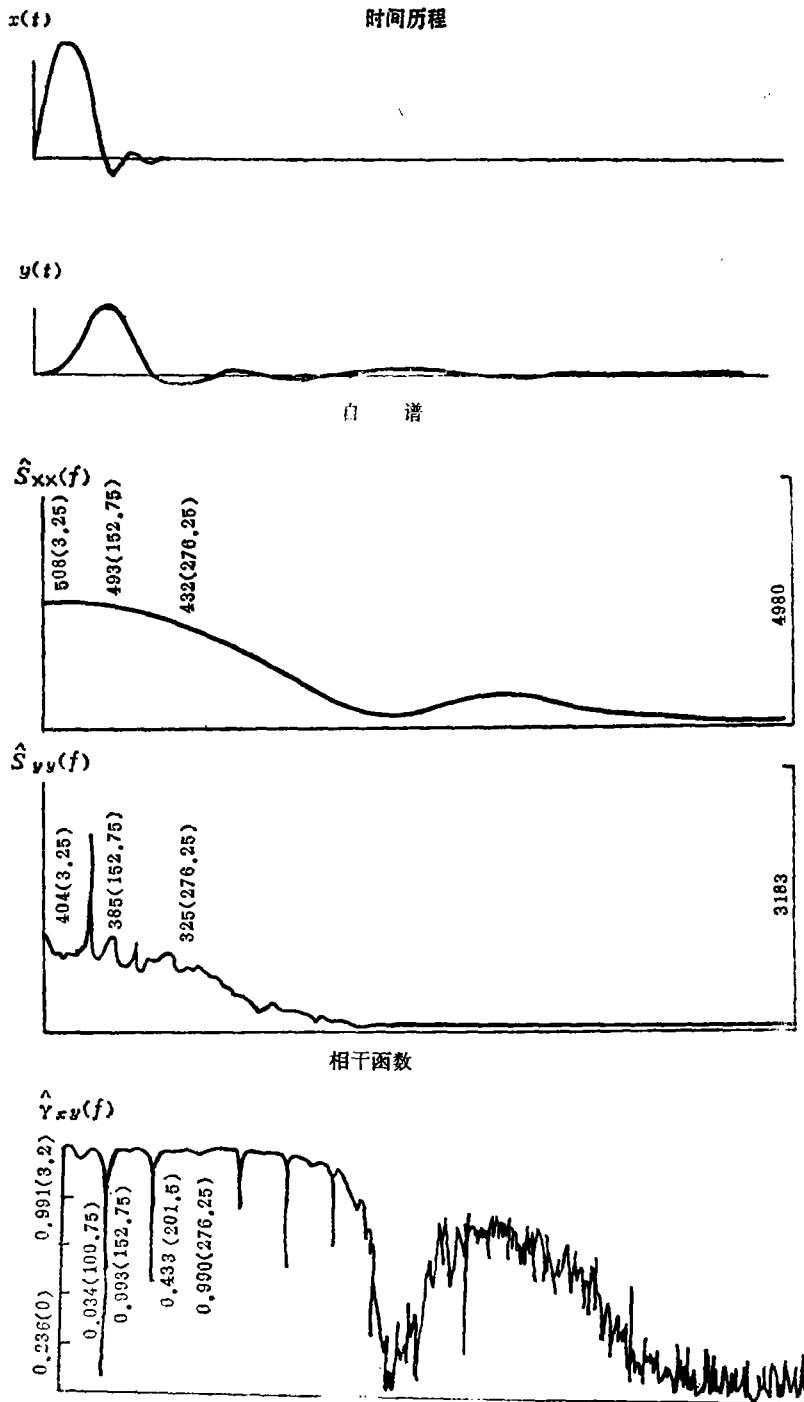


图 5 (a)

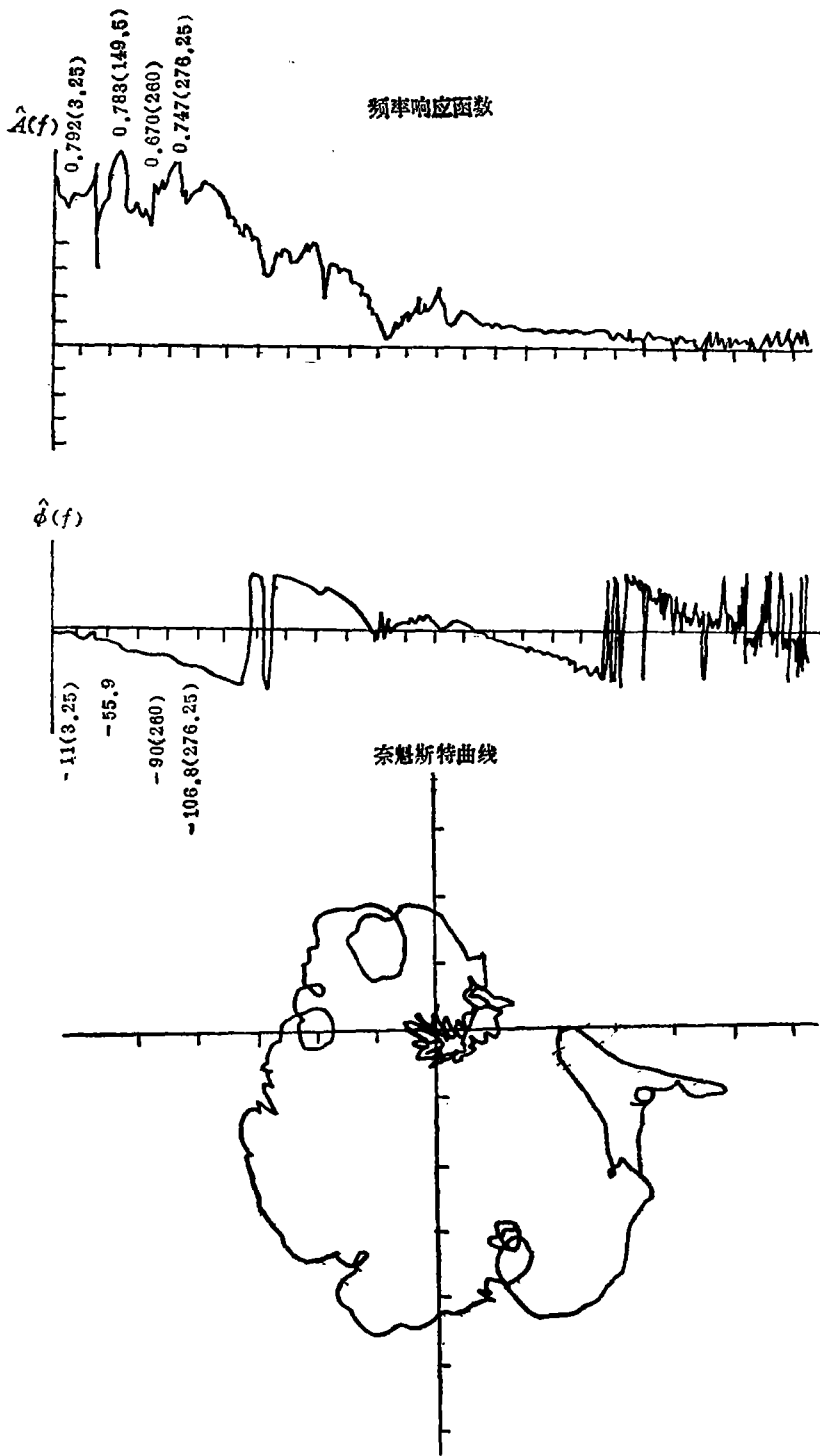


图 5(b)

平均次数: 15

触发形式: 通道触发(1→2)

采样间隔: 0.3ms

触发电平: 1CH 5.8

增益: 1CH 1.7

2CH 1.0

个反馈控制系统。使用带力传感器的冲击锤激励主轴，力信号经电荷放大器输出作为系统的输入信号 $X(t)$ ，位移响应信号由振动位移测量仪测量得到系统输出信号 $Y(t)$ ，同时记录在磁带记录仪上，供离线分析用。

用7 T 08 S实时信号分析仪进行分析的结果如图5所示。电传打字机所得的分析结果，亦可送到通用计算机作进一步的分析处理。

四、瞬态激振法的数字分析特点[2], [3]

由式(3)所得到的频率响应函数估计，一般都含有随机误差和偏差误差。实际应用能否成功的关键是要了解这些误差，并尽可能使之最小。一般来说，被测输入和输出之间的相干函数将表明这些误差是否存在，并有助于评定这些误差的来源和大小。

图6表示分析 $X(t)$ 、 $Y(t)$ 的5组、10组、30组样本所得到的相干函数 $\hat{\gamma}_{xy}(f)$ ，在感兴趣频率范围内基本上都大于0.95，因此，对频率响应函数的估计是可信的。其数字分析的特点主要包括以下几个方面：

1. 分析方法的选择

一般选用互谱方法求频率响应函数，随机误差比较小。参考文献[2]指出，采用互谱方法得到的增益因子估计 $|\hat{H}_1(f)|$ 的随机误差 $\varepsilon[|\hat{H}_1(f)|]$ ，比之用自谱方法得到的增益因子估计 $|\hat{H}_2(f)|$ 的随机误差 $\varepsilon[|\hat{H}_2(f)|]$ 要低 $\frac{1}{|\gamma_{xy}(f)|}$ 的量级，即有：

$$\varepsilon[|\hat{H}_2(f)|] \approx \frac{\varepsilon[|\hat{H}_1(f)|]}{|\gamma_{xy}(f)|} \quad (6)$$

2. 分析长度 T 的选择

对于平稳随机数据，可以用增加记录长度的方法来提高估计精度。但对于瞬态信号的分析，这样作将适得其反，因为增加分析长度会增加 $\hat{E}_{XX}(f)$ 和 $\hat{E}_{XY}(f)$ 计算中外界噪声的影响，从而增加随机误差。所以，瞬态信号的分析长度 T 应等于信号衰减到随机噪声数量级时的长度。同时，为了有效地保证在分析长度内尽量避免随机噪声的引入，一般选触发信号电平为信号峰值电平的10%左右。

另外，在瞬态信号分析中也不能用增加分析长度来片面提高分辨率。为提高分辨率，最有效的方法是频率细化方法。

3. 截断函数的选择

对于平稳随机数据分析，矩形截断函数使信号首尾发生突变，从而产生功率泄漏，故常采用海宁函数等截断。而对于瞬态信号来说，分析长度以外的信号已衰减到随机噪声量级，因此采用矩形窗函数不存在这个问题。相反，采用别的窗函数反而造成有用信息的损失。即使对于小阻尼系统的瞬态信号分析，宜采用矩形窗函数。

为了解决采样长度和采样频率之间的矛盾，可选用频率细化的方法。

4. 频率响应函数估计的误差分析

频率响应函数估计的随机误差可分别由估计增量因子的标准化随机误差 $\varepsilon[|\hat{H}(f)|]$ [3] 和估计相位因子的标准差 $\sigma[\hat{\phi}(f)]$ [3] 来表示：

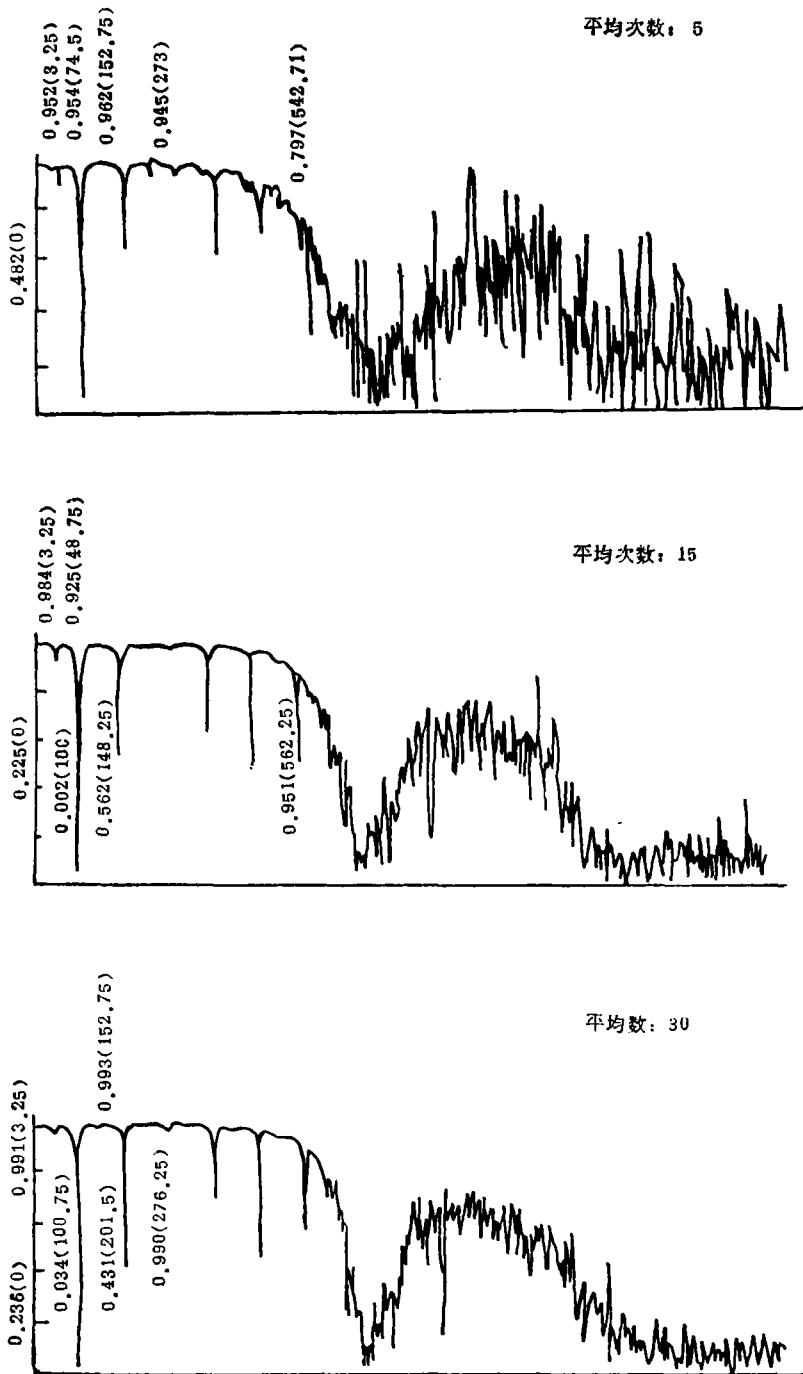


图 6 不同平均次数的相干函数
(采样时间0.3ms)

$$\varepsilon[|\hat{H}(f)|] \approx \frac{[1 - \hat{\gamma}_{xy}^2(f)]^{\frac{1}{2}}}{|\hat{\gamma}_{xy}(f)| \sqrt{2m}} \quad (7)$$

$$\sigma[\hat{\phi}(f)] \approx \sin^{-1}\{\varepsilon[|\hat{H}(f)|]\} \quad (8)$$

考虑到对主轴系统的动态试验是在主轴静止状态下进行的, 它使试验具有明确定义的单输入, 加之试验设备噪声较低, 从而得到接近于 1 的相干函数。因此, 用相对少一些的平均数就足以计算出随机误差较小的估计值。本文根据式(7), 选用 30 组平均, 由图 5 和图 6 可看出, 可以得到较好的频率响应函数估计。但当主轴在运转时, 由于相干函数会明显减小, 为了得到可以接受的精度, 所需平均次数 m 值就会很大。

频率响应函数估计中, 因传播时滞, 输入噪声、分辨力低以及非线性影响等将造成偏度误差^{[2]、[3]}。一般来说, 偏度误差的存在, 总会使相干函数 $\hat{\gamma}_{xy}(f)$ 产生异常, 图 5a 表明, 在绝大多数频率上, $\hat{\gamma}_{xy}(f)$ 都大于 0.95, 但是在 100Hz, 200Hz, 400Hz 附近, 明显地出现凹谷, 而在接近于 0 和大于 500Hz 处 $\hat{\gamma}_{xy}(f)$ 明显减小。另外, 在接近于系统固有频率附近也出现一些小凹谷。

在 100Hz、200Hz 和 400Hz 附近出现凹谷的原因是由于在输出信号测量中存在电源干扰。

在 0Hz 附近, $\hat{\gamma}_{xy}(f)$ 很小, 这是由于在计算中, 数据采用公共时间基准而引入了“时滞”非线性因素, 因此产生时滞偏度误差。本试验中时滞 τ_1 和分析长度 T 之比 ($\tau_1/T = 1/80$) 很小, 但对 0Hz 附近仍是有影响的。由于 0Hz 附近的相干函数值很小, 因此还不能直接得到系统的静刚度。

在 500Hz 以上, $\hat{\gamma}_{xy}(f)$ 的下降和 $\hat{H}(f)$ 的下降是一致的。主要是由于测量噪声严重地污染了输出信号所致。

在接近于系统固有频率处, 即 $\hat{H}(f)$ 的峰值处, 如图 5a, 频率为 152.75Hz 和 276.25Hz 附近。在这些频率上的信噪比高, 所对应的 $\hat{\gamma}_{xy}(f)$ 值本应出现尖峰, 但反而出现了小凹谷, 这一般是由于谱分辨力和系统非线性影响所致。由于分析仪无细化功能, 尚不能分清这两种因素。

五、主轴系统动力参数的试验结果

根据上述分析, 可以从系统频率响应函数估计值中 (由电传打字机输出值) 找出系统的固有频率, 它们是 149.5Hz 和 272.5Hz 左右。其阻尼大约是 0.3 左右 (参看图 7, 图 8)。

由系统的频率响应函数估计 $\hat{H}(f)$ 得知, 取其模的倒数, 即 $\lambda(f) = \frac{1}{|\hat{H}(f)|}$ 可求得系统的动刚度。因此在奈魁斯特图上找出给定频率所对应的点, 该点到坐标原点的距离即为主轴系统在该频率周期性外力作用下的动柔度, 其距离的倒数就是相应的动刚度。根据图 7 和表 1 可查出该系统的动刚度值。

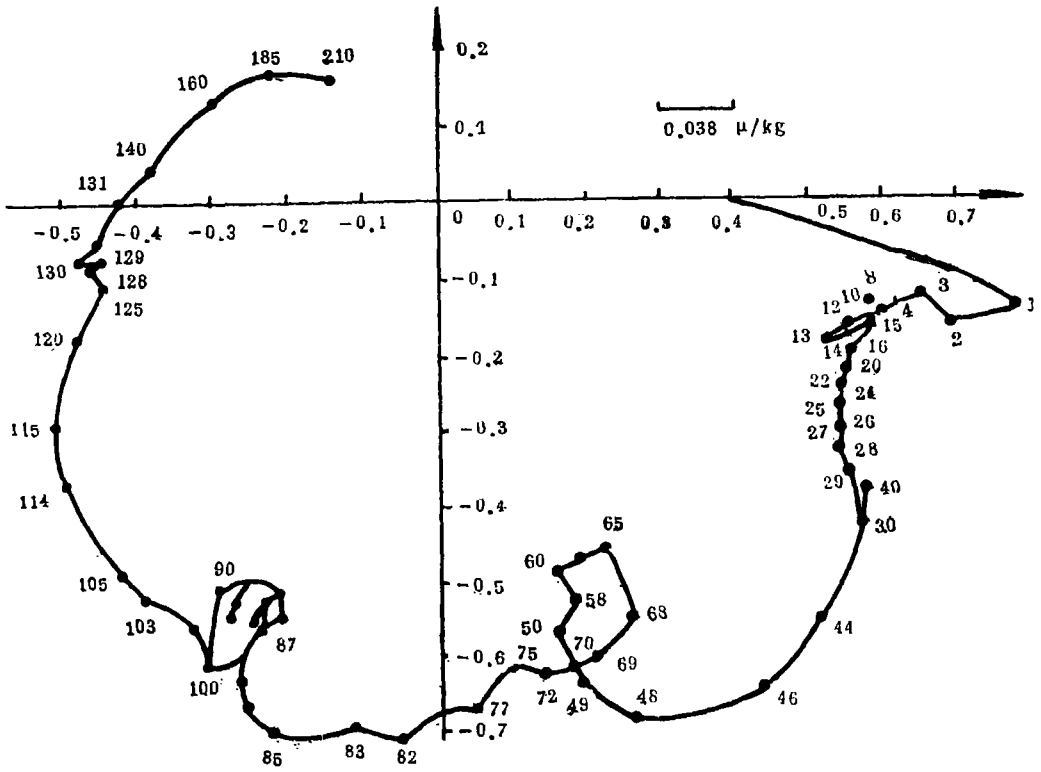


图 7 由实验结果绘制的奈魁斯特曲线

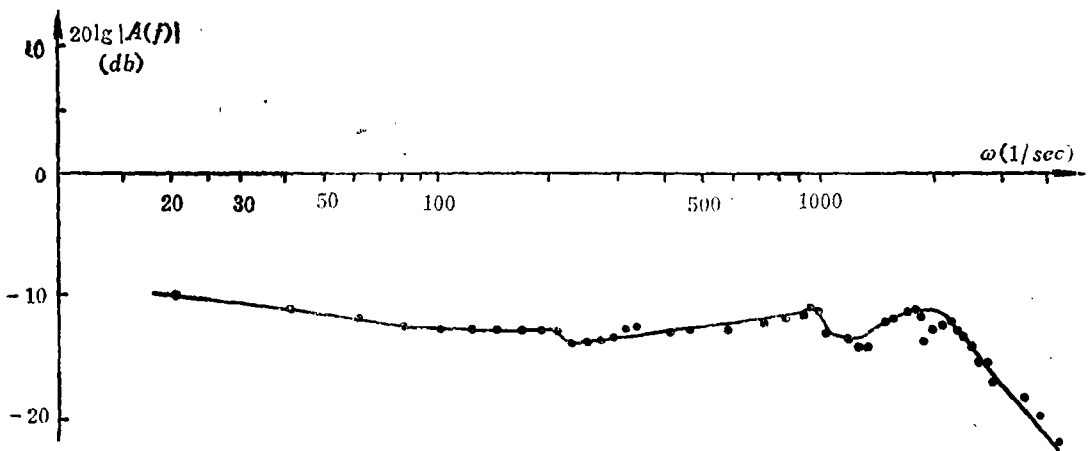


图 8 由实验结果绘制的 Bode 图

表 1 主轴系统的动刚度值

序 号	频 率 Hz	动 刚 度 kg/ μ	序 号	频 率 Hz	动 刚 度 kg/ μ
1	3.25	3.27	58	188.5	4.65
2	6.5	3.66	60	195	5.03
3	9.75	3.95	65	211.25	5.05
4	13	4.19	68	221	4.29
5	16.25	4.36	70	227.5	4.04
6	19.5	4.25	72	234	3.99
7	22.75	4.31	75	243.75	4.02
8	26	4.325	77	250.25	3.88
9	29.25	4.325	80	280	3.89
10	32.5	4.33	82	286.5	3.83
11	35.75	4.74	85	276.25	3.49
12	39	4.58	86	279.5	3.78
13	42.25	4.65	90	292.5	4.57
14	45.5	4.62	95	308.75	4.28
15	48.75	4.30	100	325	4.17
16	52	4.46	103	334.75	3.96
20	65	4.39	105	341.25	4.04
22	71.5	4.38	110	357.5	4.20
24	78	4.35	115	373.75	4.50
26	84.5	4.25	120	390	5.05
28	91	4.11	125	406.25	5.67
30	93.5	3.60	130	422.5	5.40
40	130	3.79	135	438.75	6.31
44	143	3.44	140	455	6.86
46	149.5	3.33	160	520	7.79
48	156	3.55	185	601.25	9.45
49	159.25	3.90	210	682.5	12.79
50	162.5	4.40			

六、系统的传递函数

应用“Levy曲线拟合”方法^[4]，根据上述的实验分析结果（各个不同频率下的幅值比和相位差，可求得系统的传递函数。

众所周知，对于一个实际的线性时不变系统，它的传递函数可以表示成以频率为自变量的两个多项式之比。静压轴承支承的主轴系统传递函数具有如下形式^[5]：

$$\hat{G}(s) = \frac{b_0 + b_1s + b_2s^2 + b_3s^3}{1 + a_1s + a_2s^2 + a_3s^3 + a_4s^4 + a_5s^5} \quad (9)$$

那么它的频率特性方程为：

$$\hat{G}(j\omega) = \frac{b_0 + b_1(j\omega) + b_2(j\omega)^2 + b_3(j\omega)^3}{1 + a_1(j\omega) + a_2(j\omega)^2 + a_3(j\omega)^3 + a_4(j\omega)^4 + a_5(j\omega)^5} \quad (10)$$

$$\hat{G}(j\omega) \stackrel{\text{定义}}{=} \frac{\alpha + j\omega\beta}{\sigma + j\omega\tau} \quad (11)$$

$$\hat{G}(j\omega) \stackrel{\text{定义}}{=} \frac{N(\omega)}{D(\omega)} \quad (12)$$

问题是如何确定系数 b_0 、 b_1 、 b_2 、 b_3 、 a_1 、 a_2 、 a_3 、 a_4 、 a_5 。

假设 $G(j\omega)$ 是从实验得到的，那末它在各个频率上的幅值与相位的数值是已知的，即

$$\begin{aligned} G(j\omega) &= A(\omega)e^{-j\phi(\omega)} \\ &= R_e(\omega) + jI_m(\omega) \end{aligned} \quad (13)$$

式中： $A(\omega)$ 和 $\phi(\omega)$ 分别是 $G(j\omega)$ 的幅值和相位；

$R_e(\omega)$ 和 $I_m(\omega)$ 分别是 $G(j\omega)$ 的实部和虚部。令

$$\begin{aligned} \varepsilon(\omega_i) &= G(j\omega_i) - \hat{G}(j\omega_i) \\ &= G(j\omega_i) - \frac{N(\omega_i)}{D(\omega_i)} \end{aligned} \quad (14)$$

那末， $\varepsilon(\omega_i)$ 表示在任何频率上两者的吻合误差。为了计算方便，采用“加权差”，即

$$D(\omega_i)\varepsilon(\omega_i) = D(\omega_i)G(j\omega_i) - N(\omega_i) \quad (15)$$

为使系统频率特性曲线上的每个采样点误差最小，组成一个新的误差函数：

$$E = \sum_{i=0}^h |D(\omega_i)\varepsilon(\omega_i)|^2 \quad (16)$$

取 E 的极小值，它可表示加权最小二乘拟合好坏的判据。

将(12)、(13)、(14)、(15)代入(16)得到

$$E = \sum_{i=0}^h [(\sigma_i R_i - \omega_i \tau_i I_i - \alpha_i)^2 + (\omega_i \tau_i R_i + \sigma_i I_i - \omega_i \beta_i)^2] \quad (17)$$

这里 R_i 、 I_i 分别表示 $R_e(\omega_i)$ 和 $I_m(\omega_i)$ 。

而

$$\begin{aligned} \alpha_i &= b_0 - b_2 \omega_i^2 \\ \beta_i &= b_1 - b_3 \omega_i^2 \\ \sigma_i &= 1 - a_2 \omega_i^2 + a_4 \omega_i^4 \\ \tau_i &= a_1 - a_3 \omega_i^2 + a_5 \omega_i^4 \end{aligned} \quad (18)$$

方程(17)分别对 b_0 、 b_1 、 b_2 、 b_3 、 a_1 、 a_2 、 a_3 、 a_4 、 a_5 求偏导并令其等于零，即

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial b_0} &= \sum_{i=0}^h 2(\sigma_i R_i - \omega_i \tau_i I_i - \alpha_i)(-1) = 0 \\ \frac{\partial E}{\partial b_1} &= \sum_{i=0}^h 2(\omega_i \tau_i R_i + \sigma_i I_i - \omega_i \beta_i)(-\omega_i) = 0 \\ \frac{\partial E}{\partial b_2} &= \sum_{i=0}^h 2(\sigma_i R_i - \omega_i \tau_i I_i - \alpha_i)(-\omega_i^2) = 0 \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial E}{\partial a_1} &= \sum_{i=0}^k [2(\sigma_i R_i - \omega_i \tau_i I_i - a_i)(-\omega_i I_i) \\ &\quad + 2(\omega_i \tau_i R_i + \sigma_i I_i - \omega_i \beta_i)(\omega_i R_i)] = 0 \\ \frac{\partial E}{\partial a_2} &= \sum_{i=0}^k [2(\sigma_i R_i - \omega_i \tau_i I_i - a_i)(-\omega_i^2 R_i) \\ &\quad + 2(\omega_i \tau_i R_i + \sigma_i I_i - \omega_i \beta_i)(-\omega_i^2 I_i)] = 0\end{aligned}$$

将(18)代入(19)给出以下九元一次方程组:

$$\begin{pmatrix} V_0 & -0 & -V_2 & 0 & T_1 & S_2 & -T_3 & -S_4 & T_5 \\ 0 & V_2 & 0 & -V_4 & -S_2 & T_3 & S_4 & -T_5 & -S_6 \\ V_2 & 0 & -V_4 & 0 & T_3 & S_4 & -T_5 & -S_6 & T_7 \\ 0 & V_4 & 0 & -V_6 & -S_4 & T_5 & S_6 & -T_7 & -S_8 \\ T_1 & -S_2 & -T_3 & S_4 & U_2 & 0 & -U_4 & 0 & U_6 \\ S_2 & T_3 & -S_4 & -T_5 & 0 & U_4 & 0 & -U_6 & 0 \\ T_3 & -S_4 & -T_3 & S_6 & U_4 & 0 & -U_6 & 0 & U_8 \\ S_4 & T_3 & -S_6 & -T_7 & 0 & U_6 & 0 & -U_8 & 0 \\ T_3 & -S_6 & -T_7 & S_8 & U_6 & 0 & -U_8 & 0 & U_{10} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_0 \\ T_1 \\ S_2 \\ T_3 \\ 0 \\ U_2 \\ 0 \\ U_4 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (20)$$

这里:

$$\left. \begin{aligned} V_j &= \sum_{i=0}^k \omega_i^j \\ S_j &= \sum_{i=0}^k \omega_i^j R_i \\ T_j &= \sum_{i=0}^k \omega_i^j I_i \\ U_j &= \sum_{i=0}^k \omega_i^j (R_i^2 + I_i^2) \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

解上列线性方程组就可求得系数 $b_0, b_1, b_2, b_3, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$ 。由信号分析仪的分析结果 $A(\omega_i), \Phi(\omega_i)$, 借助通用计算机可直接求得这些系数。我们在 DPS-6 计算机上编有 FORTRANA 程序。计算结果是:

$$\begin{aligned}
 b_0 &= 0.29401 \\
 b_1 &= 0.61518 \times 10^{-8} \\
 b_2 &= 0.13671 \times 10^{-7} \\
 b_3 &= 0.24434 \times 10^{-10} \\
 a_1 &= 0.12343 \times 10^{-2} \\
 a_2 &= 0.12159 \times 10^{-6} \\
 a_3 &= 0.44361 \times 10^{-9} \\
 a_4 &= 0.19496 \times 10^{-13} \\
 a_5 &= 0.19706 \times 10^{-16}
 \end{aligned}$$

由此得到系统的传递函数为

$$G(s) = \frac{K(b_0 + b_1s + b_2s^2 + b_3s^3)}{1 + a_1s + a_2s^2 + a_3s^3 + a_4s^4 + a_5s^5}$$

其中 $K=2.60816(\mu/\text{kg})$ 为标定值系数。

值得指出的是,在拟合系统的传递函数过程中,初始值需经剔除野点等预处理。否则拟合结果会产生各种问题。

七、结 论

综上所述,可以得出如下初步结论:

1. 瞬态激振法的试验简单,便于现场测试。因此它是机械结构动态试验的有效方法;
2. 应用瞬态激振法获得的瞬态信号不同于一般的平稳随机信号,其分析方法有所不同。只要注意数字分析的特点,就能得到可信的试验结果。
3. 应用瞬态激振法获得的频率响应函数估计,互能量谱密度函数估计必须伴有随机误差和偏度误差的分析。这样有助于评定误差的来源,并使它们减小到较小的程度。
4. 根据专用分析仪得到的中间分析结果,应用“曲线拟合”的方法,可在通用计算机上求得系统传递函数。
5. 根据分析得到的系统结构动力参数,传递函数可供系统动态性能分析,结构设计和故障诊断等。

由于我们水平有限,加之试验条件限制,因此一定存在许多不当之处,恳请批评指正。

致 谢

作者对 89001 部队 5 分队在本文试验、分析工作中给予的大力支持和帮助深致谢意。

参 考 文 献

- [1] 绪方胜彦,现代控制工程,科学出版社,1976.9.
- [2] J.S贝达特, A.G皮尔索,随机数据分析方法,国防工业出版社,1976.12.

- [3] J.S贝达特, A.G皮尔索, 相关分析和谱分析的工程应用, 国防工业出版社, 1983.5.
- [4] Eykhoff, P.ed, Trends and progress in system identification, Oxford, Pergamon, 1981.
- [5] 阳含和等, 机床静压轴承动态特性的系统分析法, 西安交通大学科参80—303.

Adopt the Transient Exciting Methods in Measuring Dynamic Characteristic of the Main Spindle System of Machine Tool with Super-accuracy

Wen Xisen Wang Boohe

Tang Bingyong Zhang Xugiang

Abstract

The transient exciting test is one of the important methods to get the dynamic parameters of mechanical systems. Adopting the transient exciting methods, the dynamic exciting test has been carried out for the main spindle system of machine tool S1—235 with super—accuracy in this paper.

The test technique the fundamental principle and the characteristic of signal processing of the transient exciting methods are presented here. Finally the natural frequencies, the damping ratio and the dynamic stiffness have been determined. The transfer function of system has been obtained by Levy's direct curve fitting methods.