

# 在轴内压作用下网格结构的优化设计

李书敏

**摘要** 承受高轴压、内压作用的网格圆柱壳箱体，是构成导弹和运载火箭的主要组成部分。本文对于这种结构可能产生的破坏形式做了分析并提出了一个优化设计的方法。用此方法计算的实例表明，采用机械铣网格结构与化铣网格结构相比，在相同载荷作用下，可以降低结构重量17.3%。

网格结构在近代飞行器上，已得到了广泛的应用。对于这种结构的分析和综合，国外学者多有著述。R.R.Meyer<sup>[1]</sup>研究了斜置正交网格加劲壳的屈曲问题；M.I.Baig和T.Y.Yang<sup>[2]</sup>研究了正交正置网格加劲圆筒壳的屈曲问题。他们的研究结果表明，对于简支正交正置网格圆筒壳，在压弯载荷联合作用下，与相同重量的硬壳相比，屈曲强度可增加32.8%；若在纯弯曲情况下，屈曲强度可增加40.4%。文[3]也给出，在压缩载荷作用下，与硬壳相比，采用网格加劲结构，可以降低结构重量1/3~1/2；若采用机械铣网格结构，由于肋剖面形状合理，比化铣网格结构还可降低结构重量10%。T.P.Kicher<sup>[4]</sup>、L.A.Schmit, M.W.Morrow和T.P.Kicher<sup>[5]</sup>以及M.Pappas和C.L.Amba-Rao<sup>[6]</sup>等学者，用不同的优化方法研究了整体加劲圆筒壳，在轴内压（或外压）作用下的结构综合，他们指出，最小重量设计不是唯一的，而且认为，若设计出能使所有可能破坏形式同时发生的结构元件，也是异常困难的。

本文在分析液体火箭推进剂箱在飞行中所承受的主要载荷和可能发生的破坏形式的基础上，在满足推进剂箱总体稳定性、局部稳定性、内压强度以及制造工艺等条件下，提出了进行分析和综合的方法。通过实例计算表明：在相同条件下，采用机械铣网格结构与化铣网格结构相比，可以降低结构重量17.3%。为液体火箭推进剂箱的优化设计提供了一个方法。

液体火箭推进剂箱在飞行中，主要承受轴压 $T_a$ 、弯矩 $M_a$ 和增压压力 $P_{3V}$ 等载荷，依据导弹设计的习惯作法，把弯矩折算成当量轴压

$$T_{da} \sim \frac{2M_a}{R}$$

式中  $R$  为推进剂箱圆筒段半径。

故有

$$P_j = f \left( T_s + \frac{2M_s}{R} \right) - \pi R^2 P_{3y}$$

式中  $P_j$  为圆筒段设计轴压

$f$  为安全系数。

推进剂箱在轴内压作用下，筒段可能的破坏形式是

**总体失稳** 试验表明，这种破坏伴随着爆声突然发生，沿周向朝弹轴方向形成菱形凹陷，每个凹陷都包括几个加劲网格。文[1]、[3]指出，对于斜置正交网格结构，总体失稳的波形是对称的，发生失稳时的应力，没有超过材料的比例极限，文[3]还指出，试验结果与轴压和内压的加载次序无关；轴向力的理论值低于实验加载值，低的数量大约等于由内压引起的卸载值  $\pi R^2 P_{3y}$ 。为安全起见，在计算轴向承载能力时，假定  $P_{3y} = 0$ 。

**局部失稳** 由于壳体几何形状是靠肋条骨架来维持的，所以发生局部失稳时，小方格蒙皮丧失稳定，整个结构仍有承载能力；当卸载时，蒙皮局部凹陷消失。网格蒙皮的局部失稳约使总体失稳的临界载荷降低10~20%。理想情况是总体失稳和局部失稳同时发生。

**内压强度破坏** 目前液体火箭多采用充压式推进剂箱。在内压作用下，发生强度破坏是又一种可能的破坏形式。单独承内压时，网格结构的效率低于光亮。

### 三

**总体稳定性计算** 文[1]给出斜置正交网格加劲壳的屈曲方程为

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{12} & C_{22} - \lambda^2 \psi & C_{23} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} - \lambda^2 \left[ \psi + \frac{\gamma}{\lambda^2} (n^2 - 1) \right] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{A} \\ \bar{B} \\ \bar{C} \end{Bmatrix} = 0$$

该方程非零解的充分和必要条件是系数矩阵行列式为零，于是有

$$A_1 (\lambda^2 \psi)^2 - B_1 (\lambda^2 \psi) + C = 0 \quad (*)$$

式中  $A_1 = C_{11} \beta$ ;

$$\beta = 1 + \frac{\gamma}{\lambda^2} (n^2 - 1);$$

$$B_1 = \begin{vmatrix} C_{11} & C_{13} \\ C_{13} & C_{33} \end{vmatrix} + \beta \begin{vmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{12} & C_{22} \end{vmatrix} = C_2 + \beta C_3;$$

$$C = \begin{vmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} \end{vmatrix}$$

$C_{ij}$  由文(1)给出。

(\*)式的根为

$$\lambda^2 \psi = \frac{\lambda^2 N_{x_0}}{K} = \frac{B_1 \pm \sqrt{B_1^2 - 4A_1 C}}{2A_1}$$

所以

$$N_{x_0} = \frac{K}{2\lambda^2 A_1} [B_1 \pm \sqrt{B_1^2 - 4A_1 C}]$$

式中  $N_{x_0}$  为单位长度上的薄膜轴向载荷;

$$\lambda = m\pi R/L;$$

$$K = \frac{Eh}{1-\nu^2};$$

$h$  为小方格蒙皮厚度;

$\nu$  为泊桑系数;

$$A_1 = A_1(m, n);$$

$$B_1 = B_1(m, n);$$

$$C = C(m, n);$$

$$m = 1, 2, 3, \dots, n = 0, 1, 2, \dots$$

最后求得  $N_{x_0}^{m_1 n} = p_{1j}$

则总体失稳的临界载荷为

$$P_{1j} = 2\pi R p_{1j}$$

小方格蒙皮的应力计算 在壳体中取出单元体, 如图 1 所示。

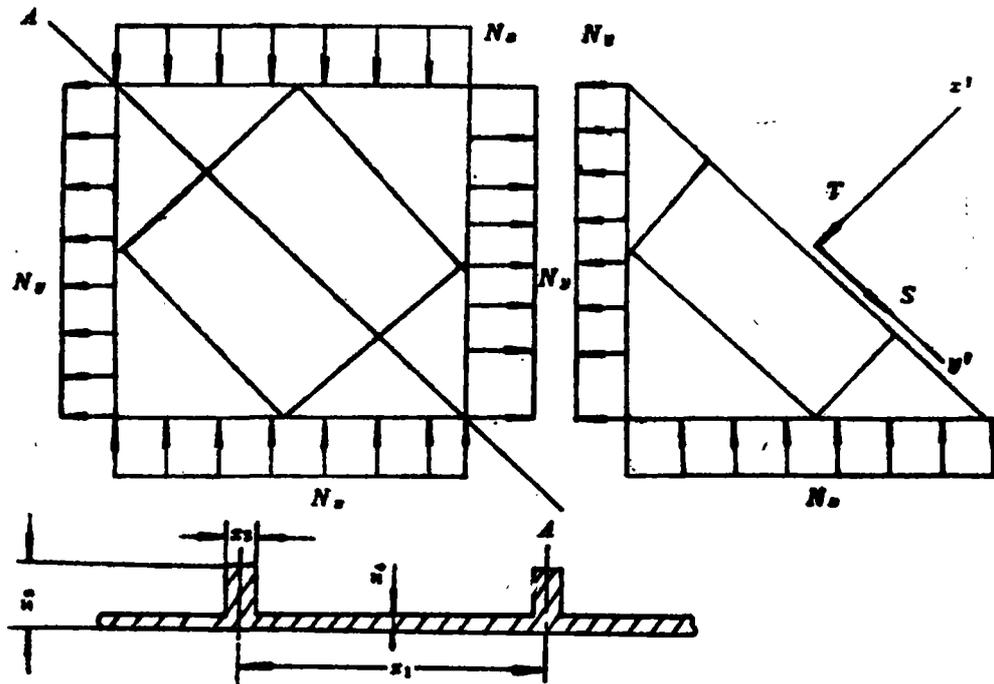


图 1

$$N_x = P_j / 2\pi R;$$

$$N_y = p_x R;$$

式中  $p_x = P_{jy} + \gamma_1 H n_x$ ;

$\gamma_1$  为推进剂比重;

$n_x$  为轴向过载;

$H$  为液柱高度。

在  $N_x$ ,  $N_y$  作用下, 小方格蒙皮单位长度上的内力:

$$T = \frac{P_j}{4\pi R} - \frac{p_x R}{2}$$

$$S = \frac{P_j}{4\pi R} + \frac{p_x R}{2}$$

假定:

1. 肋条是单向受力的杆;

2. 在外力作用下, 在同一方向上肋条对蒙皮的抗拉、抗剪的效率是一样的。

由虎克定律, 得

$$\sigma_{mpx'} = \sigma_{mpy'} = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_{x'} + \nu \varepsilon_{y'})$$

因为

$$\varepsilon_{x'} = \varepsilon_{y'}$$

所以

$$\sigma_{mpx'} = \sigma_{mpy'} = \frac{E \varepsilon_{x'}}{1-\nu}$$

$$\tau_{mpx'y'} = \frac{S}{x_4} \Omega$$

由

$$T = \sigma_{mpx'} x_4 + \frac{x_2(x_3 - x_4)}{x_1} \sigma_x$$

式中 角标  $mp$  表示蒙皮;

$l$  表示肋条。

求出:

$$\varepsilon_{x'} = \frac{P_j - 2\pi R^2 p_x}{4\pi R E x_4} \Omega$$

式中  $\Omega$  表示肋条对蒙皮的应力影响。

$$\Omega = \frac{1}{\left[ 1 + \frac{x_2(x_3 - x_4)(1 - \nu)}{(x_1 - x_2)x_4} \right]}$$

最后, 求出

$$\sigma_{mpx'} = \frac{P_j - 2\pi R^2 p_x}{4\pi R x_4} \Omega$$

$$\tau_{mpx'y'} = \frac{P_j + 2\pi R^2 p_x \cdot \Omega}{4\pi R x_4}$$

显然,  $\sigma_{mpx'} > \sigma_{lx'}$ , 在轴内压作用下, 小方格蒙皮首先进入屈服。在斜置正交网格结构中, 取

$$\tau_{mpx'y'} = \tau_{\theta=45^\circ} = \tau_{max}$$

小方格蒙皮局部稳定性计算 由上述求得小方格蒙皮中的应力  $\sigma_{mpx'}$  和  $\tau_{mpx'y'}$  可知

$$\begin{cases} \tau_{mpx'y'} > 0 \\ \sigma_{mpx'} \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \tau_{mpx'y'} > 0 \\ \sigma_{mpx'} < 0 \end{cases}$$

即小方格蒙皮可能处于拉剪、压剪和纯剪的受力状态, 这由  $P_j$  和  $p_x$  的大小决定。在推进剂箱设计中, 要考虑上述几种可能出现的情况, 进行局部强度校核。

小方格蒙皮四边受压剪状态, 按下式计算其临界剪应力<sup>[3]</sup>:

$$\tau_{lj} = k_1 E x_4^2 / x_1^2$$

小方格蒙皮四边受拉剪或纯剪时, 按四边受剪处理, 其临界应力为

$$\tau_{lj} = k_2 E x_4^2 / x_1^2$$

式中  $k_1, k_2$  按文[3]选取。

内压强度计算 在内压作用下, 网格加劲壳的结构效率低于承载能力相同的光壳。在进行内压计算时, 假定把肋条均匀‘铺平’在壳体表面上, 即可求出当量厚度  $x_4^{dn}$ 。环向应力为

$$\sigma_2 = p_x^{max} R / x_4^{dn}$$

径向应力为

$$\sigma_1 = p_x^{max} R / 2x_4^{dn}$$

式中

$$x_4^{dn} = x_4 + \lambda_1 \frac{x_2(x_3 - x_4)}{x_1}$$

取  $\lambda_1 = 1$ , 则

$$x_4^{dn} = x_4 + \frac{x_2(x_3 - x_4)}{x_1}$$

易见

$$\sigma_{max} = \sigma_2$$

$$\sigma_{min} = 0$$

所以, 取

$$\sigma_{ny} = \sigma_2$$

式中 角标  $ny$  表示内压;

$dn$  表示当量

网格加劲壳的工艺限制 文[3]指出, 对于最佳参数壳  $x_4^{dn}$  和  $x_4$  的正确关系为

$$x_4^{dn} = (1.4 \sim 1.7)x_4$$

本文取  $x_4^{dn} = 1.55x_4$ 。当  $x_4$  的工艺限制给定时, 可以求出因工艺限制的极限轴压

$$P_{jz} = 6.9k_2 E \psi_1 (x_4^*)^2$$

式中

$$k_3 = 0.28;$$

$$\psi_1 = x_3/x_4;$$

$$x_4^{\text{max}} = 2.0$$

则

$$P_{js} = 7.73 E \frac{x_3}{x_4}$$

#### 四、

在液体火箭推进剂箱的初步设计中, 给出外载荷、箱体半径和材料机械性能的条件下, 本课题的数学描述是:

选取一组设计变量

$$[x] = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]$$

使目标函数

$$W = W(\langle x \rangle) \rightarrow \min$$

且满足

$$G_i(\langle x \rangle) \leq 0 \quad i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$$

式中

$$G_1 = P_j - P_{1j};$$

$$G_2 = \tau_{mpx'y'} - \tau_s;$$

$$G_3 = \tau_{mpx'y'} - \tau_{1j};$$

$$G_4 = P_{js} - P_{1j};$$

$$G_5 = \sigma_{ny} - \sigma_b;$$

$$G_6 = 4.0 - x_2;$$

$$W = x_4 + \frac{2x_2x_3 - 2x_2x_4}{x_1}$$

用直接探索法求解<sup>[9][10]</sup>。在设计空间中, 选取初始点  $X^k$ , 沿重量梯度方向将  $X^k$  调至  $X^{k+1}$ ,

$$X^{k+1} = X^k \pm \alpha^k S^k$$

式中  $\alpha^k$  为步长;

$$S^k = -\nabla W(X^k)$$

在计算中, 取单位方向向量  $S_w^k$ , 即,

$$S_w^k = \nabla W(X^k) / \Delta$$

式中

$$\Delta = \left[ \left( \frac{\partial W}{\partial x_1} \right)^2 + \left( \frac{\partial W}{\partial x_2} \right)^2 + \left( \frac{\partial W}{\partial x_3} \right)^2 + \left( \frac{\partial W}{\partial x_4} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

采用 Kuhn—Tucker 条件判别是否收敛:

$$\nabla GC + d = -\nabla W(X_A)$$

$$(\nabla G)^T d = 0$$

式中  $X_A$  为约束界面上的点;

$d$  为补偿向量;

$$d = -[\nabla W(X_A) + \nabla GC];$$

$C$  为权数向量;

$$C = - [(\nabla G)^T \nabla G]^{-1} (\nabla G)^T \nabla W(X_A);$$

当  $C \geq 0$ ,

$d=0$ 时, 为极值点。

如果所求约束界面点, 不满足  $K-T$  条件, 则继续按侧移方向调正参数:

$$X^{K+1} = X^K \pm \alpha^K S_B^k$$

式中

$$S_B^k = d - \frac{[\nabla W(X)]^T d}{[\nabla W(X)^T] \nabla W(X)} \cdot \nabla W(X)$$

如果侧移求得约束界面点, 仍不满足  $K-T$  条件, 此时取

$$X_c = \frac{1}{2}(X_A + X_B)$$

以  $X_c$  为新的初始点, 交替使用按重量梯度和‘等重’侧移方向调正参数, 到满足  $K-T$  条件时为止, 即为所求的最佳点。

**算例** 以  $\times$  导弹飞行  $\times$  时刻的  $\times$  截面的载荷情况做为设计情况, 优选该导弹推进剂箱的网格结构尺寸。

已知 材料  $LD-10$ , 半径  $R=1675\text{mm}$ , 安全系数  $f=1.4$ , 设计截面的载荷由下表给出:

表 1

	$\times \times'$
$t(^{\circ}\text{C})$	20
$p_3 y(\text{kg}/\text{cm}^2)$	3.0 2.328
$n_x \gamma_1 H(\text{kg}/\text{cm}^2)$	0
$T_s(\text{kg})$	237400
$M_s(\text{kg}-\text{M})$	155700

方案 I 化铣网格结构[7][8]。

选取设计变量

$$[X] = [x_1 \ x_2 \ x_3]$$

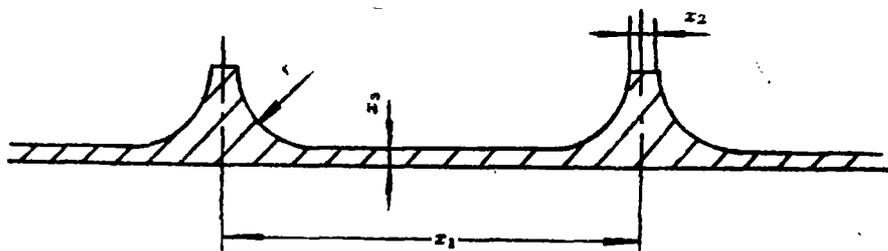


图 2

表 2

化铣网格结构

初始数据			局部优点			目标函数
$x_1$ (cm)	$x_2$ (cm)	$x_3$ (cm)	$x_1$ (cm)	$x_2$ (cm)	$x_3$ (cm)	$W$ (cm)
150	6.0	4.0	152.35	5.43	2.0	3.45
160	6.0	4.0	162.4	5.43	2.07	3.43
170	6.0	4.0	171.6	5.34	2.20	3.42
180	6.0	4.0	181.3	5.20	2.32	3.43
190	6.0	4.0	191.0	5.04	2.44	3.43
200	6.0	4.0	200.0	4.80	2.57	3.43
210	6.0	4.0	210.0	4.57	2.68	3.43
220	6.0	4.0	219.5	4.32	2.8	3.44
230	6.0	4.0	228.8	4.02	2.92	3.52
240	6.0	4.0	238.5	4.02	3.01	3.43

从计算中, 应选取设计参数为

$$x_1 = 176.47, x_2 = 5.27, x_3 = 2.25$$

此时目标函数

$$W = 3.42$$

方案 I 机械铣网格结构。

计算结果由下表给出。

表 3

机械铣网格结构

初始数据				局部优点				目标函数
$x_1$ (cm)	$x_2$ (cm)	$x_3$ (cm)	$x_4$ (cm)	$x_1$ (cm)	$x_2$ (cm)	$x_3$ (cm)	$x_4$ (cm)	$W$ (cm)
150	5.5	8.0	2.2	151.9	5.52	8.0	2.44	2.853
160	5.5	8.0	2.2	161.9	5.52	8.0	2.44	2.828
170	5.5	8.0	2.2	170.9	5.33	8.02	2.57	2.913
180	5.5	8.0	2.5	180.9	5.21	8.01	2.65	2.958
190	5.5	8.0	2.5	189.9	5.22	8.01	2.75	3.038
200	5.5	8.0	2.5	199.9	5.0	8.01	2.75	3.01
210	5.5	8.0	3.0	209.9	4.5	8.0	2.82	3.047
220	5.5	8.0	3.0	220	4.4	8.0	2.9	3.104
230	5.5	8.0	3.0	228	4.3	8.0	2.9	3.092
240	5.5	8.0	3.0	238	4.2	8.0	3.0	3.176

从上表的计算结果, 应选取设计参数为:

$$x_1 = 161.9, x_2 = 5.52, x_3 = 8.02, x_4 = 2.44$$

此时目标函数为

$$W = 2.828$$

比较方案 I, II, 可以求得采用机械铣网格结构推进剂箱比化铣网格结构推进剂箱, 降低结构重量

$$\frac{3.42 - 2.828}{3.42} = 17.3\%$$

### 参 考 文 献

- [1] Meyer, R.R., Buckling of 45° Eccentricstiffened Waffle Cylinders, *Journal of the Royal Aeronautical Society*, Vol. 71, No 679, July 1967, pp. 516—520.
- [2] Baig, M.I. and yang, T.Y., Buckling Analysis of Orthogonally Stiffened Waffle Cylinder, *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 11, Dec. 1974, pp. 832—837.
- [3] Лизин В.Т. и Пяткин В.А., Проектирование тонкостенных конструкций. Издательство, Машиностроение 1976 г. 薄壁结构设计 (廖启端等译, 刘雁铭校) 国防工业出版社, 1983年。
- [4] Kicher, T.P., Structural Synthesis of Integrally Stiffened Cylinder's, *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 5, Jan, 1968, pp 62—67.
- [5] Schmit, L. A., Jr., Morrow, W.M.II, and Kicher, T.P., A Structural Synthesis Capability for Integrally Stiffened Cylindrical Shells, AIAA Paper 68—327, Paim Springs, Calif, 1968
- [6] Pappas, M. and Amba-Rao, C.L., A Direct Search Algorithm for Automated Optimum Structural Design, *AIAA Journal*, Vol.9, March 1971, pp387—393
- [7] 李书敏, 导弹结构工程计算 (讲义), 国防科技大学, 1980.
- [8] 李国光, 结构优化设计 (讲义), 国防科技大学, 1980.
- [9] Gallagher, R.H. and Zienkiewicz, J.W., 陈幸安等译, 最佳结构设计, 国防工业出版社, 1978.

## Optimum Design for the Stiffened Waffle Structure Under the Action of High Axial Compressive Load and Internal Pressure

Li Shumin

### Abstract

Subjected to high axial compressive load and internal pressure, the stiffened waffle cylindrical tankage forms part of the primary structure

of missiles and launch vehicles. In this paper every possible failure caused by such structure and an optimum design method is presented. Results of numerical examples by this method indicate that the weight of the structure to decrease by 17.3% as compared with that of the stiffened waffle cylindrical shell made by chemical milling under the same load.