

# 高电流密度激光加速器

谭 深

**摘 要** 用计算机模拟了电子在高斯激光场、纵向磁场、电子束流电磁场三种场作用下的运动。讨论影响电子被加速的因素。

## 一、引 言

近年来,国内外对自由电子激光的研究十分热烈,激光加速器的研究也十分活跃。这两个课题本质是一致的,都是电子在电磁场中的运动过程。着眼于研究电子的能量转化为光能便是自由电子激光的研究目的。反之,着眼于电磁场能转为电子动能就是激光加速器的研究任务。

电子在激光场中运动既能加速又可减速,关键视二者相位的匹配。文献[1]提出“自共振”的概念、提出在激光对电子的相对频率等于Larmor频率时,电子能不断地被加速。在所举出的参数下,在15.5米行程中电子能量可从25MeV加速到500MeV。这样大的加速梯度十分吸引人。本文将指出文献[1]中的处理的近似性,并指出要获得良好的加速尚需解决的若干问题。

从Star War的角度看,激光加速器的大的加速梯度很适宜于作为射束武器的加速器;但是,作射束武器,它的粒子束流强度很大,束流本身产生的电磁场对粒子的作用不能忽略,其作用之一是射束的扩展[2]。本文将计及束流场的影响。

## 二、运 动 方 程

相对论带电粒子在电磁场中的运动方程(高斯单位制)为

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \vec{v} &= e \left( \vec{E} + \frac{\vec{v}}{c} \times \vec{B} \right) \\ \frac{d}{dt} \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} &= e \vec{E} \cdot \vec{v} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

作变换

$$\left. \begin{aligned} \gamma &= \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad \varepsilon_x = \frac{v_x}{c} \gamma, \\ \varepsilon_y &= \frac{v_y}{c} \gamma, \quad K = \sqrt{\varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2} \\ \varepsilon_x &= K \cos \theta, \quad \varepsilon_y = K \sin \theta, \quad \varepsilon_z = \frac{v_z}{c} \gamma \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

(1)式可表为:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{d\eta} \vec{z} &= \frac{e z_R}{m_0 c^2 \beta_z} \left( \vec{E} + \frac{\dot{\varepsilon} \times \vec{\beta}}{\gamma} \right) \\ \frac{d}{d\eta} \gamma &= \frac{e z_R}{m_0 b^2 \beta_z} \cdot \frac{1}{\gamma} (\vec{E} \cdot \vec{\varepsilon}) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中  $\eta = z/z_R$ , 其中  $z_R$  称为 Rayleigh 长度, 是表征高斯光束的一个常数, 其定义见后文式中

$$\beta_z = \frac{v_z}{c} = \frac{1}{\gamma} \cdot \sqrt{\gamma^2 - K^2 - 1} \quad (4)$$

电磁场  $\vec{E}$ ,  $\vec{B}$  由三个场组成, 它们是:

(1) 激光束的圆偏振高斯光束场  $\vec{E}_0$ 、 $\vec{B}_0$

下面以一列表向量的  $x$ 、 $y$ 、 $z$  三坐标轴的分量。设光束沿  $z$  轴方向传播, 并只计及轴线上场强, 有

$$\vec{E}_0 = \begin{pmatrix} \frac{2\pi}{\lambda} \frac{a_0}{\left[1 + \left(\frac{z}{z_R}\right)^2\right]} \cdot \cos \phi \\ -\frac{2\pi}{\lambda} \frac{a_0}{\left[1 + \left(\frac{z}{z_R}\right)^2\right]} \cdot \sin \phi \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5)$$

式中  $a_0$  为一常数, 表征激光束强度。

$$z_R = \frac{\pi r_0^2}{\lambda} \quad (6)$$

其中  $\lambda$  为激光波长,  $r_0$  为高斯光束腰半径。令  $\omega$  为激光圆频率。(5)式中的  $\phi$  为

$$\phi = -\omega \left( t - \frac{z}{c} \right) + \operatorname{tg}^{-1} \frac{z}{z_R} \quad (7)$$

$$\vec{B}_0 = \begin{pmatrix} \frac{2\pi}{\lambda} (\eta(n-1)\cos\phi + n\sin\phi) \cdot \frac{a_0}{\sqrt{1+\eta^2}} \\ \frac{2\pi}{\lambda} (-\eta(n-1)\sin\phi + n\cos\phi) \cdot \frac{a_0}{\sqrt{1+\eta^2}} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (8)$$

其中

$$n = 1 + \frac{1}{\frac{2\pi}{\lambda} z_R (1 + \eta^2)} \quad (9)$$

对(7)式求时间  $t$  的导数,  $\omega_R = \frac{d\phi}{dt}$  代表以速度  $v_z$  运动的粒子所感受到的激光场的相位变化的角速度, 为

$$\omega_R = -\omega(1 - n\beta_z) \quad (10)$$

### (2) 纵向约束磁场 $\vec{B}_L$

在沿  $z$  方向设置一不随时间而变的高强度磁场  $\vec{B}_L$ , 它沿  $z$  方向缓慢地增加, 以适应加速的需要。  $\vec{B}_L$  满足磁感应线连续的条件。设有

$$\vec{B}_L = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}bx \\ -\frac{1}{2}by \\ B_0 + bz \end{pmatrix} \quad (11)$$

其中  $B_0$ 、 $b$  为常数,  $b \ll B_0$ ,  $b$  为磁场的缓变部分。

### (3) 电子束流场 $\vec{E}_I$ 、 $\vec{B}_I$

按文献[2], 由对称性考虑, 束流轴线上的电磁场为 0, 而束流边缘上的点有一个径向的电场, 和一个方向同时垂直于径向和运动方向的磁场。设束流轴线的坐标为  $x$ 、 $y$ , 束流边缘代表点的坐标为  $U$ 、 $V$  则束流场为

$$\vec{E}_I = \begin{pmatrix} \frac{c_1(U-x)}{(U-x)^2 + (V-y)^2} \\ \frac{c_1(V-y)}{(U-x)^2 + (V-y)^2} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (12)$$

$$\vec{B}_I = \begin{pmatrix} \frac{c_1\beta_z(-(V-y))}{(U-x)^2 + (V-y)^2} \\ \frac{c_1\beta_z(U-x)}{(U-x)^2 + (V-y)^2} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (13)$$

式中

$$c_1 = 2\pi n_0 r_0^2 e \quad (14)$$

其中  $n_0$  是粒子数密度,  $r_0$  是束流在  $t=0$  时的半径,  $e$  为粒子电荷。

令  $M = \phi + \theta$ , 由(2)式用  $K$  和  $\theta$  表达  $e_x$  和  $e_y$ , 把三个电磁场代入运动方程(3), 整理后得

$$\begin{aligned}
\frac{d\theta}{d\eta} = & \frac{ez_R}{m_0 c^2} \left\{ \frac{\gamma}{\sqrt{\gamma^2 - K^2 - 1}} \cdot \frac{1}{K} (-\eta)(n-1) \cos M \right. \\
& + \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{1}{K} a_0 \sin M \cdot \left( -\frac{\gamma}{\sqrt{\gamma^2 - K^2 - 1}} + \frac{n}{\sqrt{1+\eta^2}} \right) \\
& \left. - \frac{b}{2} (x \cos \theta + y \sin \theta) + \frac{B_0 + bz}{\sqrt{\gamma^2 - K^2 - 1}} \right\} \\
& + \frac{ez_R}{m_0 c^2} \cdot \frac{c_1 ((V-y) \cos \theta - (U-x) \sin \theta)}{((U-x)^2 + (V-y)^2) \cdot K} \\
& \cdot \left\{ \frac{\gamma}{\sqrt{\gamma^2 - K^2 - 1}} - \frac{\sqrt{\gamma^2 - K^2 - 1}}{\gamma} \right\} \quad (15)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{dK}{d\eta} = & \frac{ez_R}{m_0 c^2} \left\{ \frac{2\pi a_0}{\lambda \sqrt{1+\eta^2}} \left( \frac{\gamma}{\sqrt{\gamma^2 - K^2 - 1}} - n \right) \cos M \right. \\
& \left. + \frac{2\pi a_0}{\lambda \sqrt{1+\eta^2}} \cdot \eta (n-1) \sin M - \frac{b}{2} (x \sin \theta - y \cos \theta) \right\} \\
& + \frac{ez_R}{m_0 c^2} \cdot \frac{((U-x) \cos \theta + (V-y) \sin \theta) c_1}{(U-x)^2 + (V-y)^2} \\
& \cdot \left( \frac{\gamma}{\sqrt{\gamma^2 - K^2 - 1}} - \frac{\sqrt{\gamma^2 - K^2 - 1}}{\gamma} \right) \quad (16)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d\gamma}{d\eta} = & \frac{ez_R}{m_0 c^2} \left\{ \frac{K}{\sqrt{\gamma^2 - K^2 - 1}} \cdot \frac{a_0 2\pi}{\lambda} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+\eta^2}} \cos M \right\} \\
& + \frac{ez_R}{m_0 c^2} \left\{ \frac{K}{\sqrt{\gamma^2 - K^2 - 1}} \cdot \frac{((U-x) \cos \theta + (V-y) \sin \theta) c_1}{(U-x)^2 + (V-y)^2} \right\} \quad (17)
\end{aligned}$$

上面(15)、(16)、(17)三式即为电子的运动方程,各式右边第二项均表束流场的影响。

### 三、加速条件的分析

从运动方程的复杂程度看出,电子在场中的运动是一个很复杂的运动。由于 $\gamma$ 值正比于电子的能量, $\eta$ 正比于 $z$ 坐标,所以(17)式表加速梯度。影响加速的诸因素在式中明显表示出来。先不考虑束流场的影响,略去(17)式右边第二项得:

$$\frac{d\gamma}{d\eta} = \frac{ez_R}{m_0 c^2} \cdot \frac{a_0 2\pi}{\lambda} \cdot \frac{K}{\sqrt{\gamma^2 - K^2 - 1}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+\eta^2}} \cdot \cos M \quad (18)$$

分析式中各因子, $K$ 表径向速度,只取大于0的值。 $e$ 为电子电荷取负值。所以,当 $\cos M$ 为负时上式右边大于0,表示 $\gamma$ 随 $z$ 增加而增加,即电子获得加速;反之,当 $\cos M$ 为正时减速。由(2)、(7)式可得 $M$ 的表达式

$$M = \phi + \theta = -\omega \left( t - \frac{z}{c} \right) + \text{tg}^{-1} \frac{z}{z_R} + \text{tg}^{-1} \frac{v_y}{v_x} \quad (19)$$

对时间 $t$ 的导数是

$$\begin{aligned} \frac{dM}{dt} = & \frac{\Omega_0}{\gamma} - \omega(1 - n\beta_z) - \frac{e\omega}{m_0 c^2} \sqrt{\frac{a_0}{1 + \eta^2}} \cdot \frac{1}{K} (1 - n\beta_z) \sin M \\ & - \frac{e}{m_0 c} \frac{b}{2} (x \cos \theta + y \sin \theta) \beta_z + \frac{e}{m_0 c} \cdot \frac{\eta}{K} \frac{a_0 \beta_z \cos M}{z_R (1 + \eta^2)^{3/2}} \end{aligned} \quad (20)$$

式中

$$\Omega_0 = \frac{|e| B}{m_0 c} \quad (21)$$

是古典Larmor的旋转的角速度,  $\Omega_0/\gamma$ 是已计及相对论效应的角速度。

由(20)式可见, 实际上要  $\frac{dM}{dt} \equiv 0$  是不可能的。

文献[1]提出的共振条件(当  $n=1$ ) 是

$$\frac{\Omega_0}{\gamma} = \omega(1 - \beta_z) \quad (22)$$

其意义是Larmor角速度与电子感受到的电磁场变化的相位角速度相等。

我们认为即使(22)式成立, (20)右边也不为0。所以绝不意味着文献[1]所断言那样电子与激光场之间的同步可以连续地保持。人们所能做到的只能是使(20)式右边保持一个小而变化缓慢的数值, 使  $M$  变化缓慢而使加速时间增加。

此外, 文献[1]推导出一个运动方程的积分(该文(6b)式):

$$\gamma(n - \beta_z) = c_2 \quad (23)$$

式中  $c_2$  为常数。上式表示等式左边的量不随时间而变。易见, 当令  $n=1$ ,  $c_2 = \Omega_0/\omega$  则(22)式与(23)式相同。该文因而论断共振条件可以永远保持。不过, 值得指出的是:

(1) 该文(6b)式的推导是近似的。该文据以推导(6b)式的(4c)式, 只是本文(20)式略去最后两项的近似结果。

(2) 该文把  $n$  近似作为常数。而按本文(9)式, 显然  $n$  非常数。

(3) 当  $n$  不等于1, 本文由(20)右边首二项相消作为“自共振”的条件, 则是

$$\gamma(1 - n\beta_z) = \frac{\Omega_0}{\omega} \quad (24)$$

显然, (24)式与(22)式不同。

#### 四、计算机模拟的结果

用计算机数值解联立方程组(15)、(16)、(17)式。所取基本参数为: 激光束是  $\text{CO}_2$  激光, 能流密度为  $10^{13}$  瓦/厘米<sup>2</sup>, 腰半径0.5厘米, 纵向约束磁场  $B_0 = 100000$  高斯, 入射电子束能量为25 Mev, 总电流  $2.4 \times 10^4$  安培。

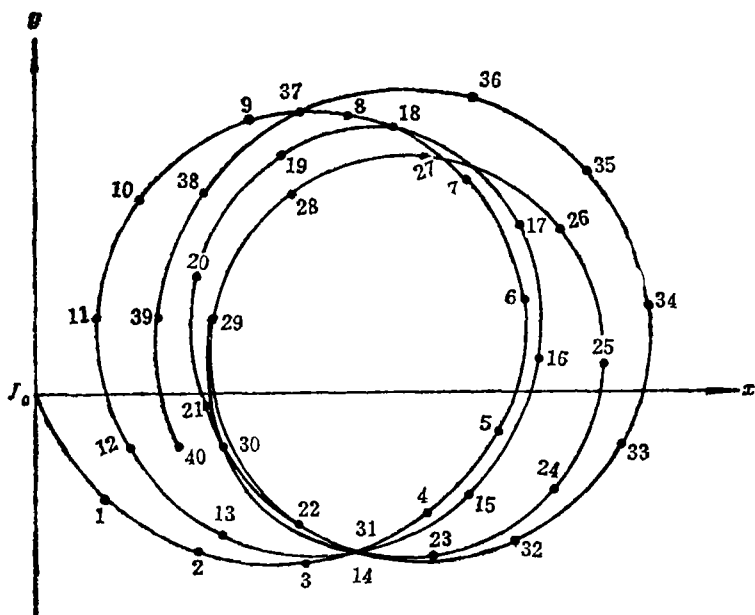


图 1 电子轨迹图

图说明电子的 $z$ 坐标每前进一步（步次用数字标出，步长为 $0.053\text{cm}$ ）时电子的 $x$ 、 $y$ 坐标。

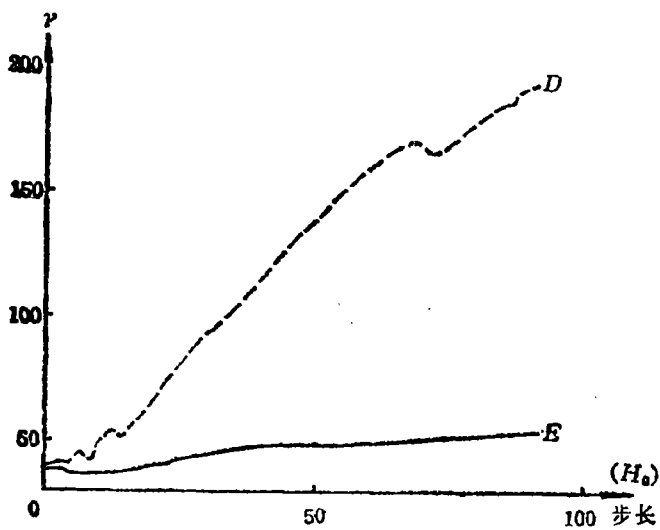


图 2

曲线D和E表示入射时速度径向分量不同（其余参量相同），加速梯度不同。

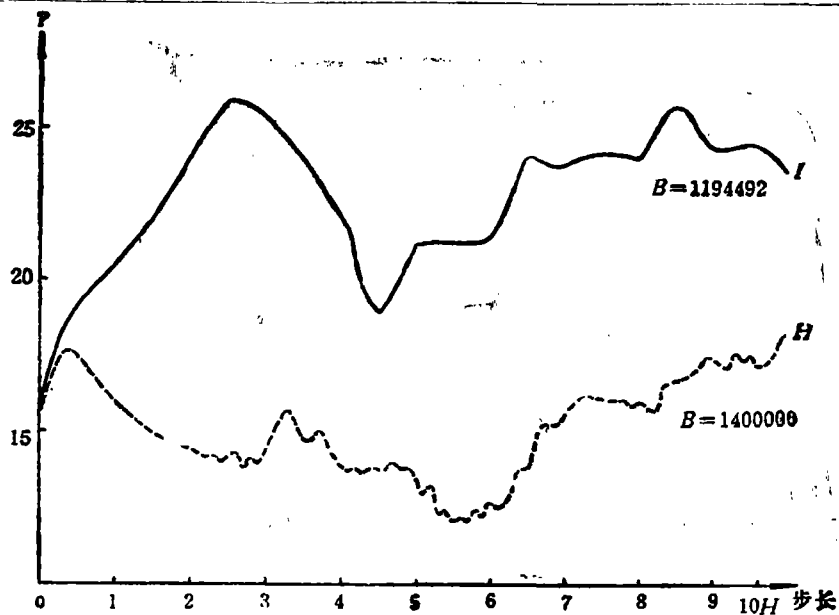


图 3

曲线  $I$  代表  $B = 1194492$ ，满足“共振”；曲线  $H$  代表  $B = 1400000$  不满足条件。二者加速过程不同。

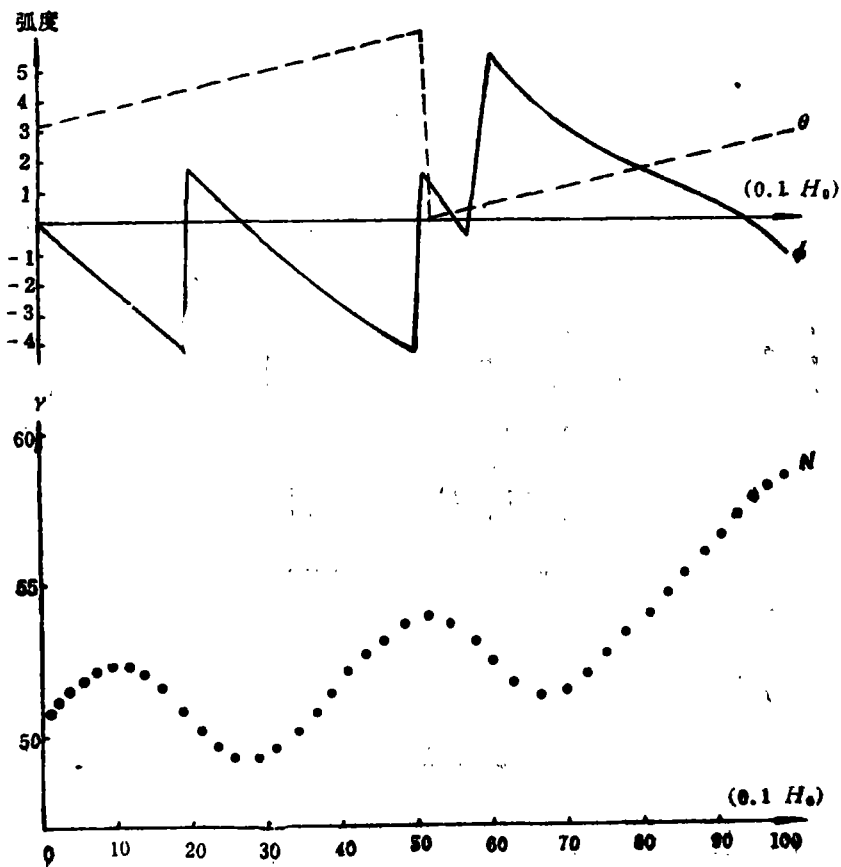


图 4

图4曲线 $\theta$ 、 $\phi$ 其一增加则另一减小,以保证 $M = \phi + \theta = \pi$ ,但即使在“共振态”仍未能完全保持 $M = \pi$ 。因此,表示能量的曲线 $\gamma$ 有增有减。从总的趋势 $\gamma$ 的增加的平均加速梯度是75.47MeV/米。(步长0.053cm,共100步, $\gamma$ 从50增加到58)。

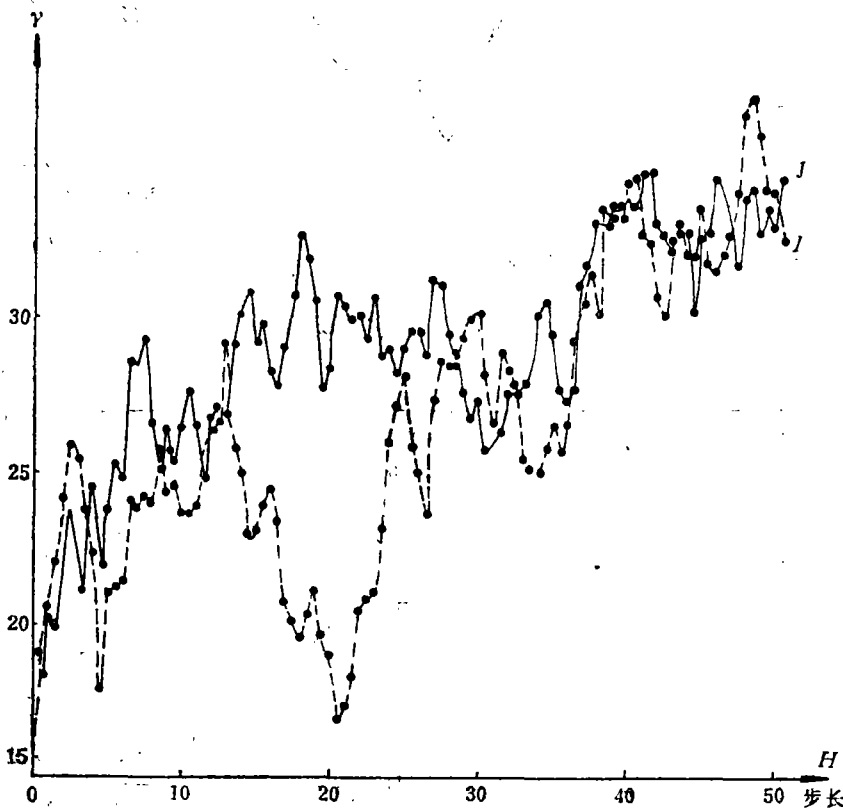


图 5

图5的曲线I表示电子束轴线处粒子的能量曲线,曲线J表示电子束边缘处粒子的能量曲线。

## 五、结 束 语

由上面计算机模拟的结果,除已证明本文已论述过的论断外,还可归纳一些问题如下:

- (1) 要获得有效加速,相位 $M$ 的控制十分重要。要使它尽量长的时间处于 $\pi$ 值附近。
- (2) 加速机理十分复杂。径向速度固然能增加,轴向速度也可以变化。
- (3) 计及电子束的束流场,加速显然有所影响,这影响不能简单的处理为束流轴线的运动叠加束扩展的运动。
- (4) 本文对电子加速过程的描述尚十分初步和粗略。未涉及而重要的问题尚多。如



电子的辐射阻尼，电子的速度分布，不考虑量子效应而作纯古典(虽则用了相对论力学)处理的有效范围，高功率激光束的多模、线宽的影响等等。

(5) 本文只考虑场对粒子的作用，而未考虑粒子对场的反作用引起的效果。

### 文 献

- [1] P.Sprangle等, A Cyclotron Resonance Laser Accelerator, Sante Fe, NM, 粒子加速器会议论文(1983年)
- [2] 谭深, 真空中粒子射束的扩展, 国防科技大学学报, 第2期, 1982年

## A Laser Accelerator with High Current Intensity

Tan Shen

### Abstract

In the paper the movement of electrons by the action of the three fields is simulated by the computer, i.e. Gaussian laser beam field, the longitudinal magnetic field and the field by the intense electron beam. Factors affecting the electron acceleration are also discussed in it.