国防科技大学学报
JOURNAL OF NATIONAL UNIVERSITY OF DEFENSE TECHNOLOGY
一九八六年第三期　总第五十五期　No.3 1986 Sum. 55

WCE迭代算法的收敛性分析

陈学敏　郭桂蓉

提　要　本文针对D.F.Delong教授在文献[1]中提出的一种新算法——WCE迭代算法，运用非线性数值分析理论，导出了该算法的收敛条件。进而，从理论上证明了WCE算法的收敛性与初值选取无关。并且，这一结论也由作者通过计算机仿真研究取得的数值结果所完全证实。

一、引　言

一些广泛应用于信号处理的算法，如：LMS算法，SMI算法等等，它们的收敛性都有较为完整的分析[2][3]。为了解决相关干扰背景下信号的多通道检测问题，D.F.Delong在[1]中提出了一种称为加权协方差估计(Weighted Covariance Estimation—WCE)的新算法。该算法在抑制相关干扰方面有良好的性能，并且在得到大的广义似然比值方面，较以往所采用的算法(如SMI算法)有明显改善[1]。在讨论该算法的收敛性问题时，D.F.Delong指出：[1] $N=2$（接收感元数）情况下算法的程序已编出，对选取不同的初值均未遇到不收敛的情况。但同时D.F.Delong也明确指出：该算法的收敛性还没有从理论上得到证明。本文将基于非线性数值分析理论，通过求解WCE算法收敛条件来解决这一问题。本文中的理论结论已为计算机仿真研究的数值结果所进一步证实。

在第二节中先简述WCE算法的建立过程和计算方法。第三节是对 $N=2$ 情形下，WCE算法收敛性的理论证明，第四节讨论用计算机模拟验证理论分析的结果。

二、加权协方差估计(WCE)算法

Gauss干扰的统计特性完全由其协方差矩阵表征，该协方差矩阵将直接影响到最佳接收机的结构[4]。由于缺少干扰背景的先验知识，因此，须由观测值估计其协方差矩阵。

假设干扰的协方差矩阵是用N维复观测矢量 $\vec{Z}$ 的K个独立采样值进行估计的。令 $\vec{Z}^{(J)}(J=1,2,\cdots\cdots,K)$表示矢量$\vec{Z}$的第$J$个采样矢量。按Nyquist速率进行采样，得到的$\vec{Z}^{(1)}$，$\vec{Z}^{(2)},\cdots\cdots,\vec{Z}^{(K)}$ 是K个独立矢量，假设观测值中只存在干扰，这时每个采样矢

本文1986年1月2日收到

量的概率分布密度为

$$P(\vec{Z})=(\pi)^{-N}\cdot|M|^{-1}\cdot\exp(-\vec{Z}^{T}M^{-1}\vec{Z}) \tag{1}$$

其中M为协方差矩阵[5]。$M=E[\vec{Z}\vec{Z}^{T}]$

于是，$\vec{Z}^{(1)}$，$\vec{Z}^{(2)},\cdots\cdots,\vec{Z}^{(K)}$的联合概率密度为

$$P(\vec{Z}^{(1)},\vec{Z}^{(2)},\cdots\cdots,\vec{Z}^{(K)})=(\pi)^{-NK}\prod_{J=1}^{K}|M_J|^{-1}\cdot\exp\left\{-\left(\sum_{j=1}^{K}\vec{Z}^{(J)T}\cdot M_J^{-1}\cdot\vec{Z}^{(J)}\right)\right\} \tag{2}$$

其中$[\cdot]^T$表示矢量的共扼转置，M_J是第J个采样矢量的协方差矩阵。

若对所有K个采样矢量，干扰的协方差矩阵是不变的，则Goodman[5,定理4.1]指出协方差矩阵的最大似然估计为

$$\hat{M}_1=\hat{M}_2=\cdots\cdots=\hat{M}_K=\frac{1}{K}\sum_{J=1}^{K}\vec{Z}^{(J)}\vec{Z}^{(J)T} \tag{3}$$

由此便可得到SMI算法。

对于具有明显不平稳因素的干扰，假设所有采样矢量都共用一个干扰协方差矩阵是不恰当的。但需要各采样矢量都具有某种共同的规律，否则会因为参数太多而无法完成估计。在[1]中D.F.Delong提出了一种有实际意义的干扰协方差矩阵的数学模型，其形式为

$$M_J=\sigma_J^2C \tag{4}$$

式中，σ_J^2是第J个采样矢量上的干扰功率，C是协方差系数矩阵($C_{ii}=1$)。

该模型意味着：所有采样矢量的协方差系数阵相同，但对不同的采样矢量而言干扰功率则不同。

实际上，C和$\sigma_J^2(J=1,2,\cdots\cdots,K)$均未知，但基于(2)式，(4)式可以得出它们的最大似然估计[1]：

$$\hat{\sigma}_J^2=\frac{1}{N}\vec{Z}^{(J)T}\hat{C}^{-1}\vec{Z}^{(J)}\qquad(J=1,2,\cdots\cdots,K) \tag{5}$$

$$\hat{C}=\frac{1}{K}\sum_{J=1}^{K}\frac{\vec{Z}^{(J)}\vec{Z}^{(J)T}}{\hat{\sigma}_J^2} \tag{6}$$

通常，这类方程组的数值解要经过迭代运算才能得到，加权协方差估计(WCE)算法，就是D.F.Delong为此而提出的。下面给出WCE算法的迭式算式。

在观测为二维($N=2$)的情况下，由(2)式、(4)式有

$$\begin{aligned}l&=\ln P(\vec{Z}^{(1)},\vec{Z}^{(2)},\cdots\cdots,\vec{Z}^{(K)})\\&=-2K\ln\pi-2\sum_{J=1}^{K}\ln\sigma_J^2-K\ln|C|-\sum_{J=1}^{K}\frac{1}{\sigma_J^2}\vec{Z}^{(J)T}C^{-1}\vec{Z}^{(J)}\end{aligned} \tag{7}$$

对$\sigma_J^2\geqslant0$ ($J=1,2,\cdots\cdots,K$) 和C求最大化。

由

$$\frac{\partial l}{\partial C}=0 \tag{8}$$

得

$$\hat{C}=B=\frac{1}{K}\sum_{J=1}^{K}\frac{\vec{Z}^{(J)}\vec{Z}^{(J)T}}{\sigma_J^2}$$

$$=\begin{bmatrix}\frac{1}{K}\sum_{J=1}^{K}\frac{|Z_{J1}|^2}{\sigma_J^2}, & \frac{1}{K}\sum_{J=1}^{K}\frac{Z_{J1}Z_{J2}^*}{\sigma_J^2}\\ \frac{1}{K}\sum_{J=1}^{K}\frac{Z_{J1}^*Z_{J2}}{\sigma_J^2}, & \frac{1}{K}\sum_{J=1}^{K}\frac{|Z_{J2}|^2}{\sigma_J^2}\end{bmatrix} \tag{9}$$

从而

$$l=常数-K\ln|B|-2\sum_{J=1}^{K}\ln\sigma_J^2 \tag{10}$$

令

$$D_J=\frac{Z_{J2}}{Z_{J1}}$$

$$W_J=\frac{1}{K}\cdot\frac{|Z_{J1}|^2}{\sigma_J^2}\geqslant 0 \tag{11}$$

$$R_{IJ}=|D_I-D_J|^2$$

$$(I=1,2,\cdots\cdots,K;\ J=1,2,\cdots\cdots,K)$$

则由(9)式，(11)式得：

$$|B|=\frac{1}{2}\vec{W}^TR\vec{W} \tag{12}$$

其中

$$\vec{W}=\begin{bmatrix}W_1\\W_2\\\vdots\\W_K\end{bmatrix}$$ 称作加权矢量。

于是

$$l=常数-K\ln\vec{W}^TR\vec{W}+2\sum_{J=1}^{K}\ln W_J \tag{13}$$

对W_J求最佳得：

$$W_J(R\vec{W})_J=\frac{1}{K}\vec{W}^TR\vec{W}\quad(J=1,2,\cdots\cdots,K) \tag{14}$$

该方程的解显然与W的因子无关，故

$$W_J(R\vec{W})_J=1\quad(J=1,2,\cdots\cdots,K) \tag{15}$$

由此得迭代算式如下

$$W_J(L+1)=\frac{1}{\sum_{I=1}^{K}R_{IJ}W_I(L)}\quad(J=1,2,\cdots\cdots,K) \tag{16}$$

其中L为迭代次数。

三、WCE算法收敛性的理论分析

对于迭代算法，一般需要讨论以下几个基本问题。

(i) 迭代程序的适定性。即要求所给出的迭代过程始终有意义。对 WCE 算法，这已由各参数的物理意义保证了。

(ii) 迭代程序的收敛性。即迭代过程的收敛条件是什么。WCE 算法的收敛性，正是本节所要研究解决的问题。

(iii) 迭代程序的收敛速度。WCE算法的快速收敛问题将另作研究。

从(16)式，不难看出，这实质上是一组形如

$$\begin{aligned} W_1 &= F_1(W_1, W_2, \cdots\cdots, W_K) \\ W_2 &= F_2(W_1, W_2, \cdots\cdots, W_K) \\ &\vdots \qquad\qquad \vdots \\ W_K &= F_K(W_1, W_2, \cdots\cdots, W_K) \end{aligned} \tag{17}$$

的非线性方程组的迭代求解问题。迭代过程按算式

$$\begin{aligned} W_1(L+1) &= F_1[W_1(L), W_2(L), \cdots\cdots, W_K(L)] \\ W_2(L+1) &= F_2[W_1(L), W_2(L), \cdots\cdots, W_K(L)] \\ &\vdots \qquad\qquad \vdots \\ W_K(L+1) &= F_K[W_1(L), W_2(L) \cdots\cdots, W_K(L)] \end{aligned} \tag{18}$$

进行。其中，$F_j(W_1, W_2, \cdots\cdots, W_K) = 1 \Big/ \sum\limits_{i=1}^{K} R_{ij} W_i \qquad (j=1,2,\cdots\cdots,K)$

因此，可运用非线性数值分析方法，对(18)式的收敛性进行分析。为此，先将后续分析中需用到的有关定理引述如下[6][7]。

定理1 对于任意$m\times m$阶矩阵A和任意正数$\varepsilon>0$，存在R^m中某范数，使下式成立

$$||A|| \leqslant \rho(A) + \varepsilon \tag{19}$$

其中$\rho(A)$为矩阵A的谱半径。

$$\rho(A) = \max\{|\lambda| \ |\lambda \in \lambda(A)\} \tag{20}$$

定理2 设矢量值函数$\vec{F}$：$D\subset R^q \to R^m$于闭球

$$\varphi = \{\vec{W} \ || \ |\vec{W} - \vec{W}_0|| \leqslant \delta, \delta>0\} \subset D$$

上连续可微，则对任何$\vec{W}$，$\vec{W}'\in\varphi$成立

$$||\vec{F}(\vec{W}') - \vec{F}(\vec{W})|| \leqslant \sup_{0<t<1} ||D_{\vec{F}}(\vec{W} + t(\vec{W}' - \vec{W}))|| \cdot ||\vec{W}' - \vec{W}|| \tag{21}$$

其中$D_{\vec{F}}[\cdot]$为$\vec{F}[\cdot]$的导数。

定理3 设$\vec{F}$：$D\subset R^m \to R^m$在闭区域$D_0\subset D$上满足条件

$$||\vec{F}(\vec{W}) - \vec{F}(\vec{W}')|| \leqslant P||\vec{W} - \vec{W}'||, \ \forall \vec{W}, \vec{W}' \in D_0 \tag{22}$$

$0<P<1$，且$\vec{F}(D_0)\subset D_0$，则对任意$\vec{W}_0\in D_0$，迭代式$\vec{W}_{L+1} = \vec{F}(\vec{W}_L)$ $(L=0,1,\cdots\cdots)$ 产生序列$\{\vec{W}_L\}\subset D_0$收敛于方程组$\vec{W} = \vec{F}(\vec{W})$的唯一解$W^*\in D_0$。

为了回避对(18)式直接进行分析所存在的困难，下面将采用一种包含该式在内的更广义的表示方法。

考虑非线性方程组：

$$\begin{aligned} W_1 &= qF_1(W_1, W_2, \cdots\cdots, W_K) \\ W_2 &= qF_2(W_1, W_2, \cdots\cdots, W_K) \\ &\vdots \qquad\qquad \vdots \\ W_K &= qF_K(W_1, W_2, \cdots\cdots, W_K) \end{aligned} \tag{23}$$

其中 q 为任意正数。$F_i(i=1,2,\cdots\cdots,K)$的意义同前。

根据$R_{ij}=|D_i-D_j|^2$有$R_{ii}=0$，而由物理意义知$i\neq j$时，$R_{ij}>0$。故可定义矢量值函数

$$\vec{F}:\ D_1 \subset R^K \to R^K$$

$$\vec{F}(\vec{W}) = \begin{bmatrix} qF_1(\vec{W}) \\ qF_2(\vec{W}) \\ \vdots \\ qF_K(\vec{W}) \end{bmatrix}, \quad \vec{W} = \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ \vdots \\ W_K \end{bmatrix} \tag{24}$$

其中$\vec{F}(\vec{W})$的各分量为给定区域$D_1\subset R^K$上的实函数。

据此，(23)式可改写成

$$\vec{W} = \vec{F}(\vec{W}) \tag{25}$$

于是问题归结为：针对用迭代式$\vec{W}_{L+1}=\vec{F}(\vec{W}_L)$求解$\vec{W}=\vec{F}(\vec{W})$的过程，去寻求解$\vec{W}^*$的存在性与唯一性的条件。

对于$\vec{F}(\vec{W})$，其导数为 Jacobi 矩阵

$$D\vec{F}(\vec{W}) = \begin{pmatrix} 0, & q\dfrac{\partial F_1}{\partial W_2}, & q\dfrac{\partial F_1}{\partial W_3}, & \cdots\cdots, & q\dfrac{\partial F_1}{\partial W_K} \\ q\dfrac{\partial F_2}{\alpha W_1}, & 0, & q\dfrac{\partial F_2}{\partial W_3}, & \cdots\cdots, & q\dfrac{\partial F_2}{\partial W_K} \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ q\dfrac{\partial F_K}{\partial W_1}, & \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots\cdots, & 0 \end{pmatrix}_{K\times K}$$

其中

$$\frac{\partial F_i}{\partial W_j} = -R_{ij} / \left(\sum_{j=1}^{K} R_{ij}W_j\right)^2 < 0 \qquad i\neq j \tag{26}$$

由此可见，$\partial F_i/\partial W_j$在$W_j>0$ $(j,i=1,2,\cdots\cdots,K,i\neq j)$的任意一个闭区域内是有界的，且不为零，故$(\partial F_i/\partial W_j)^{-1}$也在该闭区域内有界。

由$\vec{W}$的物理意义知，其分量均应大于零。令所有这样的$\vec{W}$构成的区域为

$$D_1\{\vec{W}\ |W_i>0(i=1,2,\cdots\cdots,K)\} \tag{27}$$

又$D_{\vec{F}}(\vec{W})$的特征方程为

$$|D_{\vec{F}}(\vec{W}) - \lambda I| = 0 \tag{28}$$

可以解出 $D_{\vec F}(\vec W)$ 的特征值满足条件：$|\lambda| \propto q$. 令 $|\lambda| = q\cdot B$, B 由 $\partial F_i/\partial W_j(i, j=1,2,\cdots\cdots,K, i\neq j)$ 确定，故对 D_1 中任意闭区域，B 是有界的。所以可以选择依赖于该闭区域的 $q=q_1$，使得

$$|\lambda| \leqslant \bar q = q_1\cdot \bar B < 1$$

成立。其中 $\bar B$ 是在该闭区域中 B 的上确界。这样由(20)式，得

$$\rho(D_{\vec F}(\vec W)) \leqslant \bar q \tag{29}$$

故由定理 1 的(19)式，有

$$\|D_{\vec F}(\vec W)\| \leqslant \rho(D_{\vec F}(\vec W)) + \varepsilon = \bar q + \varepsilon \tag{30}$$

对任意选定的初始矢量 $\vec W_0 \in D_1$，可以建立一个包含 $\vec W_0$，$\vec F(\vec W_0)$ 的闭区域 D_0。

$$D_0 = \{\vec W \mid 0 < m_i \leqslant W_i \leqslant M_i,\ i=1,2,\cdots\cdots,K\} \subset D_1 \tag{31}$$

其中

$\vec W_m = \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ \vdots \\ m_K \end{bmatrix}$，$\vec W_M = \begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ \vdots \\ M_K \end{bmatrix}$ 根据 $\vec W_0$，$\vec F(\vec W_0)$ 选定，且满足 $\vec W_m = \vec W_0$，$\vec W_M = \vec F(\vec W_0)$

存在 P 使 $\|\vec W_M - \vec W_m\|/2 \geqslant \|\vec F(\vec W'_p) - \vec W'_p\|/(1-P)$ $P\in(0,1)$ 为常数。

其中令 $\vec W_P = (\vec W_M - \vec W_m)/2$，$\vec W'_P = (\vec W_M + \vec W_m)/2$ (32)

取正数 $\delta = \|\vec W_P\|$ (33)

于是 $\|\vec F(\vec W'_p) - \vec W'_p\| \leqslant \delta(1-P)$ (34)

闭区域 D_0 可以表示为 $D_0 = \{\vec W \mid \|\vec W - \vec W'_P\| \leqslant \delta\} \subset D_1$

则 $D_{\vec F}(\vec W)$ 在 D_0 内存在且连续。考虑

$$\begin{aligned}\|\vec F(\vec W) - \vec W'_p\| &= \|\vec F(\vec W) - \vec F(\vec W'_p) + \vec F(\vec W'_p) - \vec W'_p\| \\ &\leqslant \|\vec F(\vec W) - \vec F(\vec W'_p)\| + \|\vec W'_p - \vec F(\vec W'_p)\|\end{aligned} \tag{35}$$

运用定理 2，取 $\vec W' = \vec W'_p$，并将(30)式代入(21)式得

$$\|\vec F(\vec W) - \vec F(\vec W'_p)\| \leqslant (\bar q + \varepsilon)\|\vec W - \vec W'_p\| \tag{36}$$

令 $P = \varepsilon + \bar q$，则

$$\|\vec F(\vec W) - \vec F(\vec W'_p)\| \leqslant P\delta \tag{37}$$

将(33)式，(27)式代入(35)式得

$$\|\vec F(\vec W) - \vec W'_p\| \leqslant P\delta + \delta(1-P) = \delta \tag{38}$$

于是，$\vec F(\vec W) \in D_0$，即 $\vec F(D_0) \subset D_0$。

又因对任意 $\vec W$，$\vec W' \in D_0$，有

$$\begin{aligned}\|\vec F(\vec W) - \vec F(\vec W')\| &\leqslant (\bar q + \varepsilon)\|\vec W - \vec W'\| \\ &= P\|\vec W - \vec W'\|\end{aligned} \tag{39}$$

由 ε 的任意性总存在有 $P = \bar q + \varepsilon < 1$. 所以，根据定理 3 可知，对任意 $\vec W_0 \in D_0$，(25)式产生的迭代序列 $\{\vec W_L\} \subset D_0$ 收敛于唯一解 $W^* \in D_0$。

鉴于以上推导对任意取定初值 $\vec W_0 \in D_1$ 成立，故对任意初值 $\vec W_0 \in D_1$，便确定了由(25)式产生的迭代序列 $\{\vec W_L\}$，其收敛于唯一解 $W^* \in D_1$。

从上面推证过程可以看出，对给定初值 $\vec W(0)$，就可选定 q_1，使迭代 $\vec W_{L+1} = \vec F(\vec W_L)$

收敛。现考虑(18)式迭代过程的特点。

$$W_i(L+1)=q \Big/ \sum_{j=1}^{K} R_{ij}W_j(L) \qquad (i=1,2,\cdots\cdots,K) \qquad (40)$$

因$q>0$，故(40)式可变形为：

$$\overline{W}_i(L+1)=W_i(L+1)/\sqrt{q}=1 \Big/ \sum_{j=1}^{K} R_{ij}\frac{W_j(L)}{\sqrt{q}}$$

$$=1 \Big/ \sum_{j=1}^{K} R_{ij}\overline{W}_j(L) \qquad (i=1,2,\cdots\cdots,K) \qquad (41)$$

所以，迭代过程与q无关。以任意给定权值$W_i>0$ $(i=1,2,\cdots\cdots,K)$为初始条件，(40)式迭代过程收敛于唯一解。那么，与此相应的有，对任意权值$\overline{W}_i>0$ $(i=1,2,\cdots\cdots,K)$作为初始条件，(41)式的迭代过程收敛于同一唯一解$\overline{W}_i^*$ $(i=1,2,\cdots\cdots,K)$。

至此，我们完成了WCE算法收敛性的理论分析。

四、理论结果的验证

A. 验证的方法

用以衡量迭代过程收敛性的两项指标是迭代序列误差和迭代序列均方误差，其定义为

迭代序列误差

$$\varepsilon_I(L)=|W_I(L+1)-W_I(L)|, \quad (I=1,2,\cdots\cdots,K)$$

L为迭代次数。

迭代序列均方误差

$$\varepsilon_L=\frac{1}{K}\sum_{I=1}^{K}\varepsilon_I^2(L)$$

验证时，算法的输入数据采用功率在20～40db之间起伏，协方差系数矩阵为

$$C=\begin{bmatrix} 1 \;, & 0.95 \\ 0.95, & 1 \end{bmatrix}$$

的模拟随机序列。对采样数取$K=20$，40，80均作了模拟实验。并且，对在某些采样点加上随机起伏信号样值的情况也做了实验。验证过程是分别对以下两种情况进行分析比较。

i ）对每组输入数据，给定迭代序列误差ε_I $(I=1,2,\cdots\cdots,K)$，检验初值选取与迭代次数及序列均方误差的关系。

ii）对每组输入数据，给定迭代次数L，检验初值选取与序列均方误差的关系。

为了模拟方便，各加权初值$W_I(0)$ $(I=1,2,\cdots\cdots,K)$均取为相等值。初值范围从10^{-5}～10^{+5}变化。

B. 部分模拟结果

下面给出采样数$K=80$时的结果。

表1是情况i)的结果。

表 1　$K=80$，$C_{12}=0.95$

初值 $W_I(0)$ ($I=1,2,\cdots\cdots,80$)	$\varepsilon_I=10^{-1}$		$\varepsilon_I=10^{-2}$	
	迭代次数 L	均方误差 ε_L	迭代次数 L	均方误差 ε_L
10^{-5}	7	0.29×10^{-2}	9	0.94×10^{-5}
10^{-4}	6	0.98×10^{-2}	8	0.34×10^{-4}
10^{-3}	6	0.28×10^{-2}	8	0.86×10^{-5}
10^{-2}	5	0.52×10^{-2}	7	0.14×10^{-4}
10^{-1}	5	0.43×10^{-2}	6	0.15×10^{-3}
1	6	0.53×10^{-2}	8	0.33×10^{-4}
10	6	0.48×10^{-2}	7	0.17×10^{-3}
10^2	6	0.54×10^{-2}	8	0.76×10^{-4}
10^3	7	0.15×10^{-1}	9	0.13×10^{-3}
10^4	8	0.71×10^{-2}	10	0.63×10^{-4}
10^5	9	0.19×10^{-2}	11	0.18×10^{-4}

表 1 的结果表明：给定序列误差ε_I，对 10^{-5}～10^{+5} 之间的初值，算法都收敛。达到收敛要求的迭代次数与初值的选取有关。

表 2 是情况 ii) 的结果。

表 2 $K=80$，$C_{12}=0.95$

初值 $W_I(0)$ ($I=1,2,\cdots,80$)	迭代次数 L									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	均方误差 ε_L									
10^{-5}	0.74×10^{10}	0.36×10^{10}	0.38×10^{6}	0.12×10^{3}	0.13×10	0.44×10^{-1}	0.29×10^{-2}	0.17×10^{-3}	0.95×10^{-5}	0.78×10^{-6}
10^{-4}	0.74×10^{8}	0.36×10^{8}	0.44×10^{4}	0.86×10	0.18	0.98×10^{-2}	0.69×10^{-3}	0.34×10^{-4}	0.26×10^{-5}	0.23×10^{-6}
10^{-3}	0.75×10^{6}	0.36×10^{6}	0.11×10^{3}	0.13×10	0.43×10^{-1}	0.28×10^{-2}	0.16×10^{-3}	0.87×10^{-5}	0.71×10^{-6}	0.57×10^{-7}
10^{-2}	0.11×10^{5}	0.41×10^{4}	0.86×10	0.12	0.52×10^{-2}	0.46×10^{-3}	0.15×10^{-4}	0.85×10^{-6}	0.63×10^{-7}	0.43×10^{-8}
10^{-1}	0.93×10^{3}	0.58×10^{2}	0.57	0.11	0.43×10^{-2}	0.15×10^{-3}	0.18×10^{-4}	0.24×10^{-5}	0.18×10^{-6}	0.16×10^{-7}
1	0.21×10^{2}	0.12×10^{2}	0.73×10	0.49	0.75×10^{-1}	0.52×10^{-2}	0.34×10^{-3}	0.33×10^{-4}	0.35×10^{-5}	0.33×10^{-6}
10	0.77×10^{4}	0.43×10^{3}	0.32×10^{2}	0.28	0.11	0.48×10^{-2}	0.17×10^{-3}	0.17×10^{-4}	0.25×10^{-5}	0.21×10^{-6}
10^2	0.79×10^{6}	0.32×10^{4}	0.50×10^{3}	0.55×10	0.92×10^{-1}	0.54×10^{-2}	0.1×10^{-2}	0.76×10^{-4}	0.53×10^{-5}	0.56×10^{-6}
10^3	0.79×10^{8}	0.15×10^{6}	0.67×10^{3}	0.59×10^{2}	0.19×10	0.14	0.15×10^{-1}	0.15×10^{-2}	0.13×10^{-3}	0.13×10^{-4}
10^4	0.79×10^{10}	0.15×10^{8}	0.26×10^{5}	0.48×10^{3}	0.14×10^{2}	0.78	0.72×10^{-1}	0.71×10^{-2}	0.65×10^{-3}	0.63×10^{-4}
10^5	0.79×10^{12}	0.15×10^{10}	0.21×10^{6}	0.17×10^{4}	0.71×10^{2}	0.26×10	0.19	0.20×10^{-1}	0.19×10^{-2}	0.18×10^{-3}

由表 2 可以看出，对不同的初值，均方误差都随迭代次数 L 的增加而迅速下降。$L \geqslant 10$时均方误差都小于10^{-3}.

整个模拟验证工作是在IBM—PC/XT微型计算机上完成的。

五、结 论 与 讨 论

本文所做的工作表明：WCE算法的迭代过程对所有$W_I>0$（$I=1,2,\cdots\cdots,K$）的初值均收敛于同一解。这个结论对该算法的实际应用是重要保证。研究中发现收敛速度与采样K和初值$W_I(0)$（$I=1,2,\cdots\cdots,K$）的选取有关。收敛速度是否依赖于其它因素，尚未具体分析。并且有关收敛速度的理论研究，也有待于进一步完善。

参 考 文 献

[1] D.F.Delong, A New Algorithm for Adaptive Radar Signal Processing, MIT Lincoln Lab.Tech. Note 1979-72.31, Dec.1979.

[2] Widrow, Adaptive Antenna Systems, Proc.IEEE,55,pp.2143—2159, 1967.

[3] I.S.Reed, Rapid Convergence Rate in Adaptive Arrays, IEEE Trans. AES—10, pp.853—867, June, 1974.

[4] L.E.Brennan and I.S.Reed, Theory of Adaptive Radar, IEEE Trans AES—9, pp. 237—247, Feb.1973.

[5] N.R.Goodman, Statistical Analysis Based on a Certain Multivariate Complex Gaussian Distribution, Ann. Math. Stat, Vol, 34.March 1963,pp.152—177.

[6] 王德人，非线性方程组解法与最优化方法，人民教育出版社，1979.

[7] 谢如彪，姜培庆，非线性数值分析，上海交通大学出版社，1984.

The Convergence Analysis of the WCE Iterative Algorithm

Chen Xuemin Guo Guirong

Abstract

For the system of adaptive signal processing, the practical application of an algorithm is often limited by its convergence. Thus, it is necessary for a complete algorithm to involve the convergence analysis. In this paper, using the theory of nonliner numerical analysis, the convergence condition is derived for a new algorithm, the Weighted Covari–

ance Estimation (WCE), developed by D.F.Delong[1] in 1979. Thereof, it is proved theoretically that the convergence of the WCE algorithm is independent of the choice of initial value. This conclusion is verified by the authors from the numerical results obtained through the investigation of computer simulation.