

## 二维非定常中子输运的并行算法

张树发 邢静茹

陈翔 胡爱民

**提 要** 编制了求解时间相关二维中子输运问题的并行计算程序,并在YH-1计算机上进行过许多验证计算。对六个临界装置的计算表明,临界参数的计算值与实验值之间的偏差在参数值的实验误差范围之内,这证明计算程序是正确的。不同并行算法的计算结果完全相同也证实了程序编制的正确性。计算表明,并行程序的计算效率比相同参数下的串行程序提高约30倍以上。为了尽可能提高并行计算的效率,除了采取通常的向量化技巧外,在算法上提出了并维技巧和斜对角扫描的方法。

### 一、方 程

我们研究二维非定常中子输运方程的求解。在多组近似和迁移近似下,二维 $(r, z)$ 几何中子输运方程为

$$\left[ \frac{1}{v_g} \frac{\partial}{\partial t} + \eta \frac{\partial}{\partial z} + \sqrt{1-\eta^2} \left( \cos\varphi \frac{\partial}{\partial r} - \frac{\sin\varphi}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} \right) + \Sigma_g \right] \psi_g(r, z, \eta, \varphi, t) = S \quad (1)$$

其中 $(\eta, \varphi)$ 是中子运动方向 $\vec{\Omega}$ 的角度坐标,亦即 $\eta = \vec{\Omega} \cdot \vec{e}_z$  ( $\vec{\Omega}$ 与 $z$ 轴的夹角余弦), $\varphi$ 是 $\vec{\Omega}$ 在 $xoy$ 平面上的投影与 $e_r$ 的夹角。方程(1)对空间、角度坐标的离散化方法与[6]相同,只不过这里写成更为简明和合理的形式,因而差分方程(相当于[6]中的(7)式)可以写成

$$\psi = C_0 S + C_1 \psi^{k-1} + C_2 \psi^{jj} + C_3 \psi^{ii} + C_4 \psi_{m-1} + C_5 \psi_{m-1}^i \quad (2)$$

其中

$$C_0 = \left( 1 - \frac{1}{2} \delta_{m0} \right) \cdot C, \quad m=0, 1, \dots, MM$$

$$C_1 = \frac{2}{\Delta t \cdot v_g} \cdot C, \quad g=1, 2, \dots, IGM$$

$$C_2 = \frac{2|\eta_n|}{\Delta z_j} \cdot C, \quad n=1, 2, \dots, NM, \quad j=1, 2, \dots, JM$$

$$C_3 = \frac{2\sqrt{1-\eta_n^2}|a_m|}{\Delta r_i} \cdot C, \quad i=1, 2, \dots, IM, \quad \Delta r_i = r_i - r_{i-1},$$

$$C_4 = \frac{\sqrt{1-\eta_n^2}b_m}{\bar{r}_i} \cdot C - C_5, \quad \bar{r}_i = \frac{1}{2}(r_i + r_{i-1})$$

$$C_5 = \frac{-a_m\sqrt{1-\eta_n^2}(a_m - \bar{a}_m)}{|a_m| \Delta r_i} \cdot C$$

$$C = \left[ \frac{2}{\Delta t \cdot v_g} + \frac{2|\eta_n|}{\Delta z_j} + \frac{2\sqrt{1-\eta_n^2}|a_m|}{\Delta r_i} + \frac{\sqrt{1-\eta_n^2}b_m}{\bar{r}_i} + \Sigma_g \right]^{-1}$$

$$jj=j, \quad ja=j-1, \quad \text{当 } n \leq \frac{1}{2}NM (\eta_n < 0) \text{ 时,}$$

$$jj=j-1, \quad ja=j, \quad \text{当 } n > \frac{1}{2}NM (\eta_n > 0) \text{ 时,}$$

$$ii=i, \quad ia=i-1, \quad \text{当 } m \leq \frac{1}{2}MM \left( \varphi_m \geq \frac{\pi}{2} \right) \text{ 时,}$$

$$ii=i-1, \quad ia=i, \quad \text{当 } m > \frac{1}{2}MM \left( \varphi_m < \frac{\pi}{2} \right) \text{ 时,}$$

(3)

$$a_m = b_m - \frac{2}{\pi}MM \cdot \sin \varphi_m, \quad (a_0 = -1)$$

$$\bar{a}_m = -a_{MM-m+1}, \quad (\bar{a}_0 \text{ 取为 } -1)$$

$$b_m = \frac{2}{(\Delta \varphi)^2} (\cos \varphi_m - \cos \varphi_{m-1}), \quad (b_0 = 0)$$

$$\varphi_m = \pi \left( 1 - \frac{m}{MM} \right)$$

这里  $IGM$  是能组数,  $IM \cdot JM$  是空间网格数,  $NM$  是高斯求积点数。容易证明,  $b_m$  总是正的,  $a_m$  和  $\bar{a}_m$  都随  $m$  单调递增,  $a_m > \bar{a}_m$ ; 并且可以证明, 只要将  $MM$  取为偶数, 那么  $a_m$  与  $\bar{a}_m$  始终是同号的, 且当  $\varphi_m \geq \frac{\pi}{2}$  时两者均为负, 当  $\varphi_m < \frac{\pi}{2}$  时两者均为正。现在源项成为

$$S = \sum_{g'=1}^{IGM} \sum_{s_g} s_g g' \Phi_{g'} + \chi_g \sum_{g'=1}^{IGM} \nu_{g'} \sum_{f_g'} f_g' \Phi_{g'} + \frac{1}{4\pi} Q_g \quad (4)$$

式中

$$\Phi_g = \frac{1}{2MM} \sum_{n=1}^{NM} d_n \sum_{m=1}^{MM} \psi \quad (5)$$

而  $d_n$  是高斯求积系数。为了求解方程(2), 还需利用菱形公式

$$\left. \begin{aligned}
 \psi^{j^a} &= 2\psi - \psi^{jj} \\
 \psi^{i^a} &= 2\psi - \psi^{ii} \\
 \psi_m &= 2\psi - \psi_{m-1}, (\psi_{-1} = 0) \\
 \psi_m^{i^a} &= 2\psi^{i^a} - \psi_{m-1}^{i^a} = 2\psi_m - \psi_m^{i^i} \\
 \psi^k &= 2\psi - \psi^{k-1}
 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

其中未指明  $i, j, k, m$  指标的量, 均指相应间隔中心点的量, 且为方便, 有时略去了  $g, n$  脚标。

式(2)~(6)就是结合边界条件用源迭代法求解输运方程的方程组, 其中初始分布  $\psi(k=0)$  和初始源项分布可任意假定或通过粗网格估算。边界条件我们取为:

1. 柱面边界条件取自由边界条件, 即

$$\psi^{j^M} = 0, \psi_m^{i^M} = 0, \text{ 当 } m \leq \frac{1}{2}MM \text{ 时} \quad (7)$$

2. 端面边界处, 一种是在上下两端面处均取自由边界条件, 即

$$\begin{aligned}
 \psi^{j^M} &= 0, \text{ 当 } n \leq \frac{1}{2}NM \text{ 时} \\
 \psi^j &= 0, \text{ 当 } j=0 \text{ 且 } n > \frac{1}{2}NM \text{ 时}
 \end{aligned} \quad (8)$$

若柱形系统上下两半对称, 则可以只对上半部进行计算, 下端面边界条件(实际上在中心截面处)采用全反射条件

$$\psi_n^i = \psi_{M-n+1}^i, \text{ 当 } j=0 \text{ 时} \quad (9)$$

3. 柱心条件

$$\psi_m^i = \psi_{M-m}^i, \text{ 当 } i=0 \text{ 时} \quad (10)$$

根据上述边界条件, 可以确定在空间——角度网格中求积多组差分方程(2)的扫描方向: 先向内向下扫描和向内向上扫描, 后向外向下和向外向上扫描。

除了中子通量  $\Phi$  和中子角通量  $\psi$  的分布外, 还应计算表征系统状态的参数: 时间常数  $\lambda$  和有效增殖因子  $K_{eff}$ 。计算公式是

$$\lambda = \frac{1}{\Delta t} \ln \frac{\sum_{i,j} \Delta V_{ij} \left( \sum_{g'} \Phi_{g'}^k \right)}{\sum_{i,j} \Delta V_{ij} \left( \sum_{g'} \Phi_{g'}^{k-1} \right)} \quad (11)$$

式中

$$\Delta V_{ij} = \pi(r_i + r_{i-1}) \Delta r_i \Delta z_j$$

为空间网格元的体积。

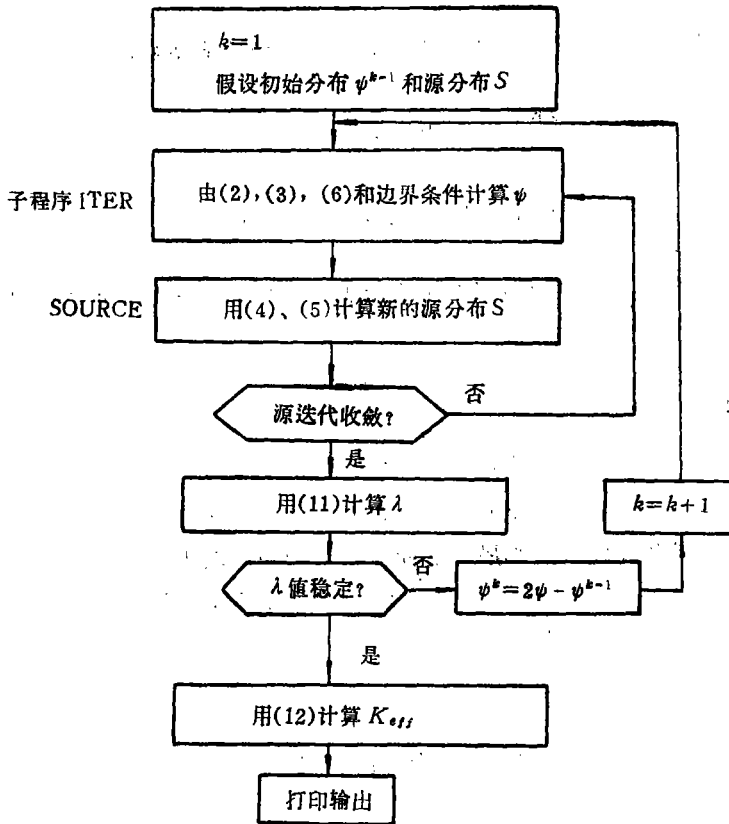
$$K_{eff} = \frac{1}{(1 - \lambda l^*)} \quad (12)$$

式中

$$f^* = \frac{\sum_{i,j} \Delta V_{ij} (\sum_g \Phi_g^k / v_g)}{\sum_{i,j} \Delta V_{ij} (\sum_g v_g \sum_{f_g} \Phi_g^k)}$$

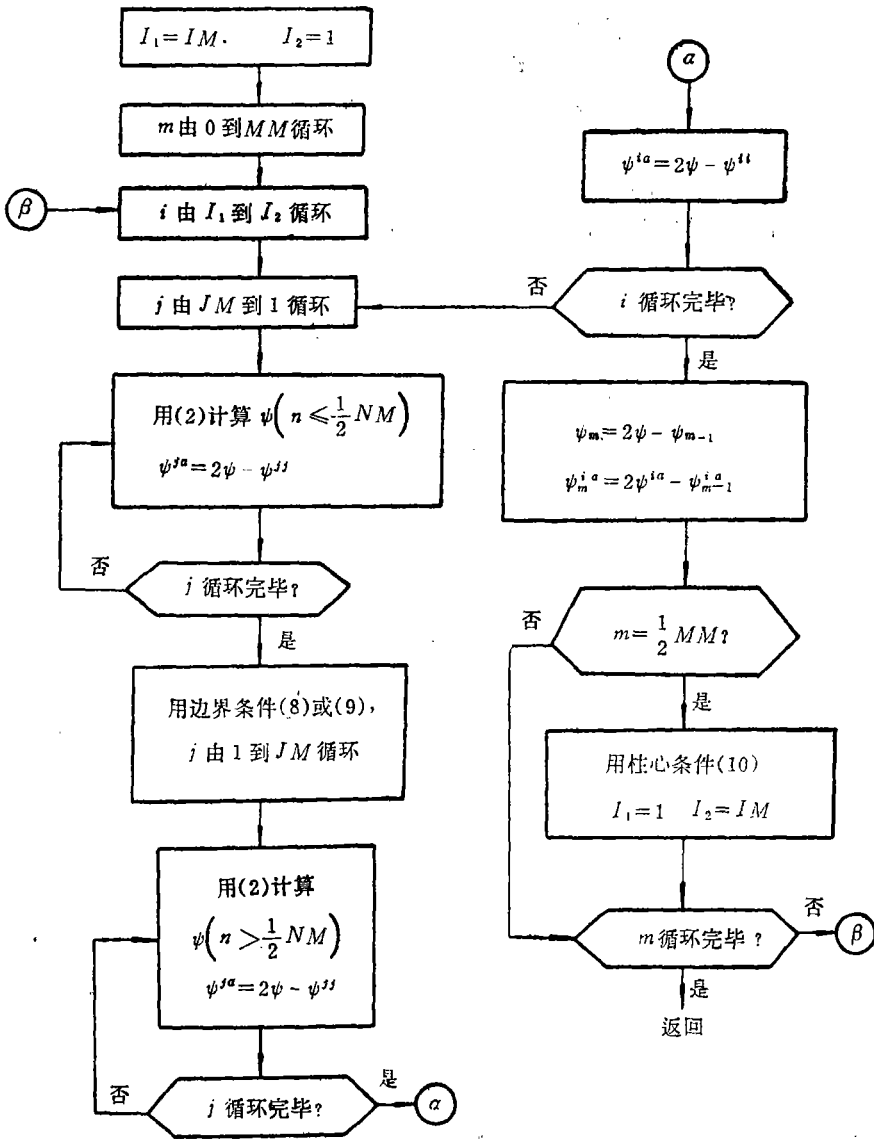
## 二、算 法

### 一、计算流程



框图 1

其中子程序 I T E R 的计算流程如下



框图 2

初始分布除了不能是零以外，可以任意假设。我们假定其边界值为 0，中心值为 1，然后分别在轴向和径向线性插值来求得  $\psi^k (k=0)$  分布，再假定  $\psi = \psi^{k=0}$ ，计算源项  $S$  的初始分布。

判别  $\lambda$  值是否趋于稳定的条件是

$$\left| \frac{\lambda^k - \lambda^{k-1}}{\lambda^k} \right| \leq ER \quad (13)$$

式中  $ER$  是给定的误差要求。

为了减少计算时间，源迭代收敛

$$\max_{g,i,j} \left| \frac{S^h - S^{h-1}}{S^h} \right| \leq SE \quad (14)$$

或

$$\max_{g,i,j} \left| \frac{\Phi_g^h - \Phi_g^{h-1}}{\Phi_g^h} \right| \leq SE \quad (15)$$

的误差要求  $SE$  不是固定的（这里  $h$  表示源迭代次数），而是随着  $\lambda$  值的收敛由一较低要求逐渐趋于给定的误差要求。在本程序中，头 9 个时刻的源迭代，取  $SE=0.1$ ，而后取

$$SE = SER \cdot \left| \frac{\lambda^k - \lambda^{k-1}}{\lambda^k} \right| / ER \quad (16)$$

式中  $SER$  是给定的源迭代误差要求。最后，当

$$\left| \frac{\lambda^k - \lambda^{k-1}}{\lambda^k} \right| \leq AK \cdot ER$$

时，令  $SE = SER$ 。这里  $AK$  是大于 1 的因子。

## 二、并行算法（一）：并维技巧

我们提出的并维技巧，是指通过不同子程序之间同一实元与多哑元结合的办法，使代表同一物理量的若干个不同维数的数组（体积相同）共享同一套存贮单元，以解决同一物理量在不同表达式中并行计算长度不同的困难，最大限度地提高并行计算效率。

例如对于中子角通量  $\psi$  来说，由框图 1、2 可见，当用(2)式计算  $\psi$  和用(6)式中的第 1 式计算  $\psi^{ja}$  时，对特定的下标  $m$ 、 $i$ 、 $j$ ，各能组和  $n$  下标的一半（向下扫描的

$n \leq \frac{1}{2}NM$  或向上扫描的  $n > \frac{1}{2}NM$ ）可以同时计算，在这两式中的  $\psi$  数组，应是一个 5

维数组，并行长度为  $IGM \cdot \frac{NM}{2}$ ，另 4 维的长度分别为 2（表示向下扫描或向上扫描）、

$JM$ 、 $IM$  和  $MM+1$ ；而用(6)式第 2 式计算  $\psi^{ja}$  时，可以按不同的下标  $m$ 、 $i$  组织并行计算， $\psi$  数组应是一个 3 维数组，并行长度为  $IGM \cdot NM \cdot JM$ ，另 2 维的长度分别是  $IM$  和  $MM+1$ ；当用(6)式中第 3 式计算  $\psi_{\bullet}$  时，可以按不同下标  $m$  组织并行计算， $\psi$  数组应是一个 2 维数组，并行长度为  $IGM \cdot NM \cdot JM \cdot IM$ ，另一维的长度是  $MM+1$ ；而用(6)式中第 5 式计算  $\psi^b$  时，全部数组元素都可以同时计算，这时  $\psi$  数组应是一维数组，元素个数为  $IGM \cdot NM \cdot JM \cdot IM \cdot (MM+1)$ ；当用(5)式计算中子通量  $\Phi_g$  时，应按不同的下标  $g$ 、 $n$ 、 $m$  组织并行计算，所以应将  $\psi$  数组等价为一个 4 维数组，并行长度为  $JM \cdot IM$ ，另 3 维的长度分别是  $IGM$ 、 $NM$  和  $MM+1$ 。这样，采用并维技巧就能按上述并行程度分别组织各式的并行计算，从而极大地提高并行计算效率。

其他的数组和表达式，以及  $\lambda$ 、 $K_{eff}$  的计算，收敛判断与辅助计算（如  $C_0 \sim C_5$  的计算等），也都尽量利用并维技巧。当然，这样一来也引起另外一些问题需要妥善处理。

例如(2)式中用到的 $\psi_m^{i-1}$ , 对 $m \leq \frac{MM}{2}$ 情况, 是网格元胞右侧的值, 而对 $m > \frac{MM}{2}$ 情况, 是元胞左侧面的值, 而为了和其他数组相容,  $\psi_m^a$ 数组的体积也应为 $IGM \cdot NM \cdot JM \cdot IM(MM+1)$ , 因而在向内扫描转为向外扫描时, 要改变数组 $\psi_m^a$ 的存贮序列(要改变下标 $i$ )。同时要补算柱心处的 $\psi_m^a (ia=0)$ 。这些处理与下标 $i$ 和 $m$ 有关, 并行长度只有 $IGM \cdot NM \cdot JM$ 。

如果柱体底面处的边界条件是真空边界条件, 那未向下扫描(框图2中的 $j$ 由 $JM$ 到1循环)和向上扫描( $j$ 由1到 $JM$ 循环)可以同时进行。这在程序中是利用多向量寄存器实现的。

在利用(2)式算出中子角通量分布 $\psi$ 之后, 要计算新的源分布 $S$ 。我们将(5)式改写为

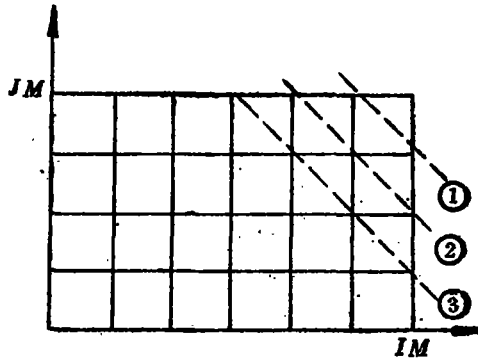
$$\begin{aligned} \Phi_g = & \sum_{n=\text{奇数}} d_{nm} \cdot (\sum_{m=\text{奇}} \psi_g + \sum_{m=\text{偶}} \psi_g) \\ & + \sum_{n=\text{偶}} d_{nm} (\sum_{m=\text{奇}} \psi_g + \sum_{m=\text{偶}} \psi_g) \end{aligned} \quad (5)'$$

$(d_{nm} = d_n / 2MM)$

其中括号中4个求和式在程序中利用多向量寄存器和向量链接技术进行计算, 并行度为 $IM \cdot JM$ (采用哑实结合并维技巧); 对 $n$ 的两个求和式也利用多向量寄存器和向量链接技术进行计算, 并行度为 $IM \cdot JM \cdot IGM$ 。 $S$ 的计算同样充分利用了并维技巧、多向量寄存器和向量链接技术。

### 三、并行算法(二): 斜对角扫描

进一步分析(2),(3),(6)式可以看到, 一些空间点的 $\psi$ 可以同时计算。例如向内向下扫描时, 在第一步计算出 $(JM, IM)$ 点处的 $\psi$ 后, 利用(2),(6)式即可同时计算 $(JM, IM-1)$ 和 $(JM-1, IM)$ 点处的 $\psi$ , 然后可同时计算 $(JM, IM-2)$ 、 $(JM-1, IM-1)$ 和 $(JM-2, IM)$ 点处的 $\psi$ , ……等等。向内向上, 向外向下和向外向上扫描的情况也类似, 称为斜对角扫描。这时, 有关的数组需重新排列为斜对角阵的形式。为了便于叙述, 以 $IM=3, JM=5$ 的情况为例来说明, 并且用数字



$(j, i)$ 表示 $(z_{j-\frac{1}{2}}, r_{i-\frac{1}{2}})$ 点处的量(实际上代表 $IGM \cdot \frac{NM}{2}$ 个量)。

#### 1. 柱体底面为真空边界的情况

这时向下扫描与向上扫描可以同时进行, 所以把(2)式中的数组 $C_0 \sim C_5$ 和 $S, \psi^{k-1}, \psi^k, \psi_{m-1}, \psi_m^{i-1}$ 排成如下的斜对角阵形式(5维数组变为3维数组, 第1维长度为 $NGI = IGM \cdot NM \cdot IM$ , 第2维下标 $l$ , 长度为 $LM = JM + IM - 1$ , 第3维下标 $m$ , 长度为 $MM+1$ );

表 1

$i \backslash l$	1	2	3	4	5	6	7
1	0	0	(5, 1) (1, 1)	(4, 1) (2, 1)	(3, 1) (3, 1)	(2, 1) (4, 1)	(1, 1) (5, 1)
2	0	(5, 2) (1, 2)	(4, 2) (2, 2)	(3, 2) (3, 2)	(2, 2) (4, 2)	(1, 2) (5, 2)	0
3	(5, 3) (1, 3)	(4, 3) (2, 3)	(3, 3) (3, 3)	(2, 3) (4, 3)	(1, 3) (5, 3)	0	0

其中每个  $i$  值标示的两行中, 上一行 ( $i$  从大到小往右排) 表示与该空间点处中子运动方向为向内向下和向外向上相应的量, 下一行 ( $i$  从小到大) 表示与向内向上和向外向下相应的量。因而, 当向内扫描时 ( $l$  由 1 到  $LM$  循环), 表 1 中每一列的量都可以同时计算, 除起始和结尾外, 并行度 (并行计算的向量长度) 可达

$$IGM \cdot NM \cdot \min(IM, JM),$$

平均并行度可达

$$IGM \cdot NM \cdot \frac{IM \cdot JM}{IM + JM - 1}$$

向外扫描 ( $l$  由  $LM$  到 1 循环) 的情况也如此。

这里说的并行度, 指的是用 (2) 式计算  $\psi$  和由  $\psi$  计算  $\psi^{ia}$  时的并行度, 计算  $\psi^{ia}$  时的并行度要低一些, 向内扫描时不能计算  $ia=0$  的  $\psi^{ia}$ , 向外扫描时不能计算  $ia=IM$  的  $\psi^{ia}$ ,

因  $\psi^{ia}$  应是与  $\psi$  体积相同的相容数组。这样, 在由向内扫描转为向外扫描时 ( $m = \frac{MM}{2}$

+ 1), 事先要补算柱心处的  $\psi^{ia}$  (用柱心条件) 和  $\psi_{m-1}^{ia}$ , 并且它们在上下两行中的存贮位置要互相对调,  $\psi_{m-1}$  和  $\psi_{m-1}^{ia}$  也要作这种存贮位置的对调 ( $\psi_{m-1}^{ia}$  还要作算法 (一) 中所述的对应于改变下标  $i$  值的存贮序列改变)。

除上述之外, 源分布  $S$  的计算与算法 (一) 是相同的, 因而对于每次源迭代, 迭代前需将  $S$  改排为斜对角阵, 迭代后需将  $\psi$  恢复为原来的存贮序列 (5 维数组), 以便在计算  $S$  中应用它。

另外, 也尽量采用如算法 (一) 中所述的并维技巧, 多向量寄存器和向量链接技术。

## 2. 柱体底面为全反射边界的情况

这时向下扫描和向上扫描不能同时进行, 但适当改变存贮序列, 使下标  $n$  的存贮顺序变为  $1, 2, \dots, \frac{NM}{2}, NM, NM-1, \dots, \frac{NM}{2}+1$ , 则可使向下扫描和向上扫描链接起来, 计算时能自动满足底面的全反射边界条件。有关的数组可排成如下的对角阵 (5 维数组变为 3 维数组, 第 1 维长度为  $NGI = IGM \cdot \frac{NM}{2} \cdot IM$ , 第 2 维下标  $l$ , 长



度为  $LM=2JM+IM-1$ , 第 3 维下标  $m$ , 长度为  $MM+1$ );

表 2

$i \backslash l$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	0	0	(5, 1)	(4, 1)	(3, 1)	(2, 1)	(1, 1)	(1, 1)	(2, 1)	(3, 1)	(4, 1)	(5, 1)
2	0	(5, 2)	(4, 2)	(3, 2)	(2, 2)	(1, 2)	(1, 2)	(2, 2)	(3, 2)	(4, 2)	(5, 2)	0
3	(5, 3)	(4, 3)	(3, 3)	(2, 3)	(1, 3)	(1, 3)	(2, 3)	(3, 3)	(4, 3)	(5, 3)	0	0

其中每一行的前半 (表 2 中虚线左方) 表示与该空间点处中子运动方向为向内向下和向外向上相应的量, 后半 (虚线右方) 表示与向内向上和向外向下相应的量 (其中运动方向向上的部分排列成使  $n$  的变化顺序为  $NM, NM-1, \dots, \frac{NM}{2}+1$ ), 因而, 当向内扫描时 ( $l$  由 1 到  $LM$  循环), 表 2 中每一列的量可以同时计算, 除起始与结尾外, 并行度可达

$$\frac{1}{2} IGM \cdot NM \cdot \min(IM, 2JM)$$

平均并行度可达

$$IGM \cdot NM \cdot \frac{IM \cdot JM}{IM + 2JM - 1}$$

其它的处理, 如由向内扫描转为向外扫描时  $\psi_{m-1}$  和  $\psi_m^{i-1}$  在同一行前后两半中存贮位置的对调, 补算柱心处的  $\psi^{ic}$  和  $\psi_m^{i-1}$  等, 与底面为真空边界条件的情况是类似的。

根据上述两种算法和两类边界条件, 编写了四个并行计算程序, 它们列于表 3。

表 3

算 法	底面边界条件	程 序 名	测试程序名
并维技巧	真 空	SNSNAA	TSNSNA
	全 反 射	SNSNBB	TSNSNB
斜对角扫描	真 空	SNIJAA	TSNIJA
	全 反 射	SNIJBB	TSNIJB

为了提高程序的标准程度, 即尽可能使程序能适应较多情况下的计算, 把与具体物理系统密切相关的处理和应由人选定的参数的确定都放入测试程序 (或主程序段) 内, 而把求解输运方程的数值计算部分独立编写为子程序, 它的数组都是可调的, 参数都是可变的, 与材料有关的参数取决于空间坐标, 即程序可以处理非均匀介质系统。

### 三、计算结果

计算中截面数据取 [ 4 ] 中的 6 组常数。并且除了特别指明的以外, 网格数目取

$$IGM=6, NM=4, MM=6$$

$$IM=JM=6$$

时间步长取为

$$\Delta t=1\text{ns}$$

误差要求取为

$$ER=0.001$$

$$SER=0.00001, (SE=0.1)$$

### 一、检验计算

我们对[5]上的四个裸的临界装置和两个带天然铀反射层的临界装置进行检验计算, 这些装置的结构与[6]中所列的装置 $N_1 \sim N_4$  (这四个是裸的) 和 $N_6$ 、 $N_7$  (这两个是带反射层的) 的结构完全相同。

计算结果如表 4 所示。

表 4

装置	$KM$	$\lambda(1/\mu\text{s})$	$K_{eff}$	$t$ (秒)	说 明
$N_1$	1	0.4490	1.0026	14.986	
	2	0.7710	1.0044	16.357	
	3	0.4490	1.0026	12.257	
	4	0.7710	1.0044	11.266	
$N_2$	1	0.3216	1.0019	15.021	
	2	0.8541	1.0049	15.982	
$N_3$	1	-0.6765	0.9961	13.274	
	2	-0.07194	0.9996	18.508	
$N_4$	1	-1.4805	0.9915	13.868	
	2	-0.8267	0.9953	14.898	
$N_6$	1	-1.0249	0.9901	35.984	$IM \cdot JM = 12 \times 8$
	1	-0.9557	0.9908	44.999	$IM \cdot JM = 20 \times 8$
$N_7$	1	-2.4355	0.9766	39.070	$IM \cdot JM = 12 \times 8$

表 4 中  $KM=1, 2, 3, 4$  分别表示是用程序 TSNSNA, TSNSNB, TSNIJA, TSNIJB 计算的,  $t$  为程序执行时间 (测试程序和打印输出子程序的执行除外)。 $KM=1$  和  $KM=3$  的程序计算结果相同,  $KM=2, 4$  的程序也一样 (它们仅是算法不同), 这一点也说明了程序的正确性。

临界装置的  $K_{eff}=1$ 。表 4 所列的计算结果与实验值比较, 误差一般在 1% 以内, (对  $N_7$  装置为 2.3%)。由于截面数据很少有准确到  $\pm 1\%$  的, 典型的甚至最重要的快中子截面也有正负百分之几的实验误差, 因此不能期望  $K_{eff}$  (或临界尺寸) 的实验值与由此截面数据所得到的计算值之间的符合精度超过百分之几<sup>[1]</sup>。

## 二、与串行程序计算结果的比较

对  $N_1$  装置在同样的参数条件下分别用串行程序<sup>[6]</sup>和这四个并行程序进行计算, 结果列于表 5 中。

表 5

$KM$	$\lambda(1/\mu s)$	$K_{eff}$	$t$ (秒)	$\Delta t$ (ns)	$ER$	$SER^*$
1	0.4458	1.0026	14.986	1	0.001	0.00001
2	0.7663	1.0044	16.357	1	0.001	0.00001
3	0.4458	1.0026	12.257	1	0.001	0.00001
4	0.7663	1.0044	11.266	1	0.001	0.00001
串	1.9531	1.0113	454.14	1	0.001	0.00001
1	0.3636	1.0021	13.475	0.5	0.0001	0.001
串	1.5786	1.0092	373.50	0.5	0.0001	0.001
3**	1.3604	1.0108	16.905	1	0.001	0.00001
串**	1.6809	1.0098	1277.5	1	0.001	0.00001

\* 串行程序源迭代误差要求是固定的

\*\* 空间网络为  $1M \times JM = 12 \times 12$

由表 5 可见, 在空间网格数为  $6 \times 6$  和时间步长  $\Delta t = 1ns$  的情况下, 串行程序的执行时间分别为  $KM = 1, 2, 3, 4$  的并行程序执行时间的 30.3, 27.8, 37.1, 40.3 倍; 在时间步长  $\Delta t = 0.5ns$  时, 是  $KM = 1$  的并行程序执行时间的 27.7 倍; 而在空间网格数为  $12 \times 12$  的情况下, 串行程序的执行时间为  $KM = 3$  的并行程序执行时间的 75.6 倍。因可以说, 并行程序的计算效率提高了 30 倍以上, 是高效率的。

## 三、影响计算过程收敛快慢的几个因素

1. 采用源迭代误差要求随着时间常数  $\lambda$  的收敛而改变的方法, 大约可节省一半计算时间。

2. 适当选择时间步长  $\Delta t$ , 可减少程序的执行时间。曾对  $N_1$  装置分别取  $\Delta t = 0.5, 0.9, 1, 1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5, 2, 3ns$  进行计算, 结果为:  $\Delta t \leq 1.3ns$  时计算收敛, 程序执行时间随  $\Delta t$  增大而减少;  $\Delta t > 1.3ns$  时, 计算不收敛, 在 200 个时间点, 结果是振荡的。另外,  $\Delta t \geq 0.9ns$  时, 计算结果 ( $\lambda$  值) 在收敛值附近有减幅波动的现象, 而当将因子  $AK$  的值由 1 改为 2 时, 这种波动就没有了。

3. 适当增大  $AK$  的值, 可消除收敛过程中的波动现象。

4. 适当地选择网格分点数目, 可以加快收敛过程。

## 四、其它

1. 用 (15) 式判别源迭代是否收敛与用 (14) 式结果是一样的 (差异在误差范围内)。

2. 源分布  $S$  的计算中采用多向量寄存器和向量链接技术提高计算效率 6.3%。

3. 程序中采用一致性语句比不采用一致性语句提高计算效率 10.4%。

## 参 考 文 献

- [1] G.I.贝尔, S.格拉斯登, 核反应堆理论, 原子能出版社, 1979年第一版。
- [2] K.D.Lathrop et al., Theory and Use of the General-Geometry TWOTRAN Program, LA-4432(1970).
- [3] 张树发, 解二维动态中子输运问题的并行 $S_N$ 算法(初步方案), 计算机工程与科学, 1981年第2期。
- [4] G.E.Hansen and W.H.Rouch, Six and Sixteen Group Cross Section for Fast and Intermediate Critical Assemblies, LAMS-2543(1981).
- [5] H.C.Paxton, Los Alamos Critical-Mass Data, LA-3067-MS(1975).
- [6] 邢静如等, 用 $S_N$ 法求解二维动态多速中子迁移方程, 国防科技大学学报, 1984年第4期。
- [7] 陈翔, 用 $S_N$ 方法计算二维动态中子输运方程, 计算机工程与科学, 1984年第2期。

## Parallel Algorithm of Two Dimensional Unstable Neutron Transport

Zhang Shufa etc.

### Abstract

The parallel computer programs to solve time-dependent two dimensional neutron transport problem were drawn up, and many test calculations were completed by using the YH-1 type electronic computer. The calculations for the six critical assemblies show that the discrepancy between the calculation value and the experimental result of the critical parameter is less than the experimental error of the data. This proves that the computer programs are effective. The validity of the programs is also verified by the fact that all calculation results of the different parallel algorithm are identical. The calculations show that the efficiency of the parallel computing is roughly thirtyfold of that of the serial program when the data are the same. To enhance the efficiency of the parallel computing, we developed a combining dimension technique and an oblique diagonal sweep method in addition to using the general parallel technique.