

# 自适应旁瓣对消产生的线性 扫描雷达电轴偏移

梁向农 李企舜

**提 要** 本文分析了旁瓣对消系统应用于线性扫描跟踪雷达时所产生的电轴偏移, 讨论了主和辅天线间距和辅天线元配置方式的影响。

## 一、引 言

自适应旁瓣对消系统应用于任何跟踪雷达都会产生跟踪电轴偏移。偏移量大小除和干扰源的角位置有关外, 还受到主和辅天线间距以及辅天线配置方式的影响。本文讨论线性扫描跟踪雷达应用旁瓣对消所产生的电轴偏移, 首先以单旁瓣对消为例, 得到电轴偏移的表达式, 然后进而讨论多旁瓣对消系统, 并分析主和辅天线间距及辅天线配置方式的影响。

## 二、线性扫描跟踪雷达的定向特性

线性扫描跟踪雷达采用扇形波束, 在一个主平面内波束角很窄, 以保证测角精度。其误差信号则由比较分裂波门所截取天线扫描形成的接收信号包络面积确定(见图1)。

设由两波门截取面积所产生的跟踪平衡点偏移为 $\theta_e$ , 若以直线近似天线方向图函数, 则得线性扫描跟踪雷达定向特性。

$$\begin{aligned} \Delta S &= S_1 - S_2 \\ &= -2|K|\Delta\theta \cdot \theta_e \end{aligned} \quad (1)$$

其中 $|K|$ 为逼近直线斜率的绝对值。

假设发射/接收方向图主瓣为余弦函数, 即:

$$G_m(\theta) = \cos B\theta \quad (2)$$

其中 $B = \pi/2BW$ ,  $BW$ 为半功率点波束宽度。

此时

(3)

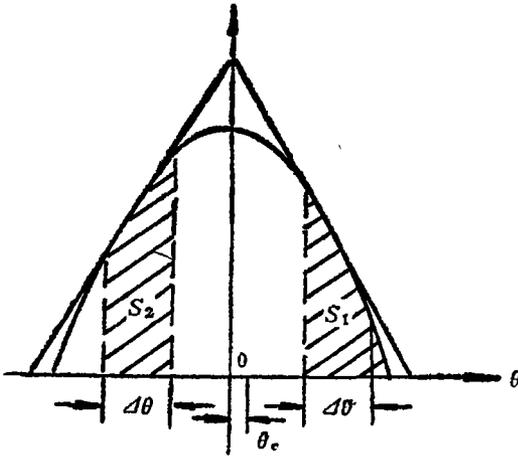


图 1 线性扫描跟踪雷达误差信号的产生

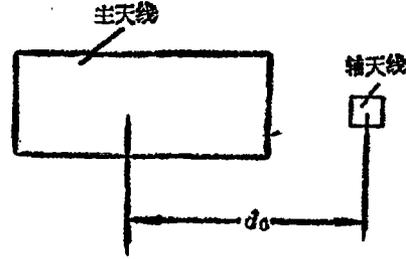


图 2 天线配置

$$K = \pi/2\sqrt{2} BW \quad (4)$$

### 三、对消波束扰动产生的电轴偏移

在自适应过程中，对消波束的扰动使主天线主波束畸变是造成电轴偏移的原因。现以单旁瓣对消为例，设天线系统如图 2 所示配置。由 [1] 知，自适应天线方向图为

$$G(\theta) = G_m(\theta) - \frac{P_J}{P_q + P_J} G_m(\theta_J) \cdot e^{j[K_0(\sin\theta - \sin\theta_J)]} \quad (5)$$

其中  $P_J$  为干扰功率； $P_q$  为一个通道的接收内部噪声功率； $K_0 = \frac{2\pi}{\lambda} d_0$ ； $\theta_J$  为干扰源的角度。式 (5) 中第二项为对消波束，对原始波束产生扰动。

由于发射方向图不受自适应过程的影响，因此，收发总方向图为

$$G^2(\theta) = G_m(\theta) [G_m(\theta) - A e^{jK_0(\sin\theta - \sin\theta_J)}] \quad (6)$$

其中

$$A = \frac{P_J}{P_J + P_q} G_m(\theta_J)$$

幅值方向图为

$$G^2(\theta) = G_m(\theta) \{ [G_m(\theta) - A \cos K_0(\sin\theta - \sin\theta_J)]^2 + A^2 \sin^2 K_0(\sin\theta - \sin\theta_J) \}$$

我们的目的是研究自适应对主天线主波束的影响。若取主天线主波束最大增益为 1，则  $A \ll 1$ ，取一阶近似得主波束近似：

$$G^2(\theta) \approx G_m(\theta) [G_m(\theta) - A \cos K_0(\sin\theta - \sin\theta_J)] \quad (7)$$

对于窄的主波束， $\sin\theta \approx \theta$ ，故式 (7) 可进而简化为：

$$G^2(\theta) \approx G_m(\theta) [G_m(\theta) - A \cos K_0(\theta - \sin\theta_J)] \quad (8)$$

下面推导  $\Delta S$  的表达式。

参看图 3，原始波束的两逼近直线方

程分别为：

$$\begin{aligned} G_m(\theta) &= Y_0 + |K|(\theta_0 - \theta) \quad \theta > 0 \\ G_m(\theta) &= Y_0 + |K|(\theta_0 + \theta) \quad \theta < 0 \end{aligned} \quad (9)$$

其中  $Y_0$  为每个波门中心的纵坐标值。

由于未受扰动的原始波束的对称性，式(8)中  $G_m^2(\theta)$  项产生的面积差为零。故只需考虑式(8)中的扰动项。将式(9)代入

(8) 得：

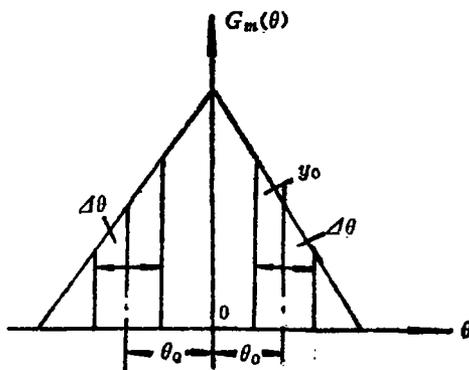


图 3

$$\begin{aligned} S_1 &= A \int_{\theta_0 - \frac{\Delta\theta}{2}}^{\theta_0 + \frac{\Delta\theta}{2}} [Y_0 + |K|(\theta_0 - \theta)] \cos K_0(\theta - \sin\theta_J) d\theta \\ &\approx \frac{A}{K_0} \left[ \left( Y_0 - |K| \frac{\Delta\theta}{2} \right) \sin K_0 \left( \theta_0 + \frac{\Delta\theta}{2} - \sin\theta_J \right) \right. \\ &\quad \left. - \left( Y_0 + |K| \frac{\Delta\theta}{2} \right) \sin K_0 \left( \theta_0 - \frac{\Delta\theta}{2} - \sin\theta_J \right) \right] \\ S_2 &= A \int_{-\left(\theta_0 - \frac{\Delta\theta}{2}\right)}^{-\left(\theta_0 + \frac{\Delta\theta}{2}\right)} [Y_0 + |K|(\theta_0 + \theta)] \cos K_0(\theta - \sin\theta_J) d\theta \\ &\approx \frac{A}{K_0} \left[ - \left( Y_0 - |K| \frac{\Delta\theta}{2} \right) \sin K_0 \left( \theta_0 + \frac{\Delta\theta}{2} + \sin\theta_J \right) \right. \\ &\quad \left. + \left( Y_0 + |K| \frac{\Delta\theta}{2} \right) \sin K_0 \left( \theta_0 - \frac{\Delta\theta}{2} + \sin\theta_J \right) \right] \end{aligned}$$

在通常参数选择的情况下， $K_0 \gg 1$ ，故以上两式均已忽略  $K_0^{-2}$  项。经过推导可以得到：

$$\begin{aligned} \Delta S &= S_1 - S_2 \\ &= DG_m(\theta_J) \cos(K_0 \sin\theta_J) \end{aligned} \quad (10)$$

其中

$$\begin{aligned} D &= \frac{4}{K_0} \frac{P_J}{P_q + P_J} \left( Y_0 \cos K_0 \theta_0 \sin K_0 \frac{\Delta\theta}{2} \right. \\ &\quad \left. - |K| \sin K_0 \theta_0 \cos K_0 \frac{\Delta\theta}{2} \right) \end{aligned} \quad (11)$$

将式(10)代入(1)就得到电轴偏移值  $\theta_0$  的表达式。

#### 四、主和辅天线间距的影响

考虑干扰源遍历可见空间（设在各空间位置等概率）时  $\angle S$  的均方值近似为：

$$\begin{aligned}\overline{\angle S^2} &= \frac{D^2}{\pi^2} \int_0^\pi d\varphi \int_{-\pi/2}^{\pi/2} G_m^2(\theta) \cos^2(K_0 \sin\theta) d\theta \\ &= \frac{D^2}{2} \left[ \overline{G_m^2(\theta)} + \frac{1}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} G_m^2(\theta) \cos(2K_0 \sin\theta) d\theta \right]\end{aligned}\quad (12)$$

其中

$$\overline{G_m^2(\theta)} = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} G_m^2(\theta) d\theta \quad (13)$$

这里没有考虑干扰源处于主瓣区。

由附录式(27)知：

$$\begin{aligned}& \int_{-\pi/2}^{\pi/2} G_m^2(\theta) \cos(2K_0 \sin\theta) d\theta \\ &= J_0(2K_0) \int_{-\pi/2}^{\pi/2} G_m^2(\theta) d\theta + 2 \sum_{k=1}^{\infty} J_{2k}(2K_0) \int_{-\pi/2}^{\pi/2} G_m^2(\theta) \cos 2K_0 \theta d\theta \\ &\approx \pi J_0(2K_0) \overline{G_m^2(\theta)}\end{aligned}\quad (14)$$

其中  $J_k(\cdot)$  为  $K$  阶贝塞尔函数。这里考虑到  $G_m(\theta)$  和  $\cos 2K_0 \theta$  均为  $\theta$  的快速振荡函数，故上式中间步骤中后面的积分近似为零。

将式(14)代入式(12)得

$$\overline{\angle S^2} = \angle S_0^2 [1 + J_0(2K_0)] \quad (15)$$

$$\text{其中：} \quad \angle S_0^2 = \frac{D^2}{2} \overline{G_m^2(\theta)} \quad (16)$$

由式(11)，(15)和(16)可看出  $\overline{\angle S^2}$  和  $K_0$  的关系比较复杂，很难得到天线间距影响的清晰概念。不过，数字计算表明  $\angle S_0^2$  对  $K_0$  值的变化并不灵敏。故  $\overline{\angle S^2}$  随  $K_0$  的变化主要取决于函数  $J_0(2K_0)$ 。由于贝塞尔函数的振荡特性， $K_0$  应选择使  $J_0(2K_0)$  为极小负值，则  $\overline{\angle S^2}$  或  $\overline{\theta_0^2}$  可得极小值。例如  $J_0(X)$  的第一负极点在  $X_1 \approx 3.6$  处， $J_0(X_1) \approx -0.4$ ，对应  $d/\lambda \approx 0.21$ 。第二负极点  $J_0(X_2=10) \approx -0.22$ ，对应  $d/\lambda \approx 0.8$ 。大致来说，对小  $d/\lambda$  值，应取在 0.25 和 1 附近，应避免取  $d/\lambda = 0.5$ 。因为对应  $K_0$  正好使  $J_0(2K_0)$  取正极大值，对大  $d/\lambda$  或  $K_0$  值， $J_0(2K_0)$  的正负极值逐渐接近， $K_0$  对  $\overline{\angle S^2}$  或  $\overline{\theta_0^2}$  的影响逐渐变得不明显。

#### 五、多旁瓣对消系统

对多旁瓣对消系统，自适应方向图函数为<sup>[1]</sup>：

$$G(\theta) = G_m(\theta) - \frac{P_J}{NP_J + P_q} G_m(\theta_J) C(\beta - \beta_J) e^{j(\alpha - \alpha_J)} \quad (17)$$

其中 
$$\alpha = \frac{2\pi}{\lambda} d_0 \sin \theta,$$

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta \quad (18)$$

$$C(\beta - \beta_J) = \frac{\sin[N(\beta - \beta_J)/2]}{\sin[(\beta - \beta_J)/2]}$$

$d_0$  为主天线相位中心和第一辅元天线的间距,  $d$  为辅元天线间的距离,  $N$  为辅天线阵元数。

若主天线主波束位于对消波束旁瓣区, 则由  $\sin C$  函数的衰减特性, 对消波束对主波束扰动所产生的电轴偏移可以忽略不计。当干扰源角度减小, 以致主天线主波束处于对消波束主波束之内时, 可以近似沿用上述分析, 得到电轴偏移值的估计。

### 六、两种辅天线配置方式的比较

除图 2 所示的配置方式外, 现再研究图 4 所示配置情况。

对某些类型雷达, 这种配置方式有其结构上的优点, 由[1], 自适应方向图为:

$$G(\theta, \varphi) = G_m(\theta, \varphi) - \frac{P_J}{P_q + NP_J} G_m(\theta_J, \varphi_J) \cdot e^{j[(r-r_J) + (\alpha - \alpha_J)]} C(\beta - \beta_J) \quad (19)$$

其中 
$$\begin{aligned} \alpha &= K_x \sin \theta \sin \varphi \\ \beta &= K \sin \theta \sin \varphi, \\ \gamma &= K_y \sin \theta \cos \varphi, \end{aligned}$$

$K_x = 2\pi dx/\lambda, K_y = 2\pi dy/\lambda, K = 2\pi d/\lambda.$

$C(\beta - \beta_J)$  的定义同式(18)。

现仍以单旁瓣对消系统为例, 对主天线主波束有  $\sin \theta \approx \theta$ 。若仅研究对主波束中心部分的影响, 则还有  $\varphi \approx \pi/2$ 。在此近似下, 发射——接收方向图近似为

$$G^2(\theta, \varphi) \approx G_m(\theta, \varphi) \{ G_m(\theta, \varphi) - A \cos [K_y \theta - (K_x \sin \theta_J \cos \varphi_J + K_y \sin \theta_J \sin \varphi_J)] \} \quad (20)$$

经推导得

$$\Delta S = DG_m(\theta_J, \varphi_J) \cos(K_x \sin \theta_J \cos \varphi_J + K_y \sin \theta_J \sin \varphi_J) \quad (21)$$

$D$  的含义同前。

下面研究干扰源遍历可见空间 (设干扰源等概率占据各位置), 且设  $K_x = K_y = K_0$  时,  $\Delta S$  的均方值, 由式(21)得

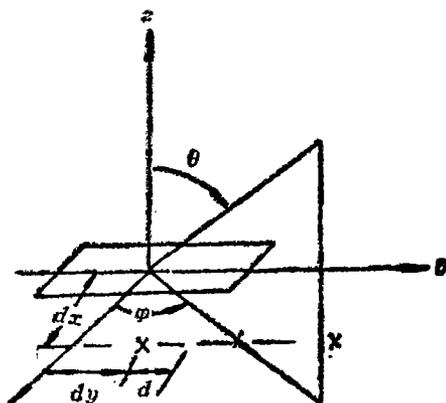


图 4 辅天线另一种配置方式

$$\overline{\Delta S^2} = \frac{D^2}{2\pi^2} \int_0^\pi d\varphi \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} G_m^2(\theta, \varphi) \cdot \left\{ 1 + \cos \left[ 2\sqrt{2} K_0 \sin\theta \sin \left( \varphi + \frac{\pi}{4} \right) \right] \right\} d\theta \quad (22)$$

经推导 (见附录) 得

$$\overline{\Delta S^2} = \Delta S_0^2 [1 + J^2(\sqrt{2} K_0)] \quad (23)$$

其中

$$\Delta S_0^2 = \frac{D^2}{2} \overline{G_m^2(\theta, \varphi)} \quad (24)$$

$$\overline{G_m^2(\theta, \varphi)} = \frac{1}{\pi^2} \int_0^\pi d\varphi \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} G_m^2(\theta, \varphi) d\theta \quad (25)$$

空间均方值所可能达到的最小值比第一种为高。

以上分析是近似的, 目的是从电轴偏移与天线和波门参数的关系中得到一些有益的启示。

### 附录 式 (23) 的推导

利用公式

$$\cos(Z \sin t) = J_0(Z) + 2 \sum_{k=1}^{\infty} J_{2k}(Z) \cos 2kt \quad (26)$$

所以

$$\begin{aligned} \cos \left[ 2\sqrt{2} K_0 \sin\theta \sin \left( \varphi + \frac{\pi}{4} \right) \right] &= J_0(2\sqrt{2} k_0 \sin\theta) \\ &+ 2 \sum_{k=1}^{\infty} J_{2k}(2\sqrt{2} K_0 \sin\theta) \cos \left[ 2k \left( \varphi + \frac{\pi}{4} \right) \right] \end{aligned} \quad (27)$$

考虑到在线性扫描跟踪雷达中,  $G_m(\theta, \varphi)$  是  $(\theta, \varphi)$  的快速振荡函数, 故和第一项和  $G_m^2(\theta, \varphi)$  乘积的积分相比,

$$\begin{aligned} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} J_{2k}(2\sqrt{2} K_0 \sin\theta) d\theta \int_0^\pi G_m^2(\theta, \varphi) \cos 2k \left( \varphi + \frac{\pi}{4} \right) d\varphi \\ k = 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (28)$$

可以忽略不计, 故有

$$\begin{aligned} I &= \int_0^\pi d\varphi \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} G_m^2(\theta, \varphi) \cos \left[ 2\sqrt{2} K_0 \sin\theta \sin \left( \varphi + \frac{\pi}{4} \right) \right] d\theta \\ &\approx \int_0^\pi d\varphi \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} G_m^2(\theta, \varphi) J_0(2\sqrt{2} K_0 \sin\theta) d\theta \end{aligned} \quad (29)$$

利用公式

$$\begin{aligned} J_0(\sqrt{\gamma_1^2 + \gamma_2^2 - 2\gamma_1\gamma_2 \cos t}) \\ = J_0(\gamma_1) J_0(\gamma_2) + 2 \sum_{m=1}^{\infty} J_m(\gamma_1) J_m(\gamma_2) \cos mt \end{aligned} \quad (30)$$

根据上述相同的理由，忽略不计积分

$$\int_0^\pi d\varphi \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} G_m^2(\theta, \varphi) \cos 2m\theta d\theta$$

则得

$$\begin{aligned} I &= J_0(\sqrt{2} K_0) \int_0^\pi \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} G_m^2(\theta, \varphi) d\theta d\varphi \\ &= \pi^2 J_0(\sqrt{2} K_0) \overline{G_m^2(\theta, \varphi)} \end{aligned} \quad (31)$$

代入式(22)即得式(23)。

### 参 考 文 献

- [1] 梁甸农, 不同辅助元配置方式时天线旁瓣对消系统分析, 国防科技大学四系研究报告。  
 [2] 梁甸农, 李企舜, 开环自适应对消系统的天线扫描效应, 国防科技大学科研论文85-4063。

## Boresight Displacement of Linear Scan Tracking Radar Caused by Sidelobe Cancellation

Liang Dianlueng Li Qixi

### Abstract

This paper analyzes the boresight displacement of the linear scan tracking radar caused by the sidelobe cancellation system. The effects of space between the primary and auxiliary antenna, and the element, configurations of the auxiliary antenna are also discussed.