

固体火箭发动机燃烧室内 一维两相变截面流动

常 显 奇

摘 要 本文在固体火箭发动机燃烧室中两相流动基本方程的基础上, 导出了同时考虑侵蚀燃烧和两相流动的计算方程组, 详细讨论了方程的数值求解方法, 分析了侵蚀燃烧引起的通道横截面积沿长度的变化和两相流动对压力—时间曲线及燃烧室流场的影响, 有利于准确预估压力—时间曲线和理论计算燃烧室中的流场。

主 要 符 号

- | | |
|---------------------|-------------------------------|
| A ——通道横截面积 | m ——两相混合物质量流量 |
| A_b ——装药燃烧面积 | M_g ——气相马赫数 |
| A_t ——喷管喉部面积 | \bar{M} ——气相平均分子量 |
| b ——燃速系数 | n ——压力指数 |
| p ——压力 | S ——通道周长 |
| p_0 ——总压 | t ——时间 |
| r ——燃速 | T ——温度 |
| r_p ——颗粒半径 | T_0 ——装药头部气相总温 |
| R_g ——气相气体常数 | T_g ——气相总温 |
| C^* ——推进剂特征速度 | v ——流速 |
| C_t ——颗粒比热 | x ——轴向坐标 |
| C_{pg} ——气相定压比热 | ρ ——密度 |
| h_g ——1公斤气相的焓 | ρ_T ——推进剂密度 |
| H_{gg} ——1公斤气相的总焓 | ρ_{mp} —— Al_2O_3 材料密度 |
| k ——气相比热比 | ε ——颗粒质量流量分数 |
| K ——颗粒速度滞后数 | ε_1 ——侵蚀比 |
| K_1 ——面喉比 | λ_g ——气相导热系数 |
| l ——装药长度 | μ_g ——气相动力粘性系数 |
| L ——颗粒温度滞后数 | |

下标:

g —— 气相

P —— 颗粒相

0 —— 装药头部截面

L —— 装药末端截面

t —— 喷管喉部截面

i —— 初始值

一、前言

随着固体火箭发动机技术的发展,装药的装填密度不断增大。在发动机工作的初期,由于装药通气面积小,燃烧产物的流速大,侵蚀效应较显著。在发生侵蚀燃烧的通道段,燃速随着流速的增大而增大,导致通道横截面积沿长度变化。

同时,含铝固体推进剂燃烧时生成凝相 Al_2O_3 颗粒,其重量分数可达 30—40%,在燃烧室和喷管中流动的燃烧产物实际上是气相和凝相的两相混合物。

侵蚀燃烧引起的通道横截面积的变化,以及两相流动均将影响燃烧室的流场和压力—时间曲线,资料[1]、[2]分别研究了上述两种因素的影响。本文在燃烧室中两相流动基本方程的基础上,导出了同时考虑上述两种因素时的计算方程组,详细讨论了方程的数值求解方法,分析了侵蚀燃烧引起的通道横截面积变化和两相流动对压力—时间曲线及燃烧室流场的影响,有利于准确预估压力—时间曲线和理论计算燃烧室中的流场。

二、计算方程

假设:

1. 流动是一维准定常的;
2. 忽略与通道壁间的摩擦和传热;
3. Al_2O_3 颗粒为球形,尺寸均匀,呈液态;忽略颗粒所占容积及其布朗运动对压力的影响;
4. 气相为成分冻结的理想气体,除和颗粒接触处外没有粘性;
5. 两相间没有质量交换;
6. 气体和颗粒的比热为常数。

根据上述假设,由燃烧室中气相与凝相的质量守恒、动量守恒和能量守恒方程,以及气相的状态方程^[2],可得考虑通道横截面积沿长度变化时的两相流动计算方程:

$$\frac{dv_P}{dx} = \frac{A_P(v_g - v_P)}{v_P} - \frac{\varepsilon \rho_{Tr} r s}{\rho_P A}$$

$$\frac{dv_g}{dx} = - \frac{R_g}{\rho_g (v_g^2 C_{Pg} - R_g C_{p0} T_g - R_g v_g^2)} \left[\rho_P h_g A_P \frac{v_g - v_P}{v_g} \right. \\ \left. + \rho_P B_P (T_P - T_g) + \rho_P A_P (v_g - v_P)^2 + (1 - \varepsilon) \rho_{Tr} \frac{S}{A} \cdot (H_{g0} + h_g \right. \\ \left. + \frac{v_g^2}{2}) - \frac{pv_g C_{Pg}}{R_g} \frac{1}{A} \frac{dA}{dx} \right] - \frac{(1 - \varepsilon) \rho_{Tr} r s}{\rho_g A} - \frac{\varepsilon}{1 - \varepsilon} A_P \frac{v_g - v_P}{v_P}$$

$$\frac{dp}{dx} = \frac{R_g v_g}{v_g^2 C_{Pg} - R_g C_{Pg} T_g - R_g v_g^2} \left[\rho_P h_g A_P \frac{v_g - v_P}{v_g} + \rho_P B_P (T_P - T_g) \right. \\ \left. + \rho_P A_P (v_g - v_P)^2 + (1 - \varepsilon) \rho_P r \frac{S}{A} \left(H_{gg} + h_g + \frac{v_g^2}{2} \right) \right. \\ \left. - \frac{p v_g C_{Pg}}{R_g} \frac{1}{A} \frac{dA}{dx} \right] \quad (1)$$

$$\frac{dm}{dx} = \rho_P r s$$

$$\rho_P = \frac{\varepsilon m}{v_P A}$$

$$\rho_g = \frac{(1 - \varepsilon) m}{v_g A}$$

$$T_g = \frac{p}{R_g \rho_g}$$

$$T_P = \frac{1}{\varepsilon C_{i1}} \left[\varepsilon C_{i1} T_0 + (1 - \varepsilon) C_{Pg} T_0 - (1 - \varepsilon) C_{Pg} T_g - (1 - \varepsilon) \frac{v_g^2}{2} - \varepsilon \frac{v_P^2}{2} \right]$$

$$M_g = \frac{v_g}{\sqrt{k R_g T_g}}$$

$$p_s = p \left(1 + \frac{k-1}{2} M_g^2 \right)^{\frac{k}{k-1}}$$

式中 $h_g = C_{Pg} T_g$ $H_{gg} = C_{Pg} T_g$

在燃烧室条件下^[4]

$$\left. \begin{aligned} A_P &= \frac{9}{2} \frac{\mu_g}{r_P^2 \rho_{mP}} \\ B_P &= \frac{3\lambda_g}{r_P^2 \rho_{mP}} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$$\text{式中} \quad \mu_g = 1.208 \times 10^{-8} T_g^{0.6} \bar{M}^{0.5}$$

装药的燃速

$$r = \varepsilon_1 b p^n \quad (3)$$

根据实验建立的经验关系式, 侵蚀比 ε_1 可表示成气相相对质量流速 δ 的函数:

$$\varepsilon_1 = 1 + K_\delta (\delta - \delta_{i,k}) \cdot I(\delta_{i,k}) \left\{ \begin{aligned} I(\delta_{i,k}) &= \begin{cases} 0 & \text{当 } \delta < \delta_{i,k} \\ 1 & \text{当 } \delta \geq \delta_{i,k} \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中, $\delta = \rho_g v_g / (\rho_g v_g)_{cr}$, 分母为气相临界参数。 $I(\delta_{i,k})$ 为单位函数, K_δ 为侵蚀系数, $\delta_{i,k}$ 为产生侵蚀效应的界限相对质量流速。

三、初始条件与边界条件

方程的初始条件

$t=0$ 时, $S=S_i$, $A=A_i$ 。 S_i 、 A_i 值由装药通道的初始形状确定。

方程的边界条件

对贴壁浇铸、两端面包复的内孔燃烧装药, 边界条件为:

装药头部($x=0$)截面处

$$\left. \begin{aligned} v_{p0} &= v_{g0} = 0 \\ \dot{m}_0 &= 0 \\ T_{p0} &= T_{g0} = T_0 \\ \rho_{g0} &= \frac{p_0}{R_g T_0} \\ \rho_{p0} &= \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \frac{v_{g0}}{v_{p0}} \rho_{g0} = \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \frac{\rho_{g0}}{K_0} \\ M_{g0} &= 0 \\ p_{s0} &= p_0 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

装药头部压力 P_0 可在数值求解过程中通过流量迭代确定。为了求得 ρ_{p0} , 必须计算装药头部处颗粒的速度滞后数 $K_0 = v_{p0}/v_{g0}$, 由资料[2]知

$$K_0 = \frac{-1 + \sqrt{1 + 2\alpha}}{\alpha} \quad (6)$$

式中

$$\alpha = \frac{4}{A_p} \frac{(1-\varepsilon)\rho_p r_0 s_0}{\rho_{g0} A_0}$$

$$r_0 = b p_0^m$$

装药末端($x=l$)截面处

$$\dot{m}_L = \dot{m}_t \quad (7)$$

假设喷管中为一维两相常滞后流动, 则通过喷管喉部的两相混合物的质量流量^[3]

$$\dot{m}_t = \frac{1}{1-\varepsilon} \frac{\bar{\Gamma}}{\sqrt{R_g T_0 C}} P_{sL} A_t \sqrt{\frac{k}{\bar{r}}} \quad (8)$$

式中

$$C = 1 + \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \{K[k(1-K) + K] + (k-1)\delta'LD\}$$

$$D = \frac{1 + \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} K^2}{1 + \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \delta' L}$$

$$\delta' = \frac{C_t}{C_{p_g}}$$

$$\bar{r} = 1 + (k-1) \frac{D}{C}$$

$$\bar{\Gamma} = \sqrt{\bar{r}} \left(\frac{2}{\bar{r}+1} \right)^{\frac{\bar{r}+1}{2(\bar{r}-1)}}$$

颗粒的速度滞后数 $K = v_p/v_g$ 、温度滞后数 $L = (T_0 - T_p)/(T_0 - T_g)$ 均取装药末端截面的相应值。

四、方程组的数值解

在边界条件(5)、(7)及初始条件下，利用四阶龙格—库塔法数值求解方程组(1)，便可得到：

- (1) 某给定时刻燃烧室的两相流场；
- (2) 压力—时间曲线；
- (3) 不同时刻装药通道几何形状沿长度的变化。

装药通道面积 A 及燃烧周长 S 在每一给定时刻 t 均是坐标 x 的已知函数。依据燃烧方程

$$\frac{\partial A}{\partial t} = rS \tag{9}$$

的数值解确定积分时间间隔中 A 的变化，建立 A 与 t 间的关系。

A 与 S 间的关系由通道形状确定。对圆截面通道， $A = S^2/4\pi$ 。 A 、 S 亦可用其边界的纵坐标 y 表示，对圆截面通道， $A = \pi y^2$ ， $S = 2\pi y$ 。并且

$$\frac{\partial y}{\partial t} = r \tag{10}$$

积分方程(10)，可得到 y 与 t 的关系，从而可确定 A 、 S 与 t 的关系。

在边界条件(5)中，头部压力 p_0 是未知的，要在数值求解过程中通过流量迭代确定。

在 $t=0$ 的初始瞬间，可用下式计算 p_0 的第一次近似值 $p_0^{(1)}$ [1]：

$$p_0^{(1)} = \left[C^* \rho_x b K_1 \frac{JB}{I(\delta_L)} \right]^{\frac{1}{1-n}} \tag{11}$$

式中

$$K_1 = \frac{A_{0t}}{A_t}$$

$$B = \Gamma \frac{\sqrt{2\frac{k+1}{k}}}{(k+1)^n}$$

$$I(\delta_L) = \int_0^{\delta_L} \frac{d\delta}{(1+k\sqrt{1-\delta^2})^n [1 + K_\delta(\delta - \delta_{sh}) \cdot I(\delta_{sh})]}$$

$$I(\delta_{sh}) = \begin{cases} 0 & \text{当 } \delta < \delta_{sh} \\ 1 & \text{当 } \delta \geq \delta_{sh} \end{cases}$$

$$k = \frac{k \left(1 + \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \frac{C_1}{C_{p_g}} \right)}{1 + k \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \frac{C_1}{C_{p_g}}}$$

$$\Gamma = \sqrt{k} \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{2(k-1)}}$$

$$\delta_L = \frac{2\lambda_L}{1 + \lambda_L^2}$$

λ_L 值由喉通比 J 确定:

$$J = \frac{A_t}{A_L} q = q(\lambda_L) = \left(\frac{k+1}{2} \right)^{\frac{1}{k-1}} \lambda_L \left(1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda_L^2 \right)^{\frac{1}{k-1}}$$

在 $p_0^{(1)}$ 下解方程组(1), 得到两相参数沿 x 的分布, 且计算出 m_L 及 m_t 。令

$$\Delta m = m_t - m_L$$

判断

$$\left| \frac{\Delta m}{m_t} \right| \leq \varepsilon_m \quad (12)$$

是否成立 (ε_m 为给定的允许误差), 再按资料[2]的方法进行流量迭代, 直到满足(12)式, 以确定 p_0 。

五、计算结果与讨论

对某固体火箭发动机 ($\varepsilon = 0.26$), 计算了考虑侵蚀燃烧引起的装药通道横截面积沿长度变化时燃烧室中的一维两相流场和压力—时间曲线, 并与等截面假设的计算结果进行了比较。

图1示出了颗粒半径 $r_p = 4$ 微米, $t = 0.1$ 秒时气相参数沿通道长度的分布。不管是按变截面计算, 还是按等截面计算, 气相参数沿通道长度的变化趋势相同。 p , p_s , ρ_g 沿长度减小, v_g 增大, T_g 略有降低。与等截面通道相比, 头部压力减小 4.8%, 尾部总压减小 4.0%, 尾部压力减小 2.7%, 气相密度平均减小 4.2%, 气相温度则几乎没有什么变化。通道截面的变化对气相速度的影响比较复杂, 在通道的前一段 ($x/l \approx 0.7$), 变截面通道中的 v_g 值比等截面通道中的略高, 而在通道的后一段, 考虑截面变化时的 v_g 值显著降低, 与等截面通道相比, 装药末端的气相速度降低了 19.7%。

$r_p = 4$ 微米, $t = 0.1$ 秒时颗粒参数沿通道长度的分布示于图2中。 ρ_p 沿长度略有下降, T_p 基本保持不变, v_p 增大。与等截面通道相比, ρ_p 值平均降低 3.6%, 装药末端的颗粒速度降低 14.8%, T_p 值则几乎没有什么变化。

图3示出了 $r_p = 4$ 微米时, 不同时刻侵蚀比 e_{1L} 沿通道长度的分布。随着燃烧的进行, 通道截面积增大, 气相流速减小, 不但侵蚀效应越来越弱, 而且发生侵蚀燃烧的通道长度越来越小。与等截面通道相比, 平均侵蚀比降低, 这是由于气相流速降低引起的。颗粒尺寸对装药末端侵蚀比 e_{1L} 的影响示于图4中。当颗粒尺寸增大时, e_{1L} 值增大, 说明大尺寸的颗粒将引起更大的侵蚀。等截面通道中, 颗粒尺寸对侵蚀比的影响比变截面通道中的大, 例如, 当颗粒半径从 4 微米增至 20 微米时, 等截面通道中的 e_{1L} 增大 6.8%, 而变截面通道中的 e_{1L} 只增大 4.7%。

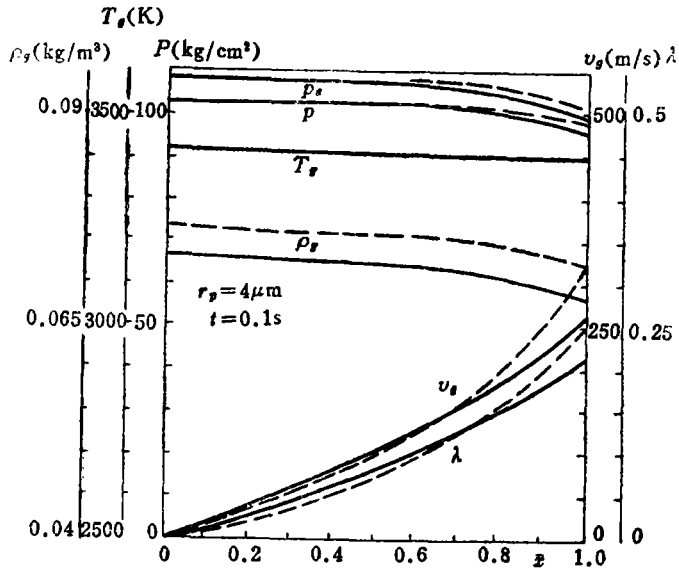


图 1

——变截面 ----等截面

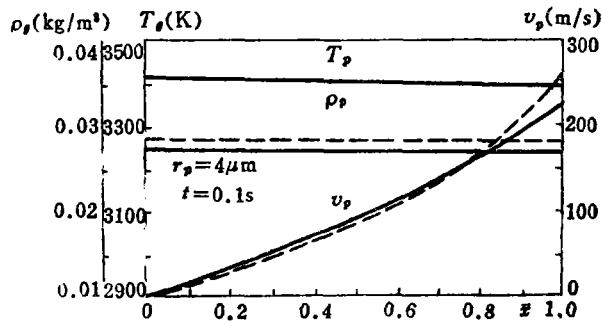


图 2

——变截面 ----等截面

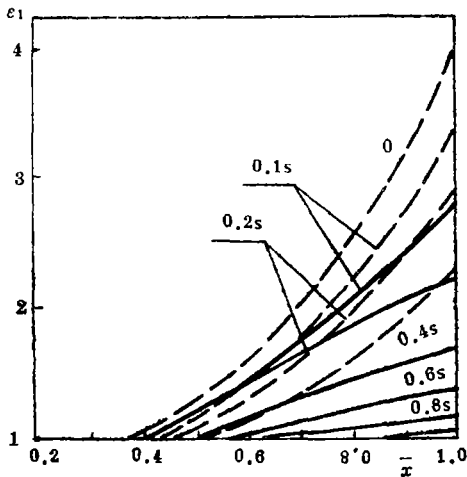


图 3

$r_p = 4\mu\text{m}$ ——变截面 ----等截面

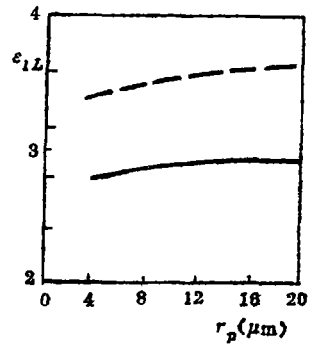


图 4

——变截面 ----等截面

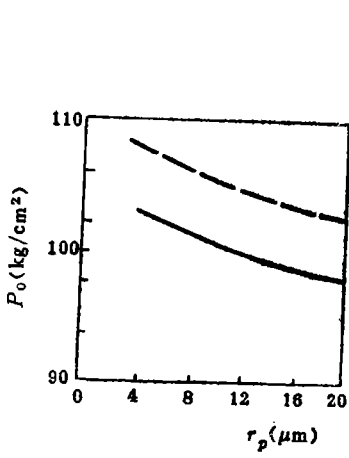


图 5

— 变截面 --- 等截面

$t = 0.1s$

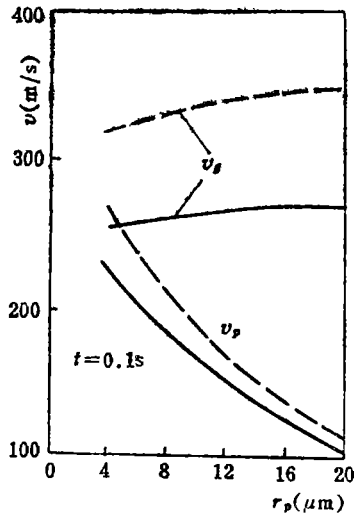


图 6

— 变截面 --- 等截面

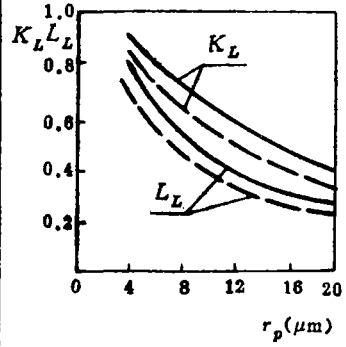


图 7

— 变截面 --- 等截面

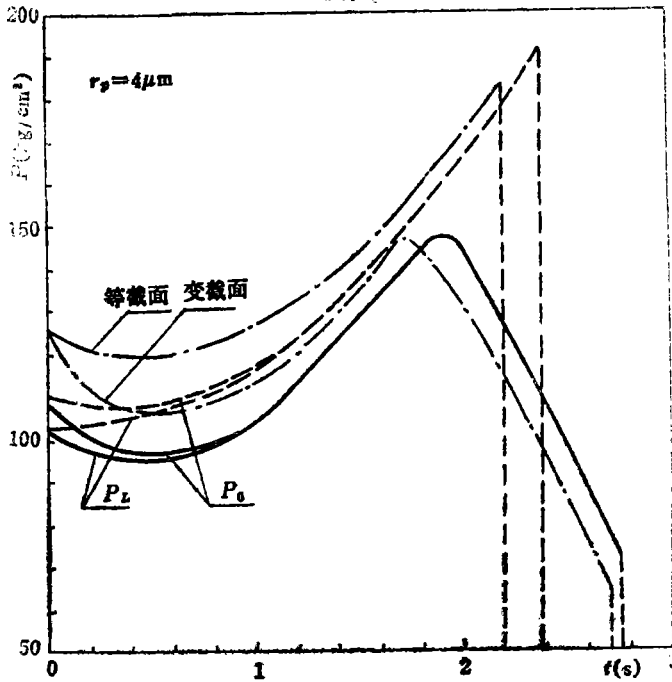


图 8

— 变截面 --- 等截面 - · - 两相平衡流的 P_0

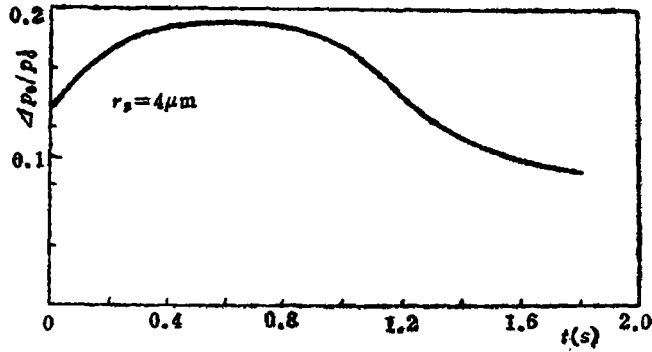


图 9

$\Delta p_0 = p_0' - p_0$ p_0' —两相平衡等截面流 p_0 —两相变截面流

颗粒尺寸对压力的影响示于图 5 中。燃烧室压力随着颗粒尺寸的增大而降低。当 r_p 从 4 微米增至 20 微米时，等截面通道中的 p_0 减小 5.2%，变截面通道中的 p_0 减小 4.5%。

图 6 示出了颗粒尺寸对装药末端气相及颗粒速度的影响。当颗粒尺寸增大时，颗粒速度减小，而气相速度增大。当 r_p 从 4 微米增至 20 微米时，等截面通道中的 v_{PL} 减小 56.4%， v_{gL} 增大 8.2%；变截面通道中的 v_{PL} 减小 53.0%， v_{gL} 增大 5.3%。说明通道截面的变化减小了颗粒尺寸对流速的影响。

颗粒尺寸对滞后数 K_L 和 L_L 的影响示于图 7 中。随着 r_p 的增大， K_L 、 L_L 值均减小，说明大尺寸的颗粒，其速度滞后和温度滞后大。变截面通道中的 K_L 、 L_L 值均比等截面通道中的大，说明侵蚀燃烧引起的通道截面的增大，使两相流动的速度滞后和温度滞后减小。

图 8 是分别按变截面和等截面通道计算的两相流动头部压力和尾部压力随时间变化的曲线，并与两相平衡流动时的压力曲线进行了比较。由于装药燃烧初期侵蚀较严重，所以尽管是增面燃烧，头部压力仍有明显的下降段，侵蚀效应对尾部压力的影响要小一些。随着燃烧的进行，由于通道增大，气相流速减小，侵蚀效应减弱，头部压力与尾部压力值的差别越来越小。

与等截面通道相比，燃烧室压力降低，装药燃烧时间增长，同时压力—时间曲线出现了明显的拖尾段。这是由于侵蚀效应使通道烧成截锥形，尾部装药首先烧完，装药长度缩短，燃面减小，压力急剧降低引起的。由图可见，两相流动和通道截面的变化均使燃烧室压力降低，与工程上通常采用的两相平衡流动等截面计算结果相比，压力降低的情况示于图 9 中。同时装药燃烧时间增长了 25.4%。

六、结 论

计算表明，侵蚀燃烧引起的装药通道横截面积沿长度的变化及两相流动均影响燃烧室中的流场和压力—时间曲线。

与等截面情形下的计算结果相比，气相流速、压力、密度，及颗粒速度、密度减小，而气相与颗粒的温度几乎不变。通道截面沿长度的增大还可减弱侵蚀效应，减小两

相流动的速度滞后和温度滞后。

两相流动使燃烧室压力降低。当颗粒尺寸增大时,压力、气相密度、颗粒速度减小,而气相速度、颗粒密度及侵蚀效应增大。通道截面的变化将减小颗粒尺寸对这些参数的影响。

参 考 文 献

- [1] 常显奇, 固体火箭发动机侵蚀变通道内弹道计算, 兵工学报弹箭分册, 1982年第3期。
- [2] 常显奇, 固体火箭发动机燃烧室中的一维两相流动, 宇航学报, 1985年第1期。
- [3] 常显奇, 固体火箭发动机燃烧室一维两相常滞后流动, 宇航学报, 1983年第4期。
- [4] Joe, D. Hoffman, Gas Dynamics, Vol II P53-68, 1977.

One-Dimensional Two-Phase Flow with Variable Channel Cross-Section along Length in Combustion Chambers of Solid Propellant Rocket Motors

Chang Xianqi

Abstract

Based on fundamental equations for two-phase flow in combustion chambers of solid propellant rocket motors, this paper derives calculation equations taking into account erosive burning and two-phase flow. A numerical solution to these equations is discussed in detail; the effect of variability of cross-sectional area of channel along the length, which is caused by erosive burning, and two-phase flow on pressure-time curves and flow field in chambers is analysed. It is useful for predicting pressure-time curves accurately and calculating flow field in chambers theoretically.