

优化冲击谱拟合及其数控实现

陈静平 季南

摘要 冲击谱匹配试验有多种方法,优化计算拟合是其中的一种。本文是对R.C.Rountree方法的改进,并用 TRS-80 微型机控制300kg电磁振动台做冲击试验,取得了一定的进展。

一、引言

冲击试验常以冲击谱作为环境标准,从而回避了时域波形难于控制和拟合的问题,但也因此而失掉了时域信号的相位信息,以致同一个冲击谱可用多种不同的时域信号拟合。用计算机控制振动台做冲击谱拟合实验,可以提高精度。R.C.Rountree 的优化拟合方法,可以解决双对数坐标下直线谱的拟合问题,但仍有不足:(1)可拟合的谱形太少,只有双对数坐标下的直线谱;(2)对脉冲作用时间 t_p 限制不严,难以用微型机进行数控试验。本文是对 Rountree 方法的改进,可望拟合更多的谱形,而且便于在振动台上复现,达到较高的精度。

二、优化冲击谱拟合

1. Rountree方法简述

所谓冲击谱,指单自由度机械系统在规定的瞬态激励下产生的最大响应与系统自振频率的关系谱图。即研究对象与运动方程是

$$m\ddot{y} = -K(y-x) - c(\dot{y} - \dot{x}) \quad (1)$$

若 $r = y - x$, 则有

$$\ddot{r} + 2\zeta\omega_n\dot{r} + \omega_n^2 r = -\ddot{x}(t) \quad (2)$$

其中 $\omega_n = \sqrt{K/m}$, $\zeta = \frac{C}{2m\omega_n}$, $\ddot{x}(t) = \ddot{x}(t)$,

\ddot{y} ——绝对加速度响应, K ——刚度系数,

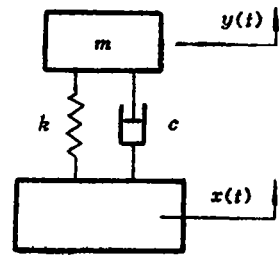


图 1

\ddot{x} ——激励加速度, C ——阻尼系数,
 \ddot{r} ——相对加速度, ω_n ——系统固有频率,
 m ——质量, ξ ——阻尼因子,

绝对加速度最大冲击响应谱可表示为:

$$SS(\omega, \xi, g) = \max_{0 < t < \infty} |\ddot{y}(t, \xi, \omega, g)| \quad (3)$$

冲击谱拟合试验的关键在于选择一个怎样的 $g(t)$ 来拟合给定的冲击谱 $SS(\omega, \xi, g)$ 。

对此, Rountree 规定如下: [1]

$$\text{令 } g(t) = A(t) \sin \theta(t) \quad (4)$$

而 $A(t)$, $\theta(t)$ 满足如下关系

$$\left. \begin{aligned} \frac{d \ln A(t)}{d \ln f(t)} &= \beta & A(0) &= \alpha \\ \frac{df(t)}{dt} &= Rf^r(t) & f(0) &= f_0 \\ \frac{d\theta(t)}{dt} &= 2\pi f(t) & \theta(0) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

其中, α , β , R , r 为待调参数。

优化计算中, Rountree 选用的目标函数是

$$E(X) = \sum_{j=1}^n \left\{ \left[\frac{SS(\omega_j) - SS_r(\omega_j)}{SS_r(\omega_j)} \right]^2 + \left[\frac{\rho(\omega_j) - \rho_r(\omega_j)}{\rho_r(\omega_j)} \right]^2 \right\} \quad (6)$$

(脚标 r 表示标准值)

这里 Rountree 沿用了 Crum、Grant [2] 曾经用过的谱比 ρ 的概念:

$$\rho = \frac{SS(\omega, \xi_2, g)}{SS(\omega, \xi_1, g)} \quad (\xi_1 > \xi_2) \quad (7)$$

并根据经验指出, ρ 大时信号近于稳态, ρ 小时信号近于瞬态, 其他情况介于二者之间。

由于冲击谱计算较为复杂, 目标函数不能用显式表达, Rountree 用朝前差分代替求导。从他给出的计算结果看, 对双对数坐标下的直线谱可以达到较高的拟合精度。

2. Rountree 方法的分析和改进

Rountree 的扫描模型容易在振动台上复现, 引进了优化计算, 拟合精度较高, 为了计算冲击谱, 还设计了变步长积分法, 这都是他的贡献。但提出后并不普及, 说明仍有不足, 本文试图在 Rountree 的基础上进行改进。

第一 试图限制扫描时间 t_s 的长短。Rountree 原法中是以谱比 ρ 来限制 t_s 的长度的, 但这种限制关系难以从理论上证明, 约束也不严格, 极可能给实验带来麻烦。经计算, 发现 r 很小时 $g(t)$ 近于稳态, 而 $r \approx 2$ 时较接近瞬态, 因此建议 r 取 2。

第二 当 $r=2$ 时, $t_s = \frac{1}{R} \left(\frac{1}{f_0} - \frac{1}{f_m} \right)$, 其中 f_0 , f_m 分别为扫频的起始和终止频率。当以微机控制实验时, 时域信号 $\ddot{g}(t)$ 所对应的数组的点数一般应限于 100~1024 之内, 即

$100\Delta t \leq t_s \leq 1024\Delta t$, 于是有

$$\frac{1}{1024 \Delta t} \left(\frac{1}{f_0} - \frac{1}{f_m} \right) \leq R \leq \frac{1}{100 \Delta t} \left(\frac{1}{f_0} - \frac{1}{f_m} \right)$$

据此可以确定 R 的可调范围。

第三 如果要求拟合的冲击谱呈梯形, 如图 2, 则频率由低到高的扫频过程中, f_0 以下的谱值是递增的, 而 f_m 以上的谱值是递减的。我们可以合理调节 f_0 , f_m 及其他参数来拟合非直线形的冲击谱, 例如取

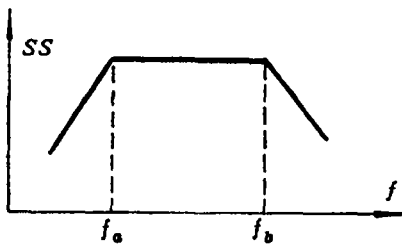


图 2

$$f_{a1} \leq f_a \leq f_{a2}$$

$$f_{b1} \leq f_b \leq f_{b2}$$

第四 Rountree 设计了专门的变步长积分法来计算最大冲击响应谱, 方法巧妙, 但过程繁琐, 我们建议用递归滤波法代替。

第五 Rountree 方法的目标函数以各频点误差的“集合”来描述, 不能看出各频点的谱拟合程度, 因此建议将目标函数改为

$$E(X) = \max_j \left\{ \frac{(\ln SS(\omega_j) - \ln SS_r(\omega_j))}{\ln SS_r(\omega_j)} \times W_j \right\} \quad (8)$$

其中 W_j 是对应于 ω_j 处的权因子。

第六 Rountree 使用的朝前差分经试算发现不够稳定, 建议改用中心差分。

根据以上分析, 建议把 Rountree 的方法做如下修改:

扫描模型: 由(5)改为

$$\left. \begin{aligned} \frac{d \ln A(t)}{d \ln f(t)} &= x_2 & A(0) &= x_1 \\ \frac{d f(t)}{d t} &= R f^2(t) & f(0) &= f_0 \\ \frac{d \theta(t)}{d t} &= 2\pi f(t) & \theta(0) &= 0 \\ R &= B_1 + B_2 \sin^2 x_3 \\ f_0 &= C_1 + C_2 \sin^2 x_4 \\ f_m &= D_1 + D_2 \sin^2 x_5 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

其中 x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 为待调参数。

目标函数: 舍(6)式而改用(8)式。

差分求导: 选用中心差分, 例如

$$\frac{\partial E(X)}{\partial X_i} = \frac{E(X_i + \delta X_i) - E(X_i - \delta X_i)}{2\delta X_i} \quad (10)$$

三、程序框图

优化计算中采用了DFP变尺度法，框图如下：

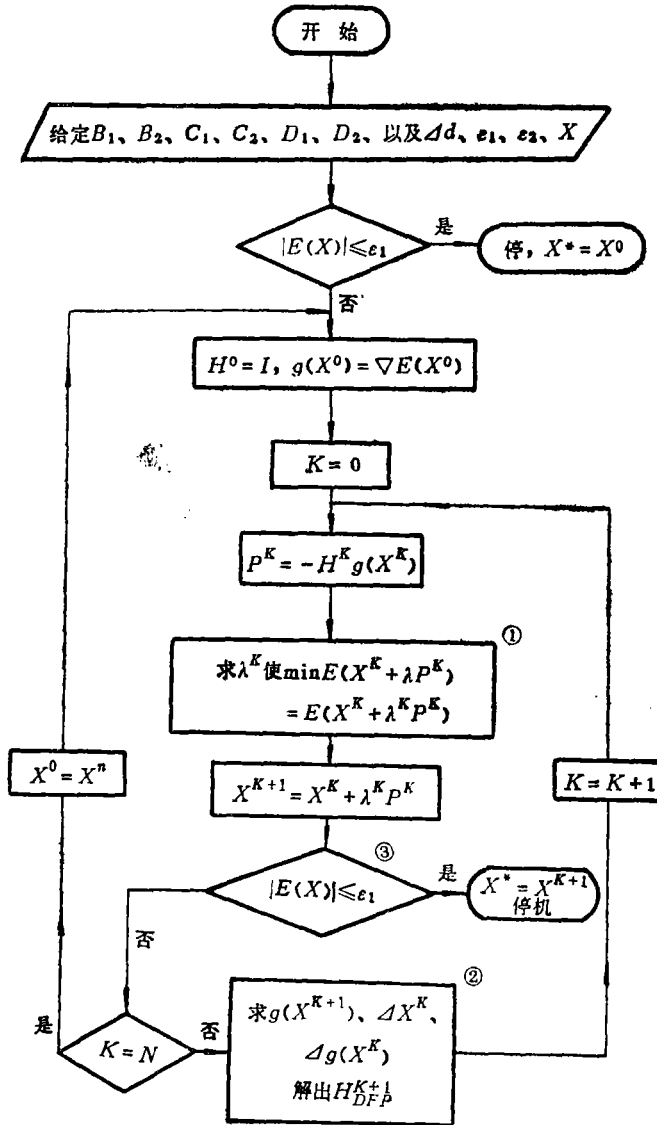


图 3

框图说明如下：

① 表示用 0.618 法进行一维搜索，精度为 $\frac{1}{2}\epsilon_2$ 。

② $H_{DFP}^{k+1} = H^k + (\Delta X^k (\Delta X^k)^T) / ((\Delta X^k)^T \Delta g^k) - (Z^k (Z^k)^T) / ((Z^k)^T \Delta g^k)$

(11)

其中 ΔX 为自变量的变化

$$\left. \begin{aligned} g(X) &= \nabla E(X) \\ Z^k &= H^k \Delta g^k \\ H^k &= I^0 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

③ 这里收敛判据是从纯应用着眼的，按优化原理应是：

$$\|g(X^0)\| \leq \varepsilon_1 \text{ 及 } \|g(X^{k+1})\| \leq \varepsilon_1。$$

建议计算中使用双重判据，满足其一即停机。

图中记号意义为： Δd ——差分步长， $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ ——精度，
 λ ——搜索步长， X^* ——优点参数。

四、初始条件设定

初值设置的好坏，影响到计算时间以及收敛性，给法又不是唯一的。下面是在优化冲击谱拟合中初步探索到的规律，供参考，其中有些是从“物理意义”引伸出来的。

由基本公式可看出： X_1 为初始振幅 $A(0)$ 。 X_2 部分表示幅频变化关系。 X_3 控制扫频速度 R 使之在 B_1, B_2 之间选择。 X_4 配合 C_1, C_2 确定扫频起始频率 f_0 。 X_5 配合 D_1, D_2 确定 f_m 。

初始参数有的与所要匹配的谱形有关，有的则可以单独考虑。

1. 关于 B_1, B_2 的设置

根据冲击谱计算的精度要求，由 f_m 可定 Δt

$$\Delta t = \frac{1}{(5 \sim 10)f_m} \quad (13)$$

考虑到实验中所用 8 位微型机的容量，我们将 $\bar{g}(t)$ 的点数限制在 100~1024 以内，即 $100\Delta t \leq t_s \leq 1024\Delta t$ ，于是由

$$R = \frac{1}{t_s} \left(\frac{1}{f_0} - \frac{1}{f_m} \right) \quad (14)$$

得：

$$\left. \begin{aligned} B_1 &= \frac{1}{1024\Delta t f_m} \left(\frac{f_m}{f_0} - 1 \right) \\ B_2 &= \frac{1}{100\Delta t f_m} \left(\frac{f_m}{f_0} - 1 \right) \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

2. 关于一维搜索精度

ε_2 高些可以加快收敛。另外还要注意计算机的有效位及差分求导的误差。我们的实例中取 $\varepsilon_2 = 10^{-4}$ 。

3. 中心差分步长 Δd

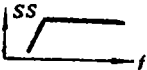
与函数变化有关，略大于 ε_2 ，我们的例子中取 Δd 为 10^{-3} 。

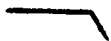
4. 阻尼因子 ζ

计算最大冲击响应谱时, ζ 应按实际值取, 做为算例, 我们的例子取 0.1。

其它参数初值的设定, 与所要匹配的冲击谱形有关, 为叙述方便, 分为四类:

①: 表示平直谱, Rountree 原法只能拟合这种谱。

②: 表示  形谱

③: 表示  形谱

④: 表示  梯形谱

X_1 初值, 按标准谱 SS_r 选, 一般可略大于 $\max_{\omega_i} SS_r$ 之半, 四种谱形均此。

x_2 : ① 选为 0; ②, ③ 分别按参考谱的上升或下降斜率选; ④ 0 或略大于 0。

x_3 : 取 0.5~0.6, 也可随便取。

x_4 : 与 C_1, C_2 配合, 使 f_0 近于待匹配谱的下限频率, 对②④亦可略高于此下限值。

x_5 : 与 D_1, D_2 配合, 使 f_m 近于或略大于待匹配的上限频率 (对①, ②) 或近于上转折点频率 (对③④)。

C_1 : ①, ③ 略小于匹配谱下限频率, ②, ④, 近于或略大于匹配谱下限频率。




C_2 : ①、②、③ 可给 50~100Hz 的小调量, 对④则使 f_0 略大于下转折点频率。

D_1 : ①、② 近于或略小于匹配谱上限频率, ③、④ 略低于上转折点频率。

D_2 : ①、② 可给 50~100Hz 的小调量, 对③使 f_m 达到匹配谱频率上限, 对④使 f_m 略小于匹配谱频率上限。

五、计算实例及结果分析

为了说明对 Rountree 模型修改后的拟合情况, 进行了四种谱形、各又有几种不同带宽度的拟合计算, 结果达到冲击试验的精度要求 (数例略)。

从大量算例表明: 平直谱和  形谱最易拟合成功, 计算机时少, 精度高。而对于  和  形谱, 低频信号对谱的高端影响较大, 所以谱的高频部分不易下降。因此, 高频段下降越平缓越易收敛。另外, 扫频范围越宽越难拟合收敛。高频部分较难拟合这一现象对其他拟合方法 (例如小波综合法) 也同样存在, 并非 Rountree 方法所独有。

在拟合梯形谱时, 在上下两个转折点上加略小于 1 的权因子常能使收敛加快, 但实际上等于是局部放宽了拟合精度要求, 是否合宜, 可以放宽多少, 要另行考虑。

应当指出: 这里对 Rountree 扫描模型的修正, 虽然使它可拟合的谱形增多、且便于用微型机实现, 但是并没有改变波形特征, 它仍然是 振幅衰减的扫频“正弦”波 (见 (4) 式)。这种波形与现场观测到的许多实际冲击历程相差甚远, 也就是说, 修改后的办法, 拟合的仍然是冲击谱, 而不是拟合时间历程本身。

六、数控实验

从收集到的Rountree文章看，没有关于他的拟合结果在实验室复现情况的报导，也许因此而影响了这个方法的推广范围。我们用常见的TRS-80微型机控制国产300kg振动台进行了冲击谱拟合实验，两个人即可操作，精度满意，重复性很好。

试件是一台旧电子通用仪器。实验原理图如下：

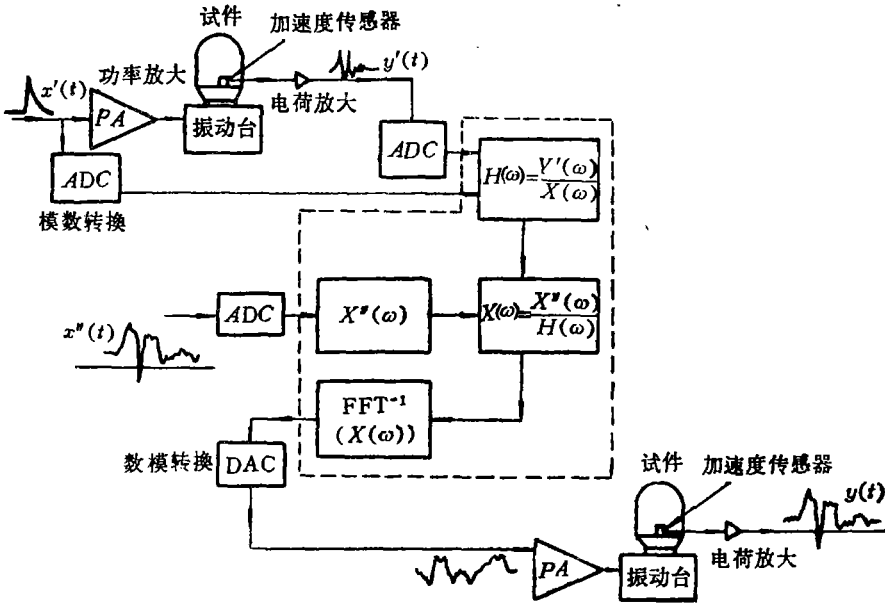


图 4

利用标准信号 $x'(t)$ 及系统响应 $y'(t)$ ，经富氏变换求出系统的传递函数：

$$H(\omega) = \frac{Y'(\omega)}{X'(\omega)}$$

若想在振动台上复现波形 $y(t) = x''(t)$ ，应对振动台输入：

$$x(t) = \text{FFT}^{-1}[X(\omega)] = \text{FFT}^{-1}\left[\frac{X''(\omega)}{H(\omega)}\right]$$

其中： $X''(\omega) = \text{FFT}[x''(t)]$

详情参阅[5][6]。

曾经选用三种与冲击现象较为接近的标准信号 $x'(t)$ 来测系统传递函数，发现快速正弦扫描信号 $x'(t) = A \sin(a_1 t^2 + b_1 t)$ 比半正弦脉冲和随机信号更能得到较好的拟合效果。

式中：
$$a_1 = \frac{\pi(f_m - f_0)}{T} \quad ; \quad b_1 = 2\pi f_0$$

f_0, f_m 为扫频下限和扫频上限、 T 为扫描时间。

实验主要设备的系统框图如下：

对多种要求匹配的冲击谱做了实验拟合复现,包括较窄频带的(上下频距 100Hz)和较宽频带的(由 400Hz 到 1000Hz)谱形,效果满意,绝大多数频点拟后实验复现误差在 3~5%以下,其中相当多频点的复现误差只有 1~2%。下图是一个实验复现结果的例子,其中 100Hz 处误差最大,为 3.6%。

用修改后的 Rountree 模型做冲击谱匹配试验,比原来的

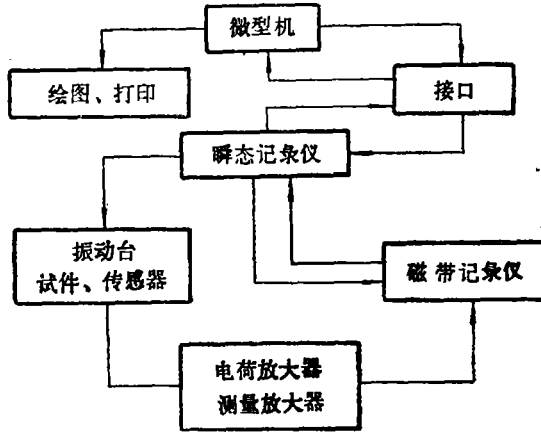


图 5

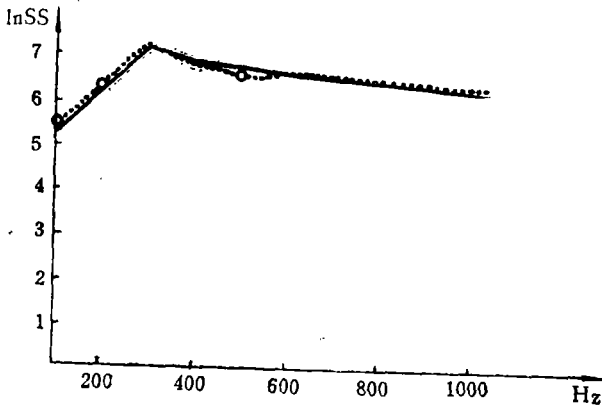


图 6

——理论结果 ---实验复现结果

Rountree 模型可以拟合较多的谱形,而且可以方便地在电磁振动台上复现。但是,Rountree 模型的波形特征仍与实际冲击历程相差较多,如果不仅想匹配冲击谱,而且希望波形特征相近,那就有待于构造更理想的模型了。

参 考 文 献

- [1] R.C.Rountree, Identification of an Optimum Set of Transient Sweep Parameters for Generating Specified Shock Spectra, Shock and Vibration Bulletin, No. 44, Pt. 3, (1974)。
- [2] J.D.Crum & R.L. Grant, Transient Pulse Development, Shock and Vibration Bulletin, No. 41, Pt. 5, (1970)。
- [3] 蔡宣三,最优化与最优控制,清华大学出版社,1982。
- [4] 席少霖,最优化计算方法,上海科学出版社,1982。
- [5] J.M.Lebrun & J.D.Favour, Feasibility & Conceptual Design Study—Vibration Generator Transient Waveform Control System N71-28934(1969)。
- [6] 黄友仙、杨永新,用振动台模拟冲击环境的数字控制方法,《强度与环境》No.3, 1978。

Matching of Shock Spectrum by Optimization Method and Digital Control Implementation

Chen Jingping Ji Nan

Abstract

There are many methods to match the shock spectrum in the laboratory, one of which is optimization method. This paper modifies Rountree's Model. The shock spectrum forms which can be matched are more than Rountree's ordinary method. In order to assure the applicability of this modification, a test is made on the 300kg electrodynamic shaker which is controlled by a TRS-80 micro-computer, and the accuracy is satisfactory.