国防科技大学学报
JOURNAL OF NATIONAL UNIVERSITY OF DEFENSE TECHNOLOGY
一九八六年第四期　总第五十六期　No.4　1986　Sum.56

宇航压力容器的概率断裂分析

秦　子　增

摘要　本文根据概率断裂理论，分析了某宇航压力容器的可靠性。某典型的贮存试验容器，生产后在焊缝处出现许多裂纹。按概率断裂理论，这个容器的可靠度由下式计算：

$$R=1-P_f=1-P(a>a_c)=1-\int_{-\infty}^{+\infty}f(a)\,da\int_0^a\phi(a_c)\,da_c$$

这里R，P_f分别是可靠度和破坏概率，$f(a)$，$\phi(a_c)$分别是裂纹尺寸和临界裂纹尺寸的概率密度函数。

通过对165个断裂韧性子样数据的分析表明：断裂韧性K_c服从正态分布，而裂纹尺寸以第二类指数分布拟合较合适，分析中断裂评定按K准则。可靠度的计算采用了Monte Carlo法。计算结果表明：模拟次数$N=5000$次，即可得到令人满意的精度。

最后，对计算结果做了讨论。

一、引　言

宇航压力容器多是焊接容器，而焊接结构经常存在焊接缺陷或裂纹。评定这些缺陷或裂纹对强度的影响，先前采用断裂力学理论。但是，实际工程结构所受的外力、缺陷尺寸和材料性能常常具有随机性，而断裂力学在分析工程断裂问题时，均视其为确定量，这使它的准确性大大降低。如何估计这种不确定因素和偏差的影响？概率断裂理论提供了强有力的工具。根据该理论，容器可靠度R或破坏概率p_f（$p_f=1-R$）采用下式计算：

$$P_f=P(a>a_c)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(a)\,da\int_0^a\varphi(a_c)\,da_c \qquad (1)$$

其中　$f(a)$，$\phi(a_c)$分别是裂纹尺寸a、临界裂纹尺寸a_c的概率密度函数。根据165个子样的统计结果，容器材料断裂韧性K_c服从正态分布；缺陷尺寸a服从指数分布。应用Monte Carlo法，可得(1)式的数值解。

* 本文曾在一九八五年第四届全国断裂力学会上宣读，刊用前对原文做了简单的修改。

1986年1月2日收到。

二、断裂判据及原始数据

某宇航容器是焊接结构，在焊缝处常出现裂纹等缺陷。为此，以表面裂纹为本文的分析模型。表面裂纹的形式应力强度因子K_1以下式计算：

$$K_1 = M_k M_p \sqrt{\pi a}/\phi_0 \tag{2}$$

其中 M_k为形状修正系数，采用Neman-Raju[1]公式计算；M_p是基于裂纹张开位移δ等效的塑性修正系数，计算式为[2]：

$$M_p = \sqrt{\frac{\sigma_s}{\sigma}\operatorname{arc\,cos}\sqrt{1-\left(\frac{\sigma}{\sigma_s}\right)^2}} \tag{3}$$

断裂判据：$K_1 \geqslant K_c$或$a \geqslant a_c$容器断裂。原始数据见表 1 。

表 1

LD10CS焊缝处常规性能	强度限	屈服限	弹性模量	泊桑比
	$\sigma_b = 28\ \mathrm{kg/mm^2}$	$\sigma_s = 19.4\ \mathrm{kg/mm^2}$	$E = 7000\ \mathrm{kg/mm^2}$	$\nu = 0.3$
焊缝处的工作应力：$\sigma = 16.8\mathrm{kg/mm^2}$				
容器壁厚：t = 5mm				

三、参数的统计特性

1． 将资料[3][4]的165个试件进行统计分析，并把$t=6$mm(焊接试件)，$t=5$mm（母材）的K_c值画出直方块图，见图1；并点入正态概率坐标纸中，如图 2 示，数据点

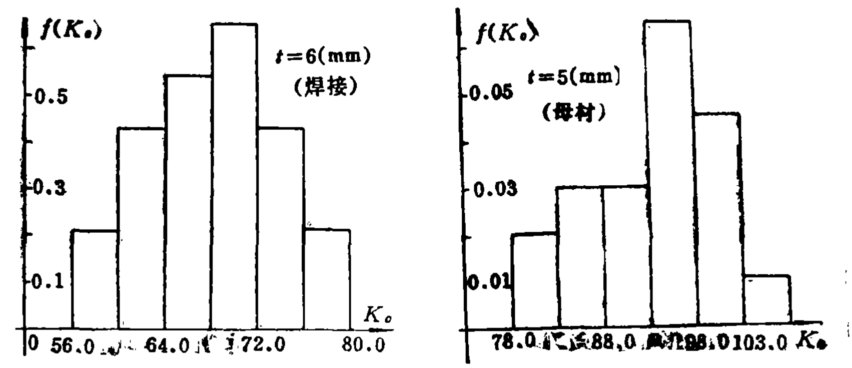

图1—a K_c直方图（焊缝） 1—b K_c直方图（母材）

成一直线，可见，它们服从正态分布。用x^2检验或柯尔莫哥洛夫检验，再次表明，K_c服从正态分布（结果见表 2 ）。即K_c的概率密度函数为

$$\phi(K_c) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_{Kc}}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{K_c-\mu_{Kc}}{\sigma_{Kc}}\right)^2\right] \tag{4}$$

其中 K_c的数学期望 $\mu_{Kc}=72.45$，标准差 $\sigma_{Kc}=7.01$ 这和文献[5][6] 所提供的结论

（K_c大多数是正态分布或对数正态分布）是一致的。

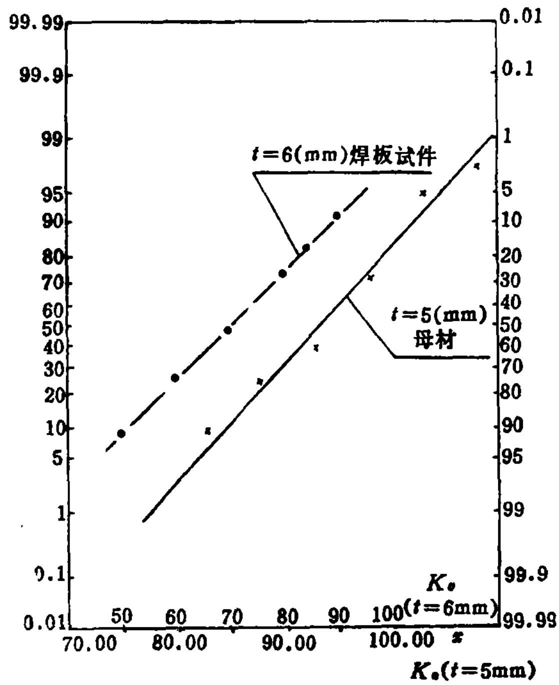

图2　在正态概率坐标纸上的K_c分布点

表 2　LD10CS铝合金K_c的统计特性（3.8*属900×1100宽板，其他为窄板）

统计数据 \ 项目 板厚(mm)		均值μ_{Kc} kg/mm$^{3/2}$	均方差σ_{Kc} kg/mm$^{3/2}$	变差系数 k_c	样本数 n	检验方法	备　注 （统计量V,D_n）
母材	1.4	70.10	5.74	0.082	26	X^2 检验	V＝3.770
	3.0	88.28	3.40	0.039	13	柯氏检验	Dn＝0.2977
	5.0	93.50	6.90	0.028	40	X^2 检验	V＝2.997
	7.0	80.00	2.60	0.033	16	柯氏检验	Dn＝0.1322
焊板	1.6	42.50	3.90	0.092	10	柯氏检验	Dn＝0.1466
	3.0	49.40	3.30	0.067	10	柯氏检验	Dn＝0.1344
	5.0	67.40	5.51	0.082	13	柯氏检验	Dn＝0.2490
	6.0	68.02	5.42	0.076	23	柯氏检验	Dn＝0.1570
	3.8*	77.5	8.50	0.11	14	柯氏检验	Dn＝0.1187

2.缺陷分布类型：在某一典型的宇航容器上，经自然存放一定时期后，容器出现并增长了大小不等的28条裂纹，其长度在6～70mm之间，而裂纹深多数在0.5～1.0mm范围内，于是，我们假定裂纹为半椭园表面裂纹，其深长比为$a/2c=0.1$，依此假定，对裂纹深度a进行统计分析。利用双参数指数分布规律来拟合，并应用最大似然函数进行参数估计，得

$$f(a)=0.554\exp[-0.501(a-0.3)] \tag{5}$$

如图3示，可见，用双参数指数分布拟合是合理的。对钢的焊接容器，它的焊接缺陷分布特性，已有不少人做过讨论。指数分布做为焊接缺陷的分布规律似较合理[9][10]。这和我们的结论是一致的。

应该指出，上述某典型容器，制造后对检查出的裂纹并未铲除，因此，它仅在一定的概率意义下存在。对正常生产的容器，都要进行无损检验。设可检概率为P_d（则漏检概率为$1-P_d$），那么，经正常加工、检验后的容器，存在裂纹尺寸的概率密度函数为

$$f(a)=0.554\exp[-0.501(a-0.3)](1-P_d) \tag{6}$$

当$K_1=K_c$时，由(2)式得：

$$a_c=\frac{\phi_0^2K_c^2}{[(M_kM_p\sigma)^2\pi]}=kK_c^2 \tag{7}$$

其中确定量$k=\frac{\phi_0^2}{[(M_kM_p\sigma)^2\pi]}$，$\phi_0$为第二类全椭圆积分。因$K_c$的概率密度函数$\phi(K_c)$已求出，根据随机变量函数的分布密度公式可以求出：

$$\phi(a_c)=\frac{1}{2\sqrt{2k\pi a_c}\,\sigma_{Kc}}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\sqrt{a_c/k}-\mu_{Kc}}{\sigma_{Kc}}\right)^2\right] \tag{8}$$

四、计算方法和步骤

用Monte Carlo法对(1)式进行数值模拟，这里采用平均值法。如计算积分：

$$I=\int_a^b f(x)d_x \tag{9}$$

假定随机变量x是$(a,\ b)$之间均匀分布随机数。计算时，首先产生$(a,\ b)$上的均匀分布随机数$x_i(i=1,2,\cdots,n)$并计算平均值：

$$\bar{I}=\frac{1}{n}(b-a)\sum_{i=1}^{n}f(x_i) \tag{10}$$

根据柯尔莫哥洛夫强大数定理有

$$P(\lim_{n\to\infty}\bar{I}=I)=1 \tag{11}$$

因此，当n充分大时，下式

$$\bar{I}=I \tag{12}$$

成立的概率等于1。即可用$\bar{I}$作为I的估计值。

对其他分布的随机变量，采用相应的方法，由均匀分布随机数，变换为相应的随机变量。本文在计算中，采用混合同余法产生均匀分布随机数，即应用如下递推公式：

$$X_{n+1}=\lambda x_n+C(\mathrm{mod}M) \tag{13}$$

$$n=0,1,2,\cdots\cdots$$

其中：λ是乘因子，M是模数，C是非负整数。通过适当选取参数C，可以改善伪随机数的统计性质。当给定初始值x_0之后，就可利用上式算出序列$x_1,x_2,\cdots,x_n,\cdots$，再由

$$Z_n=x_n/M$$

即得到我们需要的伪随机数。

另外，本文在计算中，正态分布随机数是采用坐标变换法产生的；指数分布随机数是采用反函数法求得的。整个模拟过程在计算机上进行，计算程序略。

五、计算结果和讨论

计算结果见表 3 和图4,5。从该结果可得如下结论：

表 3

破坏概率 Pf ＼ 应力；缺陷可检概率 Pd	应力 (kg/mm²)						
	8.8	10.8	12.8	14.8	16.8	18.8	20.8
沒检查Pd = 0	6.26×10^{-4}	6.93×10^{-3}	3.01×10^{-2}	7.76×10^{-2}	1.52×10^{-1}	2.43×10^{-1}	3.43×10^{-1}
Pd = 0.5	3.13×10^{-4}	3.46×10^{-3}	1.51×10^{-2}	3.88×10^{-2}	7.62×10^{-2}	1.22×10^{-1}	1.71×10^{-1}
= 0.7	1.88×10^{-4}	2.08×10^{-3}	9.04×10^{-3}	2.33×10^{-2}	4.57×10^{-2}	7.29×10^{-2}	1.03×10^{-1}
= 0.9	6.26×10^{-5}	6.93×10^{-4}	3.01×10^{-3}	7.76×10^{-3}	1.52×10^{-3}	2.43×10^{-2}	3.43×10^{-2}
= 0.95	3.13×10^{-5}	3.46×10^{-4}	1.51×10^{-3}	3.88×10^{-3}	7.61×10^{-3}	1.22×10^{-2}	1.71×10^{-2}
= 0.99	6.26×10^{-6}	6.93×10^{-5}	3.01×10^{-4}	7.76×10^{-4}	1.52×10^{-3}	2.43×10^{-3}	3.43×10^{-3}

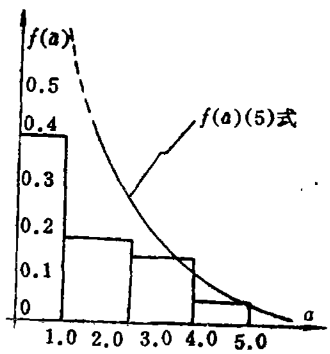

图3　缺陷分布

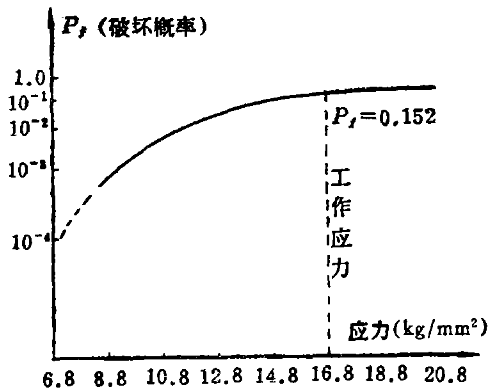

图4　破坏概率随应力的变化

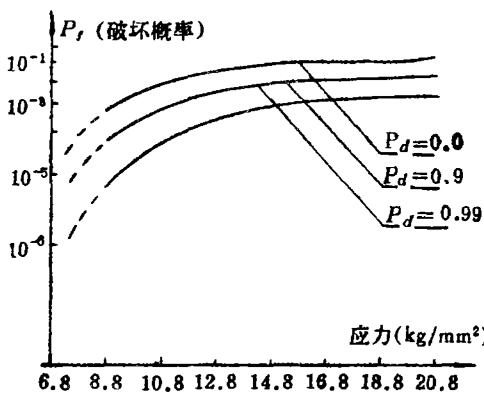

图5　破坏概率随应力，可检概率的变化

1.应力的偏差和无损检验技术的精度对容器的破坏概率有较大的影响。在工作应力下($\sigma=16.8\text{kg/mm}^2$)，经过可靠的检验（如可检概率$P_d=0.95$)，容器的破坏概率$P_f$将比不检验下降约两个数量级。可见，减小应力偏差（如减小焊接残余应力），提高无损检验的精度是提高容器可靠度的重要措施。

2.容器的破坏概率应限制在什么范围内，尚无标准可查。从文献[7]的统计，国外常规容器年破坏率约是10^{-4}数量级，按这种要求，上述存在二十八条裂纹的容器，可靠度偏低。因此，对正式产品，必须严格控制焊接缺陷或裂纹。

李应明同志曾做了本文的一些计算，在此表示感谢。

参 考 文 献

[1] Newman, J.C and Raju, I.S, NASA TP—1578 (1979).

[2] Kobayashi, A.S and Moss, W.L, Proc.Second Int.Conf.on Fracture, 1969(P31).

[3] 王亨等，铝合金薄板表面裂纹弹塑性断裂测试中的两个实验技术，国防科技大学学报，1982年，2期.

[4] 王大方等，LD10CS铝合金焊接接头断裂韧性研究及其显微组织分析，焊接学报，5, 1(1984).

[5] 岡村弘之，依赖性と破坏力学，第24回材料强度と破坏国内シンポジウム论文集。

[6] 王长明等，盛钢桶耳轴的断裂分析，机械强度，1982年8期。

[7] Phillips, C.A.G, etal, A Survey of defects in pressure Vessels, UKAEA report AHSB(S)R162, HMSO, London(1968).

[8] 中国科学院计算中心概率统计组，概率统计计算，科学出版社，1979.

[9] Marshall, W.An assessment of the integrity of PWR pressure Vessels. Report of UKAEA(1976).

[10] Harrop, L.P, the extension and application of a simplified model for PWR type reactor pressure Vessel reliability, AERE—R9464, UKAEA Harwell(1979).

Analysis of Probabilistic Fracture for Aerospace Pressure Vessel

Qin Zizeng

Abstract

After the production of a typical vessel used to store test, many cracks in the welding seam have been observed. According to probabilistic fracture mechanics, the reliability of the pressure vessel is given by

$$R=1-\int_{-\infty}^{+\infty}f(a)da\int_{0}^{a}\phi(a_c)da_c$$

Our analysis of data from 165 samples has shown that the fracture toughness K_c obeys the normal distribution and the second type of exponential distribution for the crack sizes is better applicable to fit the data of crack sizes in a welding seam. The reliability is calculated by using Monte Carlo method.