

二次规划法优化设计的应用研究

李国光 孙祥一

摘要 本文对二次规划法进行应用研究。通过化铣网格加劲壳的二次规划法优化设计和几何规划对偶问题的二次规划解法,提出变量替换、梯移法调参、改善初始展开点、限制步长法和改进的高斯消元法等措施,给二次规划法的应用提供一些简单有效的方法。计算结果表明,上述处理方法在加快收敛、提高计算精度方面也收到了较好的效果。

一、引言

用一般的优化设计方法求解非线性程度高的优化问题,往往是很困难的。利用几何规划求解虽然有不怕问题的非线性程度高的优点,但是当困难度较大时,进行对偶问题求解也是很难实现的。采用台劳展开等办法,将原问题转换成二次规划,从而序列迭代求解,就可以发挥二次规划具有解法成熟,算法简便的优点,高效率地解决众多工程结构的优化设计问题。

二、二次规划模型的建立

1. 网格加劲结构的二次规划模型

在轴向压缩载荷为主要设计载荷的情况下,网格加劲结构可以大大地减轻结构重量,因此在飞行器的推进剂箱体上得到了广泛应用。化铣网格加劲壳的几何参数如图1所示,依据文[3]提供的结构分析方法,设计变量取肋间距 b_s 、肋宽 t_w 和蒙皮厚度 t_s ,而把化铣半径 r 与深度 h 根据工程设计中的经验取成

$$r = h = 2t_w \quad (1)$$

目标函数取加劲壳的当量厚度,即把肋条的重量平均分配给蒙皮而得到的等重的平板厚度。采用解析法对加劲壳进行结构分析,提出总体不失稳、小方格蒙皮不产生剪切失稳、材料不屈服破坏、内压强度和最小几何尺寸等限制,建立如下的优化模型:

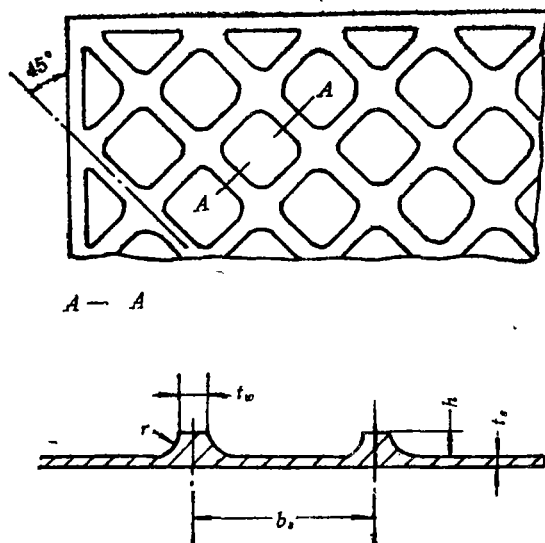


图1 网格加劲壳的几何参数

极小化
$$W = t_s + 7.44 \frac{t_w^2}{b_s} \quad (2)$$

满足约束条件

$$g_1 = P_j - 2\pi E \left(0.31 + 0.0036 \frac{b_s}{t_s} \right) \left(t_s + 7.44 \frac{t_w^2}{b_s} \right)^2 \leq 0 \quad (3)$$

$$g_2 = \frac{P_j + 2\pi R^2 P_s}{4\pi R t_s \left(1 + \frac{2.6 t_w^2}{b_s t_s} \right)} - 8.44 E \left(\frac{t_s}{b_s - 5 t_w^2} \right)^2 \leq 0 \quad (4)$$

$$g_3 = \frac{P_j + 2\pi R^2 P_s}{4\pi R t_s \left(1 + \frac{2.6 t_w^2}{b_s t_s} \right)} - \frac{\sigma_s}{2} \leq 0 \quad (5)$$

$$g_4 = P_{\max} - \sigma_b \frac{t_s}{R} \left(1 + \frac{7.44 t_w^2}{b_s t_s} \right) / \left(1 + \frac{2.6 t_w^2}{b_s t_s} \right)^2 \leq 0 \quad (6)$$

$$\left. \begin{aligned} g_5 &= \underline{t_w} - t_w \leq 0 \\ g_6 &= \underline{t_s} - t_s \leq 0 \\ g_7 &= b_s \geq 0 \end{aligned} \right\} \text{几何约束} \quad (7)$$

其中 $P_j = f \left(T_s + \frac{2M_s}{R} - \pi R^2 P_{jv} \right)$ —— 折合轴压；

$P_s = P_{jv} + n_s \gamma H$ —— 箱体内压；

$P_{\max} = f P_s$ —— 最大内压；

$\underline{t_w}$ 、 $\underline{t_s}$ —— 肋条宽度和蒙皮厚度下限值；

T_s 、 M_s —— 轴压和弯矩；

n_s 、 P_{jv} —— 轴向过载系数和箱内增压；

r 、 H ——液体燃料比重和液柱高度；

f 、 R ——安全系数和壳体半径。

为了把上述优化模型划成标准的二次规划模型，本文采用如下变换办法。

(1) 通过变量替换把目标函数变成二次型。引入新变量

$$x_1 = \frac{1}{b_s}, \quad x_2 = t_w^2, \quad x_3 = t_s$$

变上述模型为

$$\text{极小化} \quad W(x) = x_3 + 7.44x_1 \cdot x_2 \quad (8)$$

满足约束条件

$$g_1 = P_j - 2\pi E \left(0.31 + 0.0036 \frac{1}{x_1 x_3} \right) (x_3 + 7.44x_1 x_2)^2 \leq 0 \quad (9)$$

$$g_2 = \frac{1}{8.44E} \left(\frac{1}{x_1 x_3} - 5 \frac{\sqrt{x_2}}{x_3} \right)^2 - \frac{4\pi R(x_3 + 2.6x_1 x_2)}{P_j + 2\pi R^2 P_s} \leq 0 \quad (10)$$

$$g_3 = \frac{2}{\sigma_s} - \frac{4\pi R(x_3 + 2.6x_1 x_2)}{P_j + 2\pi R^2 P_s} \leq 0 \quad (11)$$

$$g_4 = P_{\max} - \frac{\sigma_b}{R} \frac{x_3^2 + 7.44x_1 x_2 x_3}{x_3 + 2.6x_1 x_2} \leq 0 \quad (12)$$

$$\left. \begin{aligned} g_5 &= x_2 \geq t_w^2 \\ g_6 &= x_3 \geq t_s \\ g_7 &= x_1 \geq 0 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

(2) 对约束函数中的非线性部份，采用一阶台劳展开式作线性处理，令展开点为 $X^{(k)}$ ，则有 $g_j(X^{(k)}) + \nabla g_j^T(X^{(k)})(x_j - x_j^{(k)}) \leq 0 \quad j=1, 2, 3, 4$

并且为了稳定收敛，对迭代步长加以控制，令步长限制值为 $\delta_i^{(k)}$ ，增加附加约束

$$|x_i - x_i^{(k)}| \leq \delta_i^{(k)} \quad i=1, 2, 3 \quad (14)$$

(3) 合并约束函数中的线性部份

引入向量

$$P^{(k)} = (P_1^{(k)} P_2^{(k)} P_3^{(k)})^T$$

$$P_1^{(k)} = \max\{0, x_1^{(k)} - \delta_1^{(k)}\}$$

$$P_2^{(k)} = \max\{t_w^2, x_2^{(k)} - \delta_2^{(k)}\}$$

$$P_3^{(k)} = \max\{t_s, x_3^{(k)} - \delta_3^{(k)}\}$$

并令

$$U = X - P^{(k)}$$

则约束函数中的线性化部份可以合并为

$$u_i \leq x_i^{(k)} + \delta_i^{(k)} - P_i^{(k)} \quad i=1, 2, 3$$

$$u_i \geq 0$$

以新变量 U 替换变量 X ，经变换整理后，得到标准的二次规划模型为

极小化

$$W(u) = 7.44u_1 u_2 + 7.44P_2^{(k)} u_1 + 7.44P_1^{(k)} u_2 + u_3 + (P_3^{(k)} + 7.44P_1^{(k)} P_2^{(k)}) \quad (15)$$

满足约束条件

$$\nabla g_j^T(X^{(k)})U \leq \nabla g_j^T(X^{(k)})(X^{(k)} - P^{(k)}) - g_j(X^{(k)}) \quad (16)$$

$$j=1,2,3,4$$

$$u_i \leq x_i^{(k)} + \delta_i^{(k)} - P_i^{(k)} \quad i=1,2,3 \quad (17)$$

$$u_i \geq 0 \quad i=1,2,3$$

2. 几何规划对偶问题的二次规划模型

文[2]给出正定几何规划的数学模型是极小化

$$y_0(x) = \sum_{j=1}^{J_0} c_{0j} \prod_{i=1}^N x_i^{a_{0ij}} \quad (18)$$

满足约束条件

$$y_m(x) = \sum_{j=1}^{J_m} c_{mj} \prod_{i=1}^N x_i^{a_{mij}} \leq 1 \quad m=1,2,\dots,M \quad (19)$$

$$x_i \geq 0 \quad i=1,2,\dots,N$$

其中 c_{0j} 、 c_{mj} 为正常数, a_{0ij} 、 a_{mij} 为任意实指数, N 、 M 分别为设计变量数和约束方程数。与其对应的对偶问题是

极大化

$$D(W) = \prod_{m=0}^M \prod_{j=1}^{J_m} \left(\frac{W_{m0} \cdot c_{mj}}{W_{mj}} \right)^{W_{mj}} \quad (20)$$

满足约束条件

$$\sum_{j=1}^{J_0} W_{0j} = 1 \quad (21)$$

$$\sum_{m=0}^M \sum_{j=1}^{J_m} a_{mij} W_{mj} = 0 \quad (22)$$

$$W \geq 0$$

约束条件是线性的, 只需将目标函数化成二次型。本文采用台劳二阶展开式, 令 $W^{(k)}$ 为展开点, 则有

$$D(W) \cong D(W^{(k)}) + \sum_{m=0}^M \sum_{j=1}^{J_m} \left(\frac{\partial D(W)}{\partial W_{mj}} \right) \Big|_{W^{(k)}} (W_{mj} - W_{mj}^{(k)})$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_{m=0}^M \sum_{j=1}^{J_m} \sum_{m'=0}^M \sum_{j'=1}^{J_{m'}} \left(\frac{\partial^2 D(W)}{\partial W_{mj} \partial W_{m'j'}} \right) \Big|_{W^{(k)}} (W_{mj} - W_{mj}^{(k)}) (W_{m'j'} - W_{m'j'}^{(k)}) \quad (23)$$

其中

$$\frac{\partial D(W)}{\partial W_{mj}} = D(W) \ln \frac{W_{m0} c_{mj}}{W_{mj}}$$

$$\frac{\partial^2 D(W)}{\partial W_{mj} \partial W_{m'j'}} = D(W) \ln \frac{W_{m0} c_{mj}}{W_{mj}} \ln \frac{W_{m'0} c_{m'j'}}{W_{m'j'}} \quad (m \neq m')$$

$$\frac{\partial^2 D(W)}{\partial W_{mj} \partial W_{m'j'}} = D(W) \left(\ln \frac{W_{m0} c_{mj}}{W_{mj}} \ln \frac{W_{m'0} c_{m'j'}}{W_{m'j'}} + \frac{1}{W_{m0}} \right) \quad (m=m', j \neq j')$$

$$\frac{\partial^2 D(W)}{\partial W_{mj} \partial W_{m'j'}} = D(W) \left(\ln \frac{W_{m0} c_{mj}}{W_{mj}} \ln \frac{W_{m'0} c_{m'j'}}{W_{m'j'}} + \frac{1}{W_{m0}} - \frac{1}{W_{m'0}} \right) \quad (m=m', j=j')$$

将上式取负号并加整理得到标准二次规划的目标函数

$$\begin{aligned} & - \sum_{m=0}^M \sum_{j=1}^{J_m} \left[\left(\frac{\partial D(W)}{\partial W_{mj}} \right) \Big|_{W^{(k)}} - \sum_{m'=0}^M \sum_{j'=1}^{J_{m'}} \left(\frac{\partial^2 D(W)}{\partial W_{mj} \partial W_{m'j'}} \right) \Big|_{W^{(k)}} W^{(k)}_{m'j'} \right] \\ & - \frac{1}{2} \sum_{m=0}^M \sum_{j=1}^{J_m} \sum_{m'=0}^M \sum_{j'=1}^{J_{m'}} \left(\frac{\partial^2 D(W)}{\partial W_{mj} \partial W_{m'j'}} \right) \Big|_{W^{(k)}} W_{mj} \cdot W_{m'j'} + R_t \end{aligned} \quad (24)$$

式中常数项

$$\begin{aligned} R_t = & - \left[D(W^{(k)}) - \sum_{m=0}^M \sum_{j=1}^{J_m} \left(\frac{\partial D(W)}{\partial W_{mj}} \right) \Big|_{W^{(k)}} W^{(k)}_{mj} \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} \sum_{m=0}^M \sum_{j=1}^{J_m} \sum_{m'=0}^M \sum_{j'=1}^{J_{m'}} \left(\frac{\partial^2 D(W)}{\partial W_{mj} \partial W_{m'j'}} \right) \Big|_{W^{(k)}} W^{(k)}_{mj} W^{(k)}_{m'j'} \right] \end{aligned} \quad (25)$$

三、序列二次规划的实践

二次规划的解法很多, 请参阅文[2], 本文采用Lemke算法, 并在应用中提出一些改进办法。

1. 利用梯移调参法改善初始展开点

台劳展式是有一定适用范围的, 初始展开点选的好与坏对计算误差和算法的收敛性有很大影响。由于最优解常落在约束界面的包络面上, 因此, 采用梯移调参法尽快地把初始点调到临界约束界面上, 再作为台劳展开点将有很大的改善。计算结果表明, 序列二次规划求解中加进梯移调参步来改善初始展开点, 对加快算法的收敛性是个很好的办法。梯移调参的公式为:

初始点选在可行域内时 (在非可行域反号)

$$X^{(k+1)} = X^{(k)} - \lambda_k s^{(k)} \quad (26)$$

$$s^{(k)} = \nabla f(x^{(k)}) / \|\nabla f(x^{(k)})\| \quad (27)$$

$$\lambda_k = \lambda_0 2^k \quad (28)$$

式中 $\nabla f(x^{(k)})$ 是目标函数的梯度, λ_0 为初始给定步长。当设计点调过约束界面时, 其迭代公式变成

$$X^{(k+1)} = X^{(k)} + \lambda_k s^{(k)} \quad (29)$$

$$\lambda_k = 0.5 \lambda_{k-1} \quad (30)$$

此步称为半步调参, 其中 $s^{(k)}$ 为半步调参时的单位梯度方向, 取越过约束界面前一点的方向, 并在半步调参中保持不变。如果发现设计点又调回到约束界面内, 迭代公式

再改为

$$X^{(k+1)} = X^{(k)} - \lambda_k S^{(k)} \quad (31)$$

$$\lambda_k = 0.5 \lambda_{k-1} \quad (32)$$

反复进行半步调参,便可把初始点调到临界约束界面上。为加快收敛本文在可行域内给约束界面加个带宽 ε ,则满足 $|g_j(x^{(k)})| \leq \varepsilon$ 的点就定为调到了约束界面上。

2. 对Lemke算法的改进

几何规划对偶问题的约束函数是等式,划成二次规划用Lemke算法求解时,需要把等式约束变成不等式,本文将等式约束

$$cx = d \quad (33)$$

用两个不等式约束

$$cx \leq d \quad (34)$$

$$-cx \leq -d \quad (35)$$

来代替。由于计算机误差的存在,运算中可能出现使两个不等式约束变成不相容而出现无解,这里采用增加容差带的办法给以解决,即把不等式约束改成

$$cx \leq d + \Delta d$$

$$-cx \leq -d + \Delta d$$

式中 Δd 为容差带。

Lemke算法迭代过程中,选择离基变量的计算公式为(见文[1])

$$\frac{q_r}{d_{rs}} = \min_{1 \leq i \leq n} \left\{ \frac{q_i}{d_{is}}, d_{is} > 0 \right\} \quad (36)$$

其中 q_i 为右端项各元素, d_{is} 为主元列的相应元素,定出的 r 为主元行,相应的变量为离基变量。计算中发现,由于计算误差的影响,有时会出现多个等值情况(实际情况可能是不等的),因此只规定选等值中的第一个值所在的行为主元行,有时会造成基本变量出现负值而终止迭代。本文改进为几个相等值所对应的行均取为主元行,然后按顺序依次进行计算,如果取第一个等值对应的行为主元行计算出现负的基本变量时,就取下一个等值对应的行为主元行再进行计算,如此下去,只要原问题有解就一定能够得到最优解。

3. 序列二次规划中对展开点的限制方法

为了提高台劳展开式的精度,本文对步长提出两种限制办法。

(1)附加约束,即约束条件中增加了

$$|x_i - x_i^{(k)}| \leq \delta_i^{(k)}$$

如果限制值 $\delta_i^{(k)}$ 取值合理,可使得当 x 在 $x^{(k)}$ 邻近的边长为 $2\delta_i^{(k)}$ 的匣子里运动时,台劳展开式能给出足够好的近似。关于 $\delta_i^{(k)}$ 的取法本文给出下面简单办法。

初值取成

$$\delta_i^{(k)} = x_i^{(0)} / \beta \quad (37)$$

其中 β 为一给定的比例因子,计算结果表明,一般取 $\beta = 10$ 比较好。

迭代过程中 $\delta_i^{(k)}$ 值按下面原则不断修改, 设第 k 次迭代的步长限制值为 $\delta_i^{(k)}$, 台劳展开点为 $x_i^{(k)}$, 二次规划所得的最优点为 $u_i^{(k)}$, 若发现 $u_i^{(k)}$ 在非可域, 则令 $\delta_i^{(k+1)} = 0.5 \delta_i^{(k)}$, 否则记

$$y_i^{(k)} = \delta_i^{(k)} - |x_i^{(k)} - u_i^{(k)}| \quad (38)$$

如果 $y_i^{(k)} \geq 10^{-7}$, 则认为二次规划的优点在限制的界线内, $\delta_i^{(k)}$ 没有妨碍二次规划的寻优, 此时令 $\delta_i^{(k+1)} = \delta_i^{(k)}$; 如果 $y_i^{(k)} < 10^{-7}$ 则认为步长限制值对寻优构成限制, 下次迭代时放松限制, 令 $\delta_i^{(k+1)} = (1.5 \sim 2.0) \delta_i^{(k)}$ 。

(2) 插值法定展开点, 此法适用于几何规划对偶问题的目标函数的二阶展式。在某点 $W^{(k)}$ 将对偶问题的目标函数 $D(W)$ 展开成二次函数 $\bar{D}(W)$, 用二次规划法求得最优解 $\bar{W}^{(k+1)}$, 计算此点处的两函数的相对误差

$$\eta = \left| \frac{D(W^{(k+1)}) - \bar{D}(\bar{W}^{(k+1)})}{D(W^{(k+1)})} \right| \quad (39)$$

令

$$\alpha = e^{-\eta}$$

下次展开点取为

$$W^{(k+1)} = \alpha \bar{W}^{(k+1)} + (1 - \alpha) W^{(k)} \quad (40)$$

因为对偶问题的可行域是凸集, 因此只要 $W^{(k)}$ 和 $\bar{W}^{(k+1)}$ 均满足约束, $W^{(k+1)}$ 也将满足约束。

4. 改进的列主元消去法

几何规划对偶变量与原变量的关系为

$$c_{0j} \prod_{i=1}^N x_i^{*a_{0ij}} = W_{0j}^* \cdot y_0(x^*) \quad (41)$$

$$c_{mj} \prod_{i=1}^N x_i^{*a_{mij}} = W_{mj}^* / W_{m0}^* \quad (42)$$

求对数变换后得

$$\sum_{i=1}^N a_{0ij} \ln x_i^* = \ln \left(\frac{W_{0j}^* \cdot y_0(x^*)}{c_{0j}} \right) \quad (43)$$

$$\sum_{i=1}^N a_{mij} \ln x_i^* = \ln \left(\frac{W_{mj}^*}{c_{mj} W_{m0}^*} \right) \quad (44)$$

简化成矩阵形式

$$[A][\ln x_i^*] = [B] \quad (45)$$

这个方程组的个数等于对偶变量的个数 T , 大于原变量的个数 N , 其中只有 N 个方程是线性无关的, 一般用正变化方法求解, 即用 $[A]^T$ 左乘方程两边

$$[A]^T [A][\ln x_i^*] = [A]^T [B] \quad (46)$$

得到 N 个线性独立方程, 再用高斯消元等方法求解, 便可得到原变量的优解 x_i^* 。本文提出改进的列主元消去法, 可避免上述的矩阵运算。对于式(45)直接进行列主元高斯消元后, 得出

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ & & \cdots & \cdots & \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ & & \cdots & \cdots & \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x'_1 \\ x'_2 \\ \vdots \\ x'_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b'_1 \\ b'_2 \\ \vdots \\ b'_{n+1} \\ \vdots \\ b'_r \end{pmatrix} \quad (47)$$

对于线性无关方程个数小于变量个数的情况,用列主元高斯消去进行到某一列时,将出现整个一列都是零的情况,这说明方程有无穷多组解;对于线性无关方程个数大于变量个数的情况, $b'_{n+1} \sim b'_r$ 中有不为零的数,这说明方程无解, $b'_{n+1} \sim b'_r$ 中有几个不为零,就表明线性无关方程个数比变量个数多几个;当线性无关方程个数等于变量个数的情况, $b'_{n+1} \sim b'_r$ 全部为零,此时 $b'_1 \sim b'_n$ 就是方程组的解。

四、计算结果与分析

1. 本文对化铣网格箱体取 5 组初始点进行计算,其材料为 LD10,箱体半径 $R =$

表 1

序 号		1	2	3	4	5	
初始点	x_1	0.06	0.059	0.04	0.03	1.00	
	x_2	0.29	0.29	0.29	0.20	0.25	
	x_3	0.25	0.21	0.21	0.30	0.30	
$\beta = 5$	迭代次数	5	6	6	5	4	
	收敛点	x_1	0.055	0.06	0.057	0.042	0.133
		x_2	0.289	0.289	0.292	0.198	0.224
		x_3	0.240	0.213	0.222	0.298	0.200
	目标函数值	0.359	0.342	0.347	0.359	0.422	
最优结果	$x = (0.06 \ 0.289 \ 0.213)^T, b_s = 16.7\text{cm}, t_w = 0.538\text{cm}, t_s = 0.213\text{cm}, W = 0.342,$						
$\beta = 10$	迭代次数	8	5	5	4	4	
	收敛点	x_1	0.057	0.06	0.057	0.042	0.047
		x_2	0.276	0.291	0.292	0.198	0.212
		x_3	0.227	0.213	0.222	0.298	0.270
	目标函数值	0.344	0.343	0.347	0.359	0.344	
最优结果	$x = (0.06 \ 0.291 \ 0.213)^T, b_s = 16.7\text{cm}, t_w = 0.539\text{cm}, t_s = 0.213\text{cm}, W = 0.343$						

167.5cm, 承受轴内压载荷联合作用, 计算结果列于表1与表2, 其中表1是将初始点

表 2

序 号		1	2	3	4	5	
初 始 点	x_1	0.06	0.069	0.04	0.03	1.00	
	x_2	0.29	0.29	0.29	0.20	0.25	
	x_3	0.25	0.21	0.21	0.30	0.30	
$\beta = 10$	收 敛 点	x_1	0.05	0.06	0.063	0.0415	0.041
		x_2	0.290	0.290	0.291	0.200	0.249
		x_3	0.249	0.213	0.209	0.299	0.300
迭 代 次 数		2	3	2	3	3	
目 标 函 数 值		0.858	0.342	0.345	0.361	0.375	
最 优 结 果		$x = (0.06 \ 0.290 \ 0.213)^T, b_s = 16.7\text{cm}, t_w = 0.5387\text{cm},$ $t_r = 0.213\text{cm}, W = 0.342$					
准则法结果(文[8])		$b_s = 16.8\text{cm}, t_w = 0.54\text{cm}, t_r = 0.212\text{cm}, W = 0.341$					

直接用于展开点并取不同的初始比例系数 β 的计算结果, 表2是将初始点用梯移调参法调到约束界面上进行求解的结果, 从中可以看出:

(1) 计算结果和文[3]给出的结果一致, 说明此算法是可用的。

(2) 用序列二次规划求解过程中, 用梯移调参法将初始点调到约束界面上, 对台劳展开点有很大的改善, 收到了加快收敛的效果。

(3) 从表1和图2表明, 一般情况下 β 为10的收敛点比 β 为5的收敛点更靠近优点。对于某些初始点, 当迭代到一定程度时, 有目标函数值增大的现象, 如图2中的B曲线, 这是由于约束函数作近似的线性化处理所引起的, β 值小更容易出现这种情况, 应用中要注意避免。

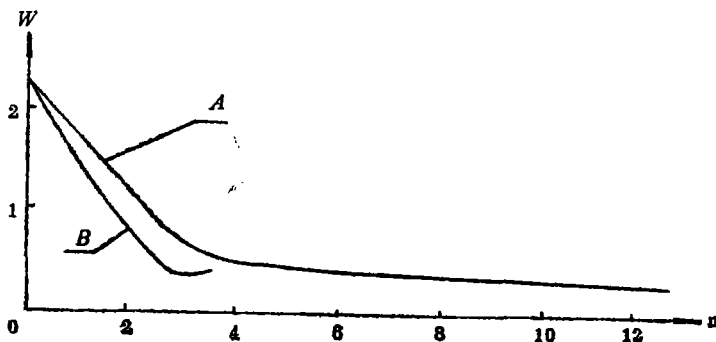


图2 曲线A: $\beta = 10$ 曲线B: $\beta = 5, x_0 = (1.0, 0.25, 0.30)^T$

2. 对几何规划对偶问题的二次规划解法, 计算了三个考题, 其结果如下:

考题 1 (文[6])

极小化 $y_0 = 8x_1x_2 + 27x_2$

满足约束条件 $y_1 = 768x_1^{-1}x_2^{-\frac{3}{2}} \leq 1$

计算结果列入表 3

表 3

迭代次数	W_{01}	W_{02}	W_{11}	$D(W^*)$
0	1	1	1	
1	0.3333333	0.6666669	0.3333333	311.526
2	0.3333329	0.6666672	0.3333334	311.526
原问题解	$x_1 = 1.687496, x_2 = 7.692006, y_0(x^*) = 311.526$			
解析解	$x_1 = 1.6875, x_2 = 7.6921, y_0(x^*) = 311.53$			

考题 2 (文[5])

极小化 $y_0 = 3000x_1 + 1732x_2$

满足约束条件 $y_1 = 29x_1^{-1} + 16.73x_2^{-\frac{1}{2}} \leq 1$

计算结果列入表 4

表 4

迭代次数	W_{01}	W_{02}	W_{11}	W_{12}	$D(W^*)$
0	1	1	1	1	
1	0.7748568	0.2251430	0.7748870	0.2251430	197364.98
2	0.6551430	0.3448579	0.6551427	0.3448588	215977.6
8	0.6343558	0.3656447	0.6343552	0.3656461	
4	0.6340705	0.3659310	0.6340700	0.3659320	
5	0.6340697	0.3659314	0.6340697	0.3659306	
6	0.6340687	0.3659305	0.6340697	0.3659312	
7	0.6340694	0.3659306	0.6340692	0.3659312	216394.8
原问题解	$x = 45.73639, x = 45.71904, y(x^*) = 216394.8$				

表 4 (续)

迭代次数	W_{01}	W_{02}	W_{11}	W_{12}	$D(W^*)$
0	1	1	1	1	
1	0.7748568	0.2251430	0.7748570	0.2251430	197864.98
2	0.6551430	0.3448519	0.6551427	0.3448588	215977.6
8	0.6343573	0.3656428	0.6343572	0.3656440	216394.8
4	0.6340694	0.3659303	0.6340694	0.3659311	216394.8
5	0.6340691	0.3659311	0.6340698	0.3659312	
原问题解	$x = 45.73646, x = 45.71918, y(x^*) = 216394.8$				
解析解	$x = 45.6, x = 46.7, y(x^*) = 217800$				

考题 3 (文[2])

极小化 $y_0 = 0.3x_1x_3^{1.2} + 0.5x_1^{-1.5}x_2^{-2}x_3^{-4} + 0.2x_2^{1.3}$

满足约束条件 $y_1 = 0.8x_1x_3 \leq 1$

$y_2 = 1.2x_1x_2^{-1} \leq 1$

计算结果列入表 5

表 5

迭代次数	W_{01}	W_{02}	W_{03}	W_{11}	W_{21}	$D(W^*)$
0	1	1	1	1	1	
1	0.348659	0.2988506	0.3524905	0	0.0996168	
2	0.308226	0.322177	0.369597	0.0811756	0.0938631	
8	0.348659	0.2988505	0.3524905	0	0.0996168	
4	0.308226	0.322177	0.369597	0.0811756	0.0938631	
5	0.348659	0.2988507	0.3524905	0	0.0996168	
6	0.308226	0.322177	0.369597	0.0811756	0.0938631	
	振 荡 不 收 敛					

表 5 (续)

迭代次数	W_{01}	W_{02}	W_{03}	W_{11}	W_{21}	$D(W^*)$	
加	0	1	1	1	1		
步	1	0.348059	0.2988506	0.3524905	0	0.0996188	
长	2	0.308228	0.322177	0.369597	0.0811756	0.0938631	
限	8	0.348659	0.2988505	0.3524904	0	0.0996174	
	4	0.348659	0.2988505	0.3524904	0	0.09961677	
	5	0.348659	0.2988505	0.3524904	0	0.09961686	1.0835
原问题解	$x = 1.21157, x = 1.45388, x = 0.90348, y(x^*) = 1.0835$						
制							
解析解	$x = 1.223, x = 1.468, x = 0.861, y(x^*) = 0.9189$						

计算结果表明:

(1) 本文提出的用序列二次规划求解几何规划对偶问题的算法是可行的, 所得结果与解析解相比很接近, 而且迭代收敛较快。

(2) 本文提出的用插值法限制展开点的办法, 对防止迭代产生振荡不收敛的现象, 起到了很好的作用, 对于一般的迭代计算, 对步长用此法进行限制, 也能收到加快收敛的作用。

参 考 文 献

- [1] 程耿东, 工程结构优化设计基础, 水利电力出版社, 1984。
- [2] 席少霖、赵凤治, 最优化计算方法, 上海科学技术出版社, 1983。
- [3] 李书敏编, 导弹工程结构计算, 国防科技大学讲义, 1984。
- [4] Panne, C. Van de, Methods for Linear and Quadratic Programming, 1974。
- [5] 刘夏石编著, 工程结构优化设计, 科学出版社, 1984。
- [6] 李炳威, 结构的优化设计, 科学出版社, 1979。
- [7] Wolfe, P., The simplex Method for Quadratic Programming, Econometrica 27, 1959。

The application study of the method of quadratic programming

Li Guoguang Sun Xianyi

Abstract

This paper studies the application of the method of quadratic programming. By means of optimum design of integrally stiffened waffle shell and solution of dual problem of geometric programming using the method of quadratic programming, we have proposed the following methods, the variables substitution, the gradient travel mode for an improvement on initial expansion point, the restricted step method and the modified Gauss elimination. Some simple and efficient methods are given for the utilization of the method for quadratic programming. The results obtained here show that those approaches also have a good effect on convergence hastening and accuracy raising.