

## 精密测向的自适应阵超分辨力技术

陆 仲 良

**摘 要** 应用自适应阵信号处理技术可获得大大超过主波束宽度的分辨力, 这种方法称为自适应阵超分辨力技术。本文介绍三种角谱估计方法: 最大似然法、最大熵法和特征矢量法, 讨论了空间格型滤波器算法, 并对这三种方法的性能作了比较。

### 一、引 言

对辐射源测向是雷达的经典问题, 惯用的方法是利用天线方向图测向, 其分辨力受主波束宽度限制。主波束宽度 $\Delta\theta_a$ 与天线孔径尺寸 $D$ 的关系为 $\Delta\theta_a \approx \sin^{-1} \lambda/D$ ,  $\lambda$ 为波长, 即角分辨力与天线孔径尺寸成反比。在孔径尺寸一定的情况下, 应用自适应阵处理技术可获得大大超过主波束宽度的分辨力, 这种技术称为自适应阵超分辨力技术。它将接收孔径的信号进行自适应处理, 使目标角分辨问题变成对接收信号功率的角度分布进行估计问题。应用非线性谱估计技术进行时间序列信号的谱估计, 可获得极高的分辨力, 我们可以将非线性谱估计技术推广到空间序列信号, 进行角度功率谱估计也可大大提高角分辨力。图1的线阵天线接收的信号为空间序列信号, 它可写成

$$S(x_k) = \sum a_i \exp(j2\pi \sin\theta_i x_k) \quad (1)$$

其中,  $a_i$ ,  $\theta_i$ 分别为第 $i$ 个辐射源的幅度和到达角,  $x_k$ 为阵元的空间坐标。

时间序列信号 $S(t_k)$ 可写成各谱分量之和

$$S(t_k) = \sum a_i \exp(j2\pi f_i t_k) \quad (2)$$

其中,  $a_i$ ,  $f_i$ 分别为第 $i$ 个谱分量的幅度和频率。比较式(1)和(2), 可见空间序列信号和时间序列信号之间存在着对偶关系: 空间座标 $x_k$ 对应于时间 $t_k$ , 到达角的正弦 $\sin\theta_i$ 对应于频率 $f_i$ 。即空间序列信号的角度功率谱对应于时间序列信号的频谱。

利用这种对偶关系, 可以把时间序列谱分析的最新成果推广应用到空间序列的角谱估计, 获得极高的角度分辨力。但是, 在角度功率谱估计中有些特殊问题要考虑。如空间样本数较小; 阵元信号样本在空间域和时间域内可能都相关等等。

本文介绍三种角谱估计方法: 最大似然法, 最大熵法和特征矢量法, 讨论用空间格型滤波器算法的实现, 并对这三种方法的性能作了比较。

## 二、最大似然法(MLM)

设线阵如图 1 所示, 它由  $N$  个全向阵元组成, 各阵元的间距均为  $d$ 。设辐射源的信号为窄带随机过程, 入射波为平面波。

在某一采样时刻  $k$ , 各阵元的空间数据集用矢量  $X(k)$  表示

$$X(k) = [x_1(k), x_2(k), \dots, x_N(k)]^t \quad (3)$$

这里  $t$  表示矩阵转置,  $x_n(k)$ ,  $n=1, \dots, N$  为在  $k$  时刻第  $n$  个单元上的信号。各阵元上的信号经加权后求和, 产生处理器输出  $y(k)$ 。

$$y(k) = W^t X(k) \quad (4)$$

其中  $W$  为加权矢量

$$W = [w_1, w_2, \dots, w_N]^t \quad (5)$$

输出功率  $P_y$  等于

$$P_y = E[|y(k)|^2] = W^H R W \quad (6)$$

式中  $H$  表示矩阵的复共轭转置,  $R$  为相关矩阵

$$R = E[X^*(k)X(k)^t] \quad (7)$$

当  $\theta$  角方向的单个点源入射到阵面上时, 阵列接收到的数据矢量为

$$X(k) = g(k)[1, \exp(j2\pi d \sin \theta), \dots, \exp(j2\pi(N-1)d \sin \theta)]^t = g(k)D(\theta) \quad (8)$$

式中  $g(k)$  为与源强度成比例的振幅, 对于不同的  $k$  时刻为窄带随机序列。  $D(\theta)$  为源的方向矢量

$$D(\theta) = [1, \exp(j2\pi d \sin \theta), \dots, \exp(j2\pi(N-1)d \sin \theta)]^t \quad (9)$$

式中,  $d$  为以波长计的阵元间距。

$D(\theta)$  也就是单位平面波入射时的阵列数据矢量。

在  $\theta$  方向, 处理器的增益  $g(\theta)$  为

$$g(\theta) = W^t D(\theta) \quad (10)$$

角度功率谱的最大似然法(MLM)是一种约束最优化解法。在约束  $g(\theta) = 1$  条件下, 改变权矢量  $W$  使输出功率  $P_y$  最小, 得出最优权矢量。最小化使得能量中来自非观察方向的源或噪声的能量成分最小。相当于在非观察源方向形成方向图零值, 观察方向的增益保持为  $g(\theta) = 1$ , 输出功率  $P_y(\theta)$  即代表源功率与角度  $\theta$  的关系。

约束最优化的求解, 常用拉格朗日乘子法。设目标函数  $F$  为

$$F = W^H R W + \alpha(W^t D(\theta) - 1) \quad (11)$$

约束条件

$$g(\theta) = W^t D(\theta) = 1 \quad (12)$$

下改变  $W$  使  $F$  取极小值, 求解出  $W$ 。其解为

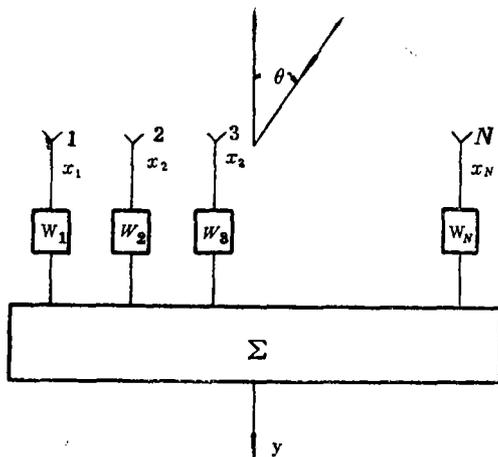


图 1 线阵天线

$$W^*(\theta) = R^{-1}D(\theta)/(D^H(\theta)R^{-1}D(\theta)) \quad (13)$$

将(13)式代入式(6)得最大似然角度功率谱 $P_{ML}(\theta)$ :

$$P_{ML}(\theta) = (D^H(\theta)R^{-1}D(\theta))^{-1} \quad (14)$$

在空间白噪声条件下,当空间只有一个辐射源时,在辐射源方向 $\theta_1$ ,角度功率谱出现一个峰值。根据此峰值的位置可确定辐射源的方向。峰值 $P_{ML}(\theta_1) = \sigma_s^2 + \frac{\sigma_n^2}{N}$ ,  $\sigma_s^2$ 为接收的源功率,  $\sigma_n^2$ 为各阵元的噪声功率,  $N$ 为阵元总数。因此,由峰值的大小可直接测出源的辐射功率。当空间存在多个(少于 $N-1$ 个)分离的非相干源时,角度功率谱 $P_{ML}(\theta)$ 呈现多个峰值,根据峰值位置可确定源的方位。 $P_{ML}(\theta)$ 是在接收的空间数据的相关分析基础上得出的,它比惯用的富里叶变换法有更高的角分辨力(约高一个数量级),是一种超分辨力技术。

### 三、最大熵法(MEM)

Burg的最大熵法已广泛用于时间序列数据的谱分析。近年来有许多人[1, 2]把它推广用于空间线阵传感器信号的角度功率谱分析。最大熵法对时间序列的谱分析表明:预测滤波器输出的功率谱等于剩余误差功率除以预测滤波器系数谱平方。应用此结论可导出最大熵角度谱。设在 $k$ 时刻传感器1上信号的估值为 $\hat{x}_1(k)$ ,它等于 $(N-1)$ 个邻近传感器上信号的线性组合:

$$\hat{x}_1(k) = \sum_{l=0}^{N-1} a_{1l}^{N-1} x_{l+1}(k) \quad (15)$$

(15)式称为 $(N-1)$ 阶预测,式中 $\{a_{1l}^{N-1}, l=1, \dots, (N-1)\}$ 为 $(N-1)$ 个预测系数。预测误差或剩余 $\varepsilon(k)$ 为

$$\varepsilon(k) = x_1(k) - \hat{x}_1(k) \quad (16)$$

定义误差滤波器矢量 $A$ 为

$$A = [1, -a_{11}^{N-1}, \dots, -a_{1(N-1)}^{N-1}]^t \quad (17)$$

则(16)式可改写成

$$\varepsilon(k) = A^t X(k) \quad (18)$$

预测误差功率 $P_\varepsilon$ 等于

$$P_\varepsilon = E[\varepsilon(k)\varepsilon^*(k)] = A^t R A^* \quad (19)$$

改变滤波器系数 $A$ ,使预测误差功率 $P_\varepsilon$ 最小,从而解得预测滤波器系数矢量 $A$ 为

$$A^* = R^{-1}C/(C^t R^{-1}C) \quad (20)$$

$$C = [1, 0, \dots, 0]^t \quad (21)$$

所以在线阵情况,最大熵角度功率分布为

$$P_{MEM}(\theta) = A^t R A^* / |A^t D(\theta)|^2 \quad (22)$$

式(22)中分子 $A^t R A^*$ 为预测误差功率,当 $\theta$ 等于源方向 $\theta_0$ 时, $P_{MEM}(\theta_0)$ 出现峰值。文[2]证明其峰值正比于信号功率的平方,但最大似然法的角谱 $P_{ML}(\theta)$ 峰值正比于信号功率。为了便于比较,提出了一种更改形式,为

$$\tilde{P}_{MFM}(\theta) = \frac{1}{|A^t D(\theta)|} \quad (23)$$

Burg[3]导出了最大似然法和最大熵法谱公式间的关系为

$$\frac{1}{P_{ML}(\theta)} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \frac{1}{P_{MFM}(\theta, n)} \quad (24)$$

即最大似然谱的倒数等于由1点到N点预测误差滤波器得到的最大熵谱的倒数的平均。这样一来,由于从最低分辨力到最高分辨力的最大熵谱进行了这种平均,就使得最大似然法的分辨力比较低。

#### 四、特征矢量法(EVM)

特征矢量法是近年来发展的<sup>[4][5]</sup>,它建立在空间相关矩阵R的特征值/特征矢量分解的基础上。它适用于点源情况,在各点源间存在相干性时,其性能优于最大似然法和最大熵法,但其计算量比它们要大。

讨论阵元总数为N的线阵。设空间存在P个点辐射源时,线阵接收到的数据矢量为

$$X(k) = \sum_{m=1}^P g_m(k) D(\theta_m) + e(k) \quad (25)$$

这里{g(k)}和{θ(k)}分别为P个源的振幅集合和方位集合。e(k)为噪声矢量,包括接收机噪声和背景场噪声。

假设e(k)为空间白噪声,即各阵元之间的噪声是统计独立的。所以噪声协方差矩阵M是对角矩阵:

$$M = E[e^*(k)e(k)] = \sigma_n^2 I \quad (26)$$

数据X(k)的相关矩阵R写为

$$\begin{aligned} R &= E[X^*(k)X'(k)] \\ &= \sum_{l=1}^P \sum_{m=0}^P E[g_l^*(k)g_m(k)] D^*(\theta_l) D'(\theta_m) + \sigma_n^2 I \\ &\triangleq R_s + M \end{aligned} \quad (27)$$

$$R_s = \sum_{l=1}^P \sum_{m=1}^P E[g_l^*(k)g_m(k)] D^*(\theta_l) D'(\theta_m) \quad (28)$$

R<sub>s</sub>为源数据的相关矩阵。矩阵R是Hermitian和正定的。因为σ<sub>n</sub><sup>2</sup>≠0,由(28)式看出,R<sub>s</sub>具有秩P(若P<N),所以它具有P个非零特征值,和(N-P)个零特征值。由于M的对角性质,R的特征值简单地由R<sub>s</sub>的特征值加噪声方差σ<sub>n</sub><sup>2</sup>,相关矩阵R有(N-P)个最小特征值,其值等于σ<sub>n</sub><sup>2</sup>,与其对应的特征矢量称为最小特征矢量,用U表示。Durrani证明了最小特征矢量U与所有点源的方向矢量D(θ<sub>m</sub>)(m=1,⋯,P)正交<sup>[5]</sup>,即

$$U^t D(\theta) = 0 \quad \theta = \theta_m \quad m=1, \dots, P \quad (29)$$

式(29)就是特征矢量法角谱分析的基础。

如果相关矩阵R已知,即可计算出对应于其最小特征值的最小特征矢量U,则函数

$$f(\theta) = U^t D(\theta) \quad (30)$$

可作为源方向的指示,f(θ)取零值(极小值)的θ值,就是源的方位

实际上, 为了在测量噪声条件下较好地指示源方向, 并便于与最大似然法和最大熵法比较起见, 定义特征矢量谱为

$$P_{EVM}(\theta) = 1/|D^s(\theta)U|^2 = 1/|U^s D(\theta)|^2 \quad (31)$$

当 $P_{EVM}(\theta)$ 出现峰值时, 峰值对应的角度即为源的方位。这里峰值与信号功率不成比例关系。

当相关矩阵 $R$ 已知时, 最小特征矢量 $U$ 可用迭代法计算。令初始值为

$$U(0) = [1, 0, \dots, 0]^s \quad (32)$$

$$\hat{U}(k+1) = R^{-1}U(k) \quad (33)$$

$$U(k+1) = \hat{U}(k+1) / |\hat{U}^s(k+1)\hat{U}^*(k+1)|^{1/2} \quad (34)$$

这里 $U(k)$ 为第 $k$ 步迭代中最小特征矢量的估计值,  $R^{-1}$ 为数据相关矩阵的逆。可以证明, 当 $k \rightarrow \infty$ 时,  $U(k) \rightarrow U$ , 实际上大约10~20次迭代就可以得到足够好的特征谱。

### 五、空间格型滤波器

上面所述的三种角谱估计方法, 都要计算数据相关矩阵 $R$ 的逆 $R^{-1}$ 。空间格型滤波器可有效地、自适应地估计数据相关矩阵的逆, 受到广泛的重视[5][6]。空间格型滤波器是建立在左向和右向预测滤波器基础之上的, 其结构形式如图2所示。它由 $N(N-1)/2$ 个单元组成,  $N$ 为阵列单元总数。每个单元包含二个乘法器和二个加法器。每个单元为一格子。整个滤波器为三角形结构。第一列各单元为一阶预测器, 第二列各单元为二阶预测器, 以此类推。

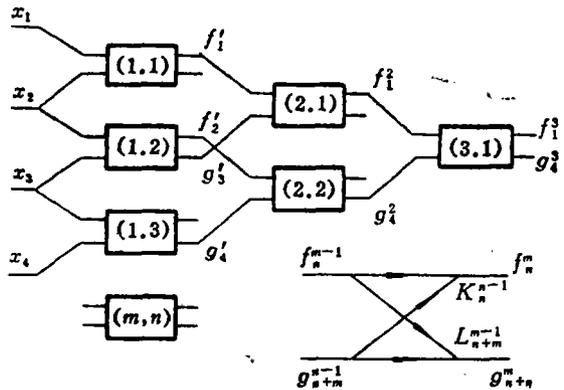


图2 空间格型滤波器

关于格型滤波器的理论可参阅[6]。本文只引述某些结论, 和阐明自适应估计 $R^{-1}$ 的算法。

左、右预测器: 阵元 $n$ 上数据的 $m$ 阶左预测器是由 $m$ 个相邻阵元上的数据 $\{x_l(k), l=(n+1), \dots, (n+m)\}$ 的线性组合来估计的。类似地, 阵元 $n$ 上数据的 $m$ 阶右预测器是由 $m$ 个数据 $\{X_l(k), l=(n-m), \dots, (n-1)\}$ 的线性组合来估计的。在 $k$ 时刻, 第 $n$ 个阵元数据的 $m$ 阶左、右预测值分别用 $\hat{x}_{n_l}^m(k)$ 和 $\hat{x}_{n_r}^m(k)$ 表示。依定义写成下式

$$\hat{x}_{n_l}^m(k) = \sum_{s=1}^m a_{n_s}^m x_{n+s}(k) \quad (35)$$

$$\hat{x}_{n_r}^m(k) = \sum_{s=1}^m b_{n_s}^m x_{n-s}(k) \quad (36)$$

式中 $\{a_{n_s}^m, s=1, \dots, m\}$ 和 $\{b_{n_s}^m, s=1, \dots, m\}$ 分别为左、右预测滤波器系数。左、右预测误差分别用 $f_n^m(k)$ 和 $g_n^m(k)$ 表示, 有

$$f_{n,l}^m(k) = x_n(k) - \hat{x}_{n,l}^m(k) \quad (37)$$

$$g_{n,r}^m(k) = x_n k - \hat{x}_{n,r}^m(k) \quad (38)$$

预测误差功率最小为最佳。在最佳情况, 存在下列阶次递归关系:

$$f_n^m(k) = f_n^{m-1}(k) - K_n^{m-1} g_{n+m}^{m-1}(k) \quad (39a)$$

$$g_n^m(k) = g_n^{m-1}(k) - L_n^{m-1} f_{n-1}^{m-1}(k) \quad (39b)$$

式中  $K_n^{m-1}$  和  $L_n^{m-1}$  为复标量, 分别叫做左、右反射系数, 由最小误差功率条件得出:

$$K_n^{m-1} = E[g_{n+m}^{m-1*}(k) f_n^{m-1}(k)] / E[g_{n+m}^{m-1*}(k) g_{n+m}^{m-1}(k)] \quad (40a)$$

$$L_n^{m-1} = E[f_{n-1}^{m-1*}(k) g_n^{m-1}(k)] / E[f_{n-1}^{m-1}(k) f_{n-1}^{m-1*}(k)] \quad (40b)$$

以及初始条件

$$f_n^0(k) = g_n^0(k) = x_n(k) \quad (41)$$

式(39)是空间格型滤波器的基础, 每个格子都是由(39)式建立的。

左、右预测滤波器系数也服从下列阶次递归关系式:

$$a_{n,s}^m = a_{n,s}^{m-1} - K_n^{m-1} b_{n+m,s}^{m-1} \quad s=1, \dots, (m-1) \quad (42a)$$

$$a_{n,m}^m = K_n^{m-1} \quad (42b)$$

$$b_{n,s}^m = b_{n,s}^{m-1} - L_n^{m-1} a_{n-1,m-s}^{m-1} \quad s=1, \dots, (m-1) \quad (42c)$$

$$b_{n,m}^m = L_n^{m-1} \quad (42d)$$

(42)式表明, 可以由反射系数来计算预测滤波器系数。

由预测滤波器系数和误差功率可计算  $R^{-1}$ 。空间格型滤波器可有效地使数据相关矩阵  $R$  对角化, 从而大大简化  $R$  的求逆运算。这种对角化关系为

$$D = A R A^H \quad (43)$$

$D$  为对角矩阵

$$D = \text{Diag}[p_1, p_2, \dots, p_N] \quad (44)$$

$$p_l = E[f_N^{l-1}(k) f_N^{l-1*}(k)] \quad l=1, \dots, N \quad (45)$$

式中  $p_l$  为第  $l$  个阵元通道第  $(N-l)$  阶预测误差功率。

$A$  为预测滤波器系数构成的三角矩阵:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -a_{1,1}^{N-1} & -a_{1,2}^{N-1} \cdots \cdots -a_{1,N-1}^{N-1} \\ 0 & 1 & -a_{2,1}^{N-2} \cdots \cdots -a_{2,N-2}^{N-2} \\ 0 & 0 & 1 & \cdots \cdots -a_{3,N-3}^{N-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots & \cdots & \cdots & 1 \end{pmatrix} \quad (46)$$

数据相关矩阵的逆  $R^{-1}$  可用下式计算:

$$R^{-1} = A^H D^{-1} A \quad (47)$$

$$D^{-1} = \text{Diag}[1/p_1, 1/p_2, \dots, 1/p_N] \quad (48)$$

反射系数的时间递归算法: 反射系数是格型滤波器的基本参数, 在新数据连续地收到的情况下, 要适时地刷新反射系数, 实现阶次和时间递归刷新滤波器参量。标量反射系数  $K_n^m$  和  $L_n^m$  的时间递归的形式为

$$K_n^{m-1}(k) = \beta(k) [\mu(k) K_n^{m-1}(k-1) + g_{n+m}^{m-1*}(k) f_n^{m-1}(k)] \quad (49a)$$

$$L_n^{m-1}(k) = \alpha(k) + [\mu'(k) L_n^{m-1}(k-1) + f_{n-1}^{m-1*}(k) g_n^{m-1}(k)] \quad (49b)$$

这里  $\mu(k)$ ,  $\mu'(k)$  为常数,  $\beta(k)$ ,  $\alpha(k)$  为与剩余功率有关的系数。

角度功率谱的计算过程: 在同一瞬间对  $N$  个阵元取样得到的  $N$  个离散数据点称为一次快拍。时间迭代按每次快拍来进行, 对每次快拍数据, 按式(49)刷新反射系数, 按式(39)刷新预测误差  $f_n^m$ ,  $g_{n+m}^m$ ; 由算出的反射系数, 可通过式(42)计算预测滤波器系数  $a_n^m$ ,  $b_n^m$ ; 由算出的预测误差, 可通过式(45)计算预测误差功率  $p_i$ ; 通过式(46)~(48)计算出  $R^{-1}$ ; 由(14)式可算出最大似然角度功率谱; 由式(20)~(23)可算出最大熵角度功率谱。由  $R^{-1}$  的值, 通过(32)~(34)用迭代求出最小特征矢量  $U$ , 再由(31)式算出特征矢量谱  $P_{EV}(θ)$ 。

利用空间格型滤波器算法可以快速提供  $R^{-1}$  的估值, 其收敛速率比梯度法快。空间格型滤波器具有模件结构, 便于用 VLSI 硬件实现。因此, 空间格式滤波器是极优越的阵列处理结构。

## 六、性能比较

图 3、4 是应用空间格型滤波器算法得出的结果。在计算中, 天线阵为六单元线阵, 间距  $d=0.5λ$ 。四个源的方位分别为  $-60^\circ$ ,  $0^\circ$ ,  $35^\circ$  和  $45^\circ$ , 源功率相对于阵元上白噪声功率的分贝数示于图中。在计算 MLM、MEM 和 EVM 角谱中, 均采用 250 次快拍数据。

图 3 中所示为非相干源情况。在高信号噪声比(SNR)时, 这三种角谱法都能清楚地指示源方位, 尤以 EVM 的谱峰最陡, 分辨力好。MLM 谱峰还可较精确地指示相对的源功率电平, 这是它的主要优点。在低 SNR 下, 这三种方法的分辨力都有所下降, MLM 和 MEM 法已不能分辨  $35^\circ$  和  $45^\circ$  处的目标, 对  $-60^\circ$  处的目标有估计偏差, 而 EVM 谱受 SNR 变化的影响较小, 在源方向仍清楚地有尖锐的谱峰。对 SNR 不敏感是 EVM 法的优点。

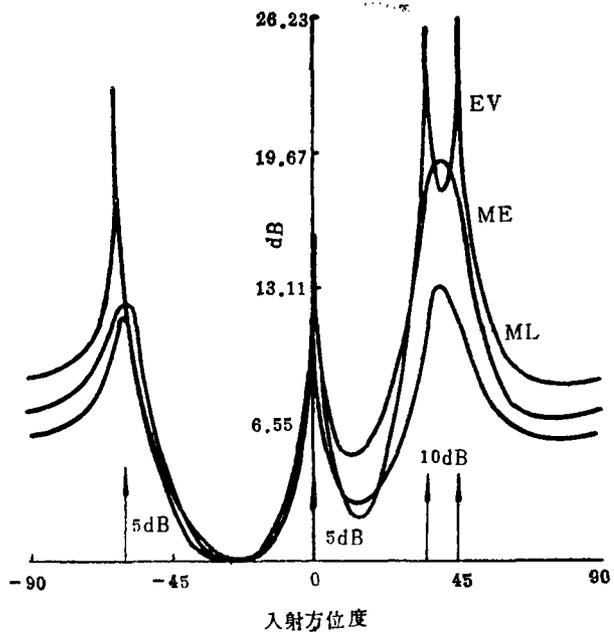


图 3 非相干源低 SNR 情况

图 4 中所示为相干源情况, 源间的互相关系数为 0.9, 高 SNR 下的计算结果。可以看出这三种方法均不能清楚地识别  $35^\circ$  和  $45^\circ$  方向上的源, 最大似然法完全不能分辨这两个邻近源, 特征矢量法和最大熵法还可以约略指示存在二个源。对于  $-60^\circ$  的源, 最大似然法大约有  $3^\circ$  的估计偏差, 而最大熵法和特征矢量法的谱对该源方向能精确地估计。

这三种角谱估计法都是与协方差矩阵 $R$ 有关的,  $R$ 的估计精度直接影响分辨能力。源间的相干性和信号噪声比是影响 $\hat{R}$ 估计精度的主要因素。在非相干源情况, 通过时间平均可提高相关矩阵的估计精度, 信号噪声比是影响 $\hat{R}$ 估值精度的主要因素。在相干源情况,  $R$ 矩阵不为Toeplitz, 不能满足MLM和MEM法的导出条件; 而且 $\hat{R}$ 估值误差加大, 所以这二种方法的性能更差。EVM法不必满足Toeplitz条件, 其性能下降略小, 对 $-60^\circ$ 的源仍能精确指示。因此, 要研究更好的协方差矩阵的估计方法, 才能提高对相干源的分辨能力。

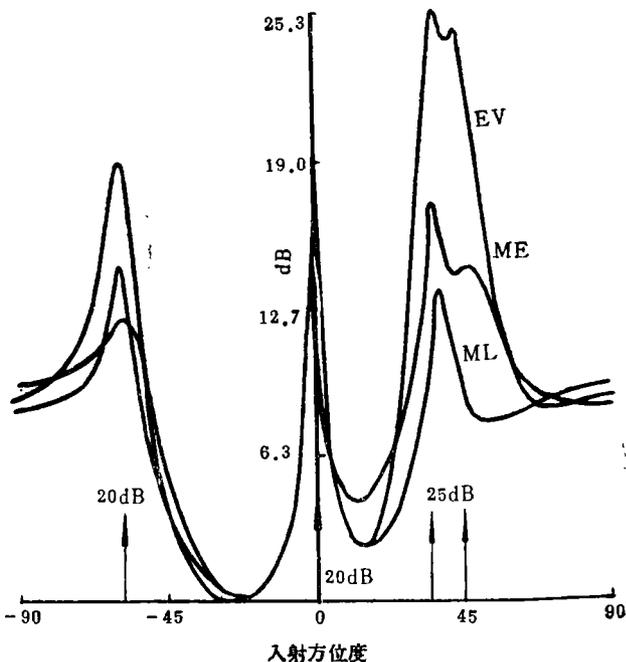


图4 相干源高SNR情况

### 参 考 文 献

- [1] W.F.Gabriel, Spectral Analysis and Adaptive Array Superresolution Techniques, Proc. IEEE, vol. 68, June 1980, PP653—666.
- [2] D.H.Johnson, The Application of Spectral Estimation Methods to Bearing Estimation Problems, Proc. IEEE, Vol. 70, Sept. 1982, PP1018—1028.
- [3] J.P.Burg, The Relationship Between Maximum Entropy Spectra and Maximum Likelihood spectra, Geophysics, Vol. 37, April 1972, PP. 375—376.
- [4] D.H.Johnson and S.R.Degreaf, Improving the Resolution of Bearing in Passive sooar Arrays by Eigenvalue Analysis, IEEE Trans. Vol. ASSP—30, Aug. 1982.
- [5] T.S.Durrani and K.C.Sharman, Eigenfilter Approaches to Adaptive Array Processing Proc. IEE, vol. 130, Pt Fand H, Feb. 1983.
- [6] K.C.Sharman and T.S.Durrani, Spatial lattice fitter for high—resolution apectral analysis of array data. IEEE Ptoc, —F, Vol. 130, April 1983, pp. 279—287.

## Adaptive Array Superresolution Techniques for Precision Direction Finding

Lu Zhongliang

### Abstract

In this paper of adaptive array superresolution techniques, three methods of directional spectral estimation are presented: the Maximum—likelihood (ML) method, the Maximum—entropy (ME) method and the Eigenvector (EV) method. The spatial lattice filter algorithm is discussed, and the performances of the three methods are compared,