国防科技大学学报
JOURNAL OF NATIONAL UNIVERSITY OF DEFENSE TECHNOLOGY
一九八七年第一期　总第五十七期　No.1 1987 Sum. 57

利用月球转向技术施行逆行轨道卫星发射的能量讨论

杜文文　杨建民

提　要　本文讨论和估算了利用月球做为转向星体发射逆行轨道卫星的能量和轨道参数。结果表明；在共面发射时，只有发射轨道半径3万公里以上的逆行轨道卫星，利用月球发射才比直接发射节省能量，且逆行轨道越高，所节省的能量越多。而不共面发射时，所节省的能量比共面发射时多。

一、前　言

应用逆行轨道卫星，尤其是赤道上空的逆行同步、超同步轨道卫星，作为反卫星武器，是摧毁敌方卫星，特别是摧毁静止卫星的一种有效途径。但直接从地面发射逆行轨道卫星，由于其发射方向与地球自转方向相反，而使之比发射顺行轨道卫星需要更多的能量。从减少发射逆行轨道卫星能量的角度出发，有人提出了应用星际航行中的近旁转向技术，将月球做为转向星体发射逆行轨道卫星的设想。本文讨论和估算了用该法发射逆行轨道卫星所需的能量和发射轨道参数，并和直接发射逆行轨道卫星的能量进行了比较。

二、发射轨道设计

应用近旁转向技术发射逆行轨道卫星的基本思想，是设计一条顺行的绕月飞行轨道，通过利用转向星体—月球的引力作用，改变绕月做临近飞行的卫星相对地心速度的大小和方向，使其飞出月球影响球范围后的返回轨道是一条逆行的椭圆轨道，且其近地点就在要求的逆行圆轨道上。这样，通过一次变轨就能使卫星进入预定的逆行轨道。为实现上述想法，我们应用“圆锥曲线耦合法”，对绕月飞行轨道进行初步设计。且假设：

1. 月球绕地球的运行轨道是圆轨道，且其轨道面在赤道面内；
2. 卫星暂停轨道是一顺行轨道，且在赤道面内；

本文1986年1月收到

3. 略去太阳引力的作用。

另外，根据“圆锥曲线耦合法”的假设，卫星在月球影响球内、外的运动，分别视为是只受月、地引力作用力的有心力运动。这样绕月轨道可划分为三段：(Ⅰ)飞向月球的地心椭圆轨道；(Ⅱ)月心双曲线轨道；(Ⅲ)返回地球的地心椭圆轨道；其中，轨道(Ⅰ)、(Ⅲ)在月球影响球外，轨道(Ⅱ)在月球影响球内。

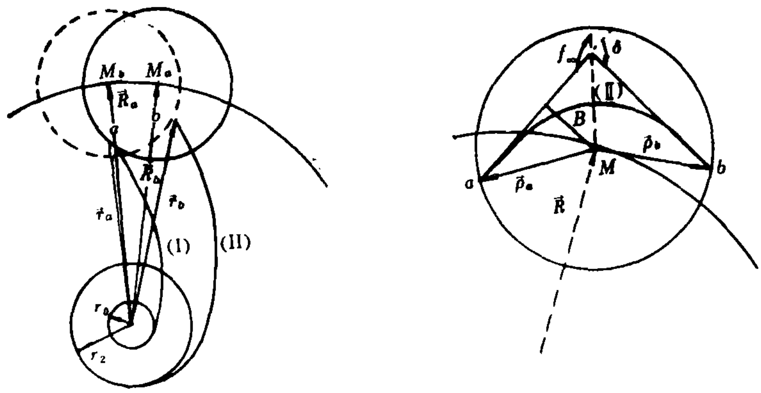

图 1

根据以上假设，并注意到卫星必须从月球的前方飞向月球，才能被月球捕获进入月球影响球内做绕月飞行，以及卫星飞出月球影响球边界时，其相对地心的速度在当地水平方向的分量必须为负，才能保证返回轨道是逆行的。应用有关圆锥曲线的轨道公式，我们得一方程组：

$$\begin{cases} r_a^2 + R_a^2 - 2\vec{r}_a\cdot\vec{R}_a = \rho^2 \\ r_0 = \dfrac{P_1}{1+e_1} \\ r_a = \dfrac{P_1}{1+e_1\cos f_a} \\ \vec{V}_a = \sqrt{\dfrac{\mu}{P_1}}\,e_1\sin f_a\vec{r}_a^{\,0} + \dfrac{\sqrt{\mu P_1}}{r_a}\vec{u}_a^{\,0} \end{cases} \tag{1}$$

$$\begin{cases} \vec{V}_{a,\infty} = \vec{V}_a - \vec{V}_{m,a} \\ \vec{\rho}_a = \vec{r}_a - \vec{R}_a \end{cases} \tag{2}$$

$$\begin{cases} a_2 = \left(\dfrac{V_\infty^2}{\mu_m} - \dfrac{2}{\rho}\right)^{-1} \\ \sin\dfrac{\delta}{2} = \left(1 + \dfrac{r_{2,p}}{a_2}\right)^{-1} \\ \cos H = \left(1 + \dfrac{\rho}{a_2}\right)\sin\dfrac{\delta}{2} \\ t_{a,b} = 2\sqrt{\dfrac{a_2^3}{\mu_m}}\left(\csc\dfrac{\delta}{2}\cdot\sin H - H\right) \end{cases} \tag{3}$$

$$\frac{\vec{V}_{a,\infty}\cdot\vec{V}_{b,\infty}}{V_{\infty}^2}=\cos\delta,\quad |\vec{V}_{a,\infty}|=|\vec{V}_{b,\infty}|=V_{\infty}$$

$$\vec{\rho}_a\cdot\vec{V}_{a,\infty}=\vec{\rho}_b\cdot\vec{V}_{b,\infty},\quad |\vec{\rho}_a|=|\vec{\rho}_b|=\rho$$

$$\frac{\vec{R}_a\cdot\vec{R}_b}{R^2}=\cos(\omega t_{ab}),\quad |\vec{R}_a|=|\vec{R}_b|=R$$

$$\begin{cases}\vec{r}_b=\vec{\rho}_b+\vec{R}_b\\ \vec{V}_b=\vec{V}_{b,\infty}+\vec{V}_{m,b}\end{cases}\tag{4}$$

$$\vec{V}_b=\sqrt{\frac{\mu}{P_3}}e_2\sin f_b\vec{r}_b^{\,0}+\left(-\sqrt{\frac{\mu P_3}{r_b}}\right)\vec{u}_b^{\,0}$$

$$r_b=\frac{P_3}{1+e_3\cos f_b}\tag{5}$$

$$r_P=\frac{P_3}{1+e_3}$$

其中：a，b 为卫星进入和飞出月球影响球边界时对应的点；$\vec{r}_a^{\,0},\vec{r}_b^{\,0},\vec{u}_a^{\,0},\vec{u}_b^{\,0}$ 分别为 a，b 两点的径向和周向单位矢量；$\vec{V}_a$，$\vec{V}_b$ 为卫星在 a，b 两点相对地心的速度；$\vec{V}_{a,\infty}$，$\vec{V}_{b,\infty}$ 为卫星在 a，b 两点相对月心的速度；$\vec{V}_{m,a}$，$\vec{V}_{m,b}$ 为卫星在 a，b 两点时，月心的速度；其值为 1.02km/s；r_0，$r_{2,P}$，r_P 分别为轨道（Ⅰ）、（Ⅱ）、（Ⅲ）的近心距；$(e_1,\ P_1,\ f_a)$，(e_3,P_3,f_b) 分别为轨道（Ⅰ），（Ⅲ）的参数；a_2 为轨道（Ⅱ）的半长轴；$R=3.844\times10^5$km 为地月距离；$\rho=6.6\times10^4$km 为月球影响球半径；μ，μ_m 分别为地球和月球的引力常数，即

$$\mu=3.986\times10^5\text{km}^3/\text{s}^2,\quad \mu_m=4.903\times10^3\text{km}^3/\text{s}^2$$

方程中其余的参数如图 1 所示，在图 1 中，M_a，M_b 分别为卫星进、出月球影响球边界时刻，月球中心的位置。

在上述方程组中，方程(1)，(3)，(5) 分别表示轨道（Ⅰ），（Ⅱ），（Ⅲ）所满足的条件；(2)、(4) 则是 a，b 两点处轨道满足的耦合条件。如果给定 $r_0,r_{2,P}$ r_P 三个参数，易知上述方程组的个数与未知数的个数相同，原则上方程组可解，但只能迭代求解。本文重点讨论发射能量，没有考虑方程组的迭代解法，而是用一种近似方法估算绕月飞行轨道的参数。

三、发射能量和轨道参数的近似估算

设发射能量是以速度冲量形式表示的，卫星的暂停轨道是半径为 $r_0=6570$km（距地高 200km）的顺行轨道，要求将卫星送入半径为 r 的逆行轨道。根据前面的讨论，从暂停轨道上利用月球发射逆行卫星，需要施加两次冲量：第一次是在暂停轨道上施加水平冲量 ΔV_1，使卫星做绕月飞行，且使其逆行的返回轨道的近心距为 r；第二次是在返回轨道的近地点处施加水平冲量 ΔV_2，使卫星进入预定轨道。易知，

$$\Delta V_2=-\left(\sqrt{\frac{\mu}{r}}-\sqrt{2\mu\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r+r_{3,a}}\right)}\right)$$

其中，$r_{3,a}$ 是返回轨道的远地点到地心的距离。显然，所了使 $|\Delta V_2|$ 最小，我们应设计绕月轨道，使卫星在飞出月球影响球时，卫星相对地心的速度在当地水平方向，这时 $r_{3,a}\to\min$，且 $r_{3,a}\approx R$，则 $\Delta V_2=-\sqrt{\frac{\mu}{r}}\left(1-\sqrt{2\left(1-\frac{1}{1+n}\right)}\right)$，$n=R/r$. 而对所有从 200km 轨道上发射的飞向月球的单共切椭圆轨道，我们发现：$3.13\leqslant\Delta V_1<3.23$(km/s)，其中，3.13km/s 是发射双共切椭圆轨道的能量，3.23km/s 是发射抛物线轨道的能量。考虑到双共切椭圆轨道飞向月球的时间很长（5天），我们一般都是采用单共切椭圆轨道飞向月球，这样做并不增加许多能量，却能大大减少飞行时间。当给定 r 值，根据上面的讨论，我们便能对从暂停轨道上利用月球发射逆行的总能量：

$\Delta V=|\Delta V_1|+|\Delta V_2|$，进行估算。若从地面发射，总能量为：$\Delta V=|\Delta V_0|+|\Delta V_1|+|\Delta V_2|$，$\Delta V_0$ 是从地面发射 200km 高顺行轨道卫星的能量。

而直接从地面发射逆行轨道卫星的能量为：

$$\Delta V'=|\Delta V_0'|+|\Delta V_1'|+|\Delta V_2'|$$

$$|\Delta V_0'|=|\Delta V_0|+2V_e,\quad V_e=0.465\text{km/s}$$

$$\Delta V_1'=-\sqrt{\frac{\mu}{r_0}}\left(\sqrt{\frac{2r}{r+r_0}}-1\right),\quad \Delta V_2'=-\sqrt{\frac{\mu}{r}}\left(1-\sqrt{\frac{2r_0}{r+r_0}}\right)$$

其中，$\Delta V_0'$ 是从地面发射 200km 高的逆行轨道卫星所需的能量；显然，它与 ΔV_0 相差二倍的地球自转速率 V_e. $\Delta V_1'$，$\Delta V_2'$ 是利用 Hohmann 转移轨道将卫星从 200km 高的逆行轨道发射到要求的逆行轨道上所需施加的两次冲量。

根据前节的讨论，我们知道利用轨道方程组计算轨道参数是一项十分复杂的工作。在精度要求较低时，我们可用 Hichiolson 图解法近似估算轨道参数。由于从 200km 高的暂停轨道上施加的水平冲量 ΔV_2 的变化量小于 0.1km/s，使飞向月球的椭圆轨道有一重要的性质：不同椭圆轨道的动量矩近似不变，即卫星到达月球时速度的周向分量 V_u 近似为一常数。通过对双共切椭圆轨道的计算，可知 $V_u\approx0.19$km/s.

设速度 $\vec{V}_a$ 的径向和周向分量分别为：$V_{a,r}$，$V_{a,u}$，近似认为：$V_{a,u}=V_u$，$V_\infty=V_b-V_{m,b}$.

对 $|\Delta V_2|\to\min$ 的发射轨道，易知：

$$V_b=-\sqrt{2\mu\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{r+R}\right)}$$

根据 Hichiolson 图（见图2），我们有：

$$\delta=\cos^{-1}\frac{V_m-V_{a,u}}{|\vec{V}_{a,\infty}|}=\cos^{-1}\frac{V_m-V_u}{|V_\infty|}$$

$$V_{a,r}=|V_\infty|\cdot\sin\delta$$

$$\vec{V}_a=V_{a,r}\cdot\vec{r}^0+V_{a,u}\cdot\vec{u}^0$$

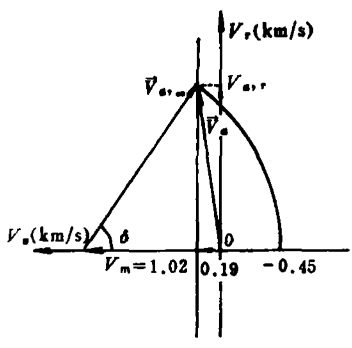

图 2

则发射轨道参数的计算公式为：

返回椭圆轨道参数：

$$a_3=\frac{1}{2}(r+R);\qquad e_3=1-\frac{R\cdot V_b^2}{\mu}$$

月心双曲线轨道参数：

$$r_{2,p}=\frac{(e_2-1)\mu_m}{V_\infty^2} \qquad e_2=1/\sin\frac{\delta}{2}$$

飞去椭圆轨道参数：

$$e_1=\left(\frac{R\cdot V_{a,u}^2}{\mu}-1\right)^2+\left(\frac{R\cdot V_{a,r}\cdot V_{a,u}}{\mu}\right)^2$$

$$a_1=\frac{R^2\cdot V_{a,u}^2}{\mu(1-e_1^2)}$$

应用上述公式，我们计算利用月球发射同步和超同步逆行轨道所需的能量和发射轨道参数。

同步逆行轨道：$r=42156\text{km}$

$a_1=693180\text{km}$ $\qquad e_1=0.9903$

$r_{2,p}=2594\text{km}$ $\qquad e_2=2.1432$

$a_3=213278\text{km}$ $\qquad e_2=0.8047$

$\Delta V_2=1.06\text{km/s}$，$\Delta V=|\Delta V_0|+|\Delta V_1+|\Delta V_2|<|\Delta V_0|+4.29(\text{km/s})$

直接发射时，

$\Delta V_1'=-2.45\text{km/s}$ $\quad \Delta V_2'=-1.48\text{km/s}$

$\Delta V'=|\Delta V_0|+4.86\ (\text{km/s})$

所能节省的能量：$\Delta V'-\Delta V>0.57(\text{km/s})$

超同步轨道（周期 48 小时）：$r=67053\text{km}$

$a_1=829438\text{km}$ $\qquad e_1=0.9919$

$r_{2,p}=2088\text{km}$ $\qquad e_2=2.0562$

$a_3=225726\text{km}$ $\qquad e_3=0.7030$

$\Delta V_2=0.74\text{km/s}$ $\qquad \Delta V<|\Delta V_0|+3.97(\text{km/s})$

直接发射时，

$\Delta V_1'=-2.72\text{km/s}$ $\qquad \Delta V_2'=-1.41\text{km/s}$

$\Delta V'=|\Delta V_0|+5.06(\text{km/s})$

所能节省的能量：$\Delta V'-\Delta V>1.09(\text{km/s})$.

上述计算结果表明：利用月球发射同步和超同步逆行轨道卫星，比直接应用Hohmann转移轨道发射，分别能节省 0.57km/s 和 1.09km/s 的能量。但需要注意的是并非对所有的逆行轨道，利用月球发射都能比直接发射节省能量。由计算能量的公式可知，随着逆行轨道高度降低，直接发射逆行卫星的能量也将降低，但利用月球发射的能量却增加。在 $r=3\times10^4\text{km}$ 时，$\Delta V<|\Delta V_0|+4.57$，$\Delta V'=|\Delta V_0|+4.58$，此时两种方法的发射能量相差不大。也就是说，只有对轨道半径在三万公里以上的逆行圆轨道，利用月球发射才能比直接发射节省能量，且逆行轨道高度越高，节省的能量越多。在较高的轨道高度（大约 $6\times10^4\text{km}$）以上，利用月球发射逆行轨道卫星甚至比直接发射同高度的顺行轨道卫星所需能量还要小。因此，利用月球转向技术，也是发射顺行的超高度轨道卫星的一条节省能量的途径。

本文只讨论了暂停轨道和逆行轨道都在赤道面内的共面情形。而不共面时，利用月球发射逆行轨道卫星，在节省能量方面能够获得更显著的效益。因为，通过月球的引力作用，我们能够改变卫星的轨道面，而不需增加新的能量；但对直接发射，由于需要耗费能量去改变轨道面，而使发射的总能量增加。显然，不共面时，利用月球发射高轨道逆行卫星能节省更多的能量，但此时的绕月轨道设计也变的很复杂。

另外，根据文中的讨论和分析，利用月球作为转向星体发射同步和超同步的逆行轨道卫星，从能量的角度来看是可行的。但在实际中，考虑其它因素会遇到不少困难，尤其是制导精度问题。为确保卫星返回轨道的近地点在同步或超同步轨道上，就必须对 ΔV_1 要求很高的控制精度。参考文献[2]中指出，即使返回轨道的近地点允许误差为 1600km，ΔV_1 的允许误差也不大于 0.1m/s，这在当前的技术水平下是难以实现的。但利用月球近旁转向技术发射高轨道逆行卫星仍是值得我们考虑的一个发展方向。

本文在撰写和修改过程中，曾得到三〇三教研室任萱同志和一院一部茹家欣同志的热情帮助，他们对本文的撰写和修改提出了宝贵意见，在此一并致谢。

参 考 文 献

[1] 任萱，航天飞行器轨道动力学，国防科技大学，1981 年。
[2] 钱学森，星际航行概论，科学出版社，1963 年。
[3] B. И. 列凡托夫斯基，宇宙飞行力学基础，国防工业出版社，1979 年。

Discussion of the Retrograde Orbit Launching Energy by Using Lunar Gravitation to Change the Orbit

Du Wenwen Yang Jianmin

Abstract

In this paper, the method of estimating the retrograde orbit launching energy and the to-and-fro orbits parameters by using lunar gravitation to change the orbit moving direction is discussed. The result showes that, for launching a retrograde orbital satellite in the moon-earth plane, more energy is saved by using lunar gravitation to change the orbit moving direction and than shows that by using Hohmann transfer directly only in the case, when the terminal retrograde orbital is higher than thirty-thousand kilometers. The higher the terminal orbit is, the more energy is saved. This paper also points out that the energy needed in lunar gravitation orbital-plane change (i. e., the to-and-fro orbits are not in the same orbit plane) is less than that in the moon-earth plane change.