

# 扩散法形状识别(一)

李树祥 刘爱琴

(自动控制系)

**摘要** 本文提出了一种通过类似于扩散的数学处理过程提取出对图形边界各点曲率的描述的新方法。对图形形状的这种描述,考虑了边界点邻域内的相邻关系,而与图形的位置、转动、比例尺无关,只与图形的形状有关。

## 一、引言

形状是物体的重要特征,识别形状经常是识别物体的重要手段,在机器人系统和类似的自动机构中尤其如此。因此,对识别形状的技术的研究是计算机视觉的重要课题。识别形状的基础是对形状的描述和形状特征的提取。在实际的应用当中,经常遇到的一个难题是有一些描述和形状特征会因图形的转动和比例尺的不同而变化<sup>[1][2]</sup>。本文提出了一种与转动和比例尺无关的形状描述方法,它是利用类似于物理学中扩散过程的数学处理找出图形边界上各点的曲率,从而建立起对图形形状的描述。虽然称之为扩散法,实际上是为寻求各点曲率的一种数学处理过程,并不受实际扩散过程物理机理的限制。

## 二、扩散原理

如果在图1所示图形的所有边界点上事先都放上相同数目的微粒,然后让其扩散。如规定只能向图形内部扩散,不允许向图形外扩散。不难想到经过一段不太长的时间后,在 $A B C D$ 各点存留的微粒数将不相同。在 $A$ 点,由于周围堆积了大量的微粒而只有一条狭窄的扩散通道, $A$ 点处的微粒很难扩散出去。而在 $B$ 点,周围只有较少的微粒而且上部有大片开阔区域可以接受这些微粒,所以 $B$ 点处的微粒较快地扩散掉了。这样,经过一段不长的时间间隔后,在 $A$ 点存留的微粒数最多, $B$ 点最少, $C$ 、 $D$ 点居中。显然这些点上的微粒存留数与该点处的凸凹性有某种对应关系,或者说,这些存留数在某种意义上描述了边界点处的曲率,也就是描述了图形的形状。

## 1. 四邻域扩散

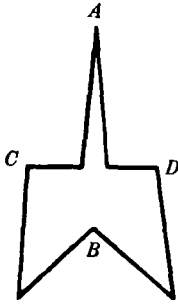


图 1

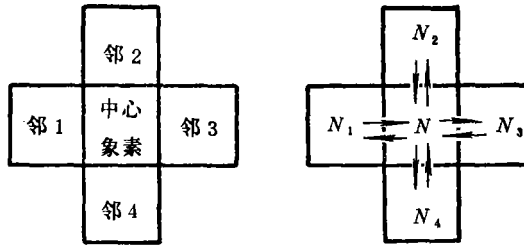


图 2

现在来考察在一个象素及其四个相邻象素之间的扩散过程, 见图 2。假设在时刻  $t$  于中心象素中的微粒数为  $N(t)$ , 在下一时刻  $t+1$  的微粒数为  $N(t+1)$ , 则

$$N(t+1) = N(t) - N_{out}(t) + N_{in}(t) \quad (1)$$

式中,  $N_{out}(t)$  是在时间间隔  $(t, t+1)$  内因扩散而离开中心象素的微粒数目,  $N_{in}(t)$  为在同一时间内从邻域中因扩散而进入中心象素的微粒的数目。

如果认为在单位时间内从一个象素中扩散出去的微粒数与该象素中含有的微粒的数目成正比, 并认为扩散特性并不因位置或方向而不同, 则(1)式可写成

$$N(t+1) = N(t) - 4kN(t) + k[N_1(t) + N_2(t) + N_3(t) + N_4(t)] \quad (2)$$

式中的  $k$  称扩散系数。

将观察的范围从一个象素扩展到整个图象, 其扩散过程仍然是一样的。如将中心象素的坐标记为  $(i, j)$ , 并改换一下标记观察时刻  $t$  的方式, 可得

$$N_{i+1}(i, j) = N_i(i, j) - 4kN_i(i, j) + k[N_i(i, j-1) + N(i-1, j) + N(i, j+1) + N(i+1, j)] \quad (3)$$

用这个迭代公式可以计算整个图象的扩散过程。

## 2. 八邻域扩散

前面描述的扩散过程是在一个象素及其四个邻域象素之间进行的, 同样的原理可以被推广到八邻域乃至更大的邻域。图 3 给出了一个象素及其 8 邻域。如果认为邻域象素 1、2、3、4 到中心象素的距离为 1, 则对角线邻域象素 5、6、7、8 到中心象素的距离为  $\sqrt{2}$ 。如果认为在单位时间间隔内从一个象素扩散到某一点处微粒数与它们之间的距离成反比, 则有



图 3

$$\begin{aligned} N(t+1) = & N(t) - 4kN(t) - \frac{4}{\sqrt{2}}kN(t) \\ & + k[N_1(t) + N_2(t) + N_3(t) + N_4(t)] \\ & + \frac{k}{\sqrt{2}}[N_5(t) + N_6(t) + N_7(t) + N_8(t)] \end{aligned} \quad (4)$$

也可以认为扩散与距离的平方成反比, 并仿照上述过程可得

$$N(t+1) = N(t) - 6kN(t) + k[N_1(t) + N_2(t) + N_3(t) + N_4(t)] + \frac{k}{2}[N_5(t) + N_6(t) + N_7(t) + N_8(t)] \quad (5)$$

还可以把这些描述扩散过程的递推公式扩展到更大的邻域, 图 4 给出了 24 邻域以及各邻域像素到中心像素的距离。如果取扩散效果与距离成反比, 则有

$\sqrt{8}$	$\sqrt{5}$	2	$\sqrt{5}$	$\sqrt{8}$
$\sqrt{5}$	$\sqrt{2}$	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{5}$
2	1	中心 像素	1	2
$\sqrt{5}$	$\sqrt{2}$	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{5}$
$\sqrt{8}$	$\sqrt{5}$	2	$\sqrt{5}$	$\sqrt{8}$

图 4

$$N(t+1) = N(t) - 4kN(t) - \frac{4}{\sqrt{2}}kN(t) - \frac{4}{2}kN(t) - \frac{8}{\sqrt{5}}kN(t) - \frac{4}{\sqrt{8}}kN(t) + k\sum_{n=1}^4 N_n(t) + \frac{k}{\sqrt{2}}\sum_{n=5}^8 N_n(t) + \frac{k}{2}\sum_{n=9}^{12} N_n(t) + \frac{k}{\sqrt{5}}\sum_{n=13}^{20} N_n(t) + \frac{k}{\sqrt{8}}\sum_{n=21}^{24} N_n(t) \quad (6)$$

式中  $n$  为 24 个邻域像素的顺次号码。

增大一次迭代中所考虑的邻域, 或者说增大扩散半径, 将考虑更多的邻域像素对中心像素的影响, 将使扩散过程考虑得更仔细, 但也使每次迭代的计算复杂性增加。

### 三、用扩散法建立对形状的描述

在图 5 中给出了一个图形, 它具有四个凸点和四个凹点。在扩散开始之前, 在所有的边界像素中放入相同数目的微粒, 比如说 1000, 而在图形内的非边界像素中初始并不放入任何微粒。

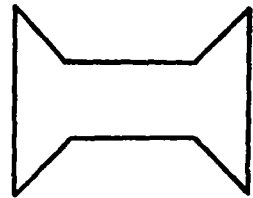


图 5

现在进一步考察一下扩散的过程, 特别注意一下在边界上的凸点和凹点处发生的情况。在一个边界像素的八邻域或任何邻域中, 有一些是图形象素, 另外一些是背景像素。对于凸点来说, 它的邻域中有较多的背景像素和较少的图形象素。对于凹点来说, 其邻域中有较少的背景像素和较多的图形象素。对于那些非凸非凹的边界点, 情况处于两者之间。根据前面叙述的扩散原理,

凹点由于具有较多的邻域像素位于图形内部, 必然使得较多的微粒得以扩散出去, 而凸点的情形则恰恰相反。这样, 对图 5 中的图形, 从所有边界点像素中置入 1000 个微粒的初始状态开始扩散, 经过少数几次扩散迭代计算之后, 得到图 6 的扩散结果。从这个结果中看出, 边界像素中所存留的微粒数在凸点具有极大值, 在凹点具有极小值。如果从这些存留数中只提取出极大值和极小值, 则得

其中包含有四个极大值和四个极小值。根据前面的分析,极大值对应凸点,极小值对应凹点,这说明图形边界具有四个凸点和四个凹点。这正是图 5 中图形的特征。

833						833
692	630				630	692
630		572	630	630	572	630
630						630
630						630
630		572	630	630	572	630
692	630				630	692
833						833

图 6

任何图形的形状都可以用其边界的形状来表示,而边界曲线的形状可以用边界上各点的曲率来表示。上面的分析和计算结果表明,经过一段时间的扩散之后,各边界象素中的存留微粒数与边界上该点的凸凹性(或者说曲率)确实存在有某种对应关系。这样,就可以通过各边界象素的微粒存留数这个数组来建立对图形形状的描述。这个数组中的元素与图形边界各点的曲率存在着对应关系,称为图形的特征数组。

#### 四、形状识别

上一节的分析指出,边界象素中微粒存留数数组可以用作描述图形形状的特征数组。这个特征数组还可以进一步简化,例如只从中提取出极大值和极小值,组成极值数组。在这个极值数组中,各个元素分别对应于原始图形中的凸点和凹点,

形状识别中的一个难处理的问题是转动,因为有些图形的描述或形状特征值会因转动而发生变化。此外,图象处理的其它一些操作,如在匹配和相似性判别等问题中位置对准和比例尺也是非常难处理的问题。

在利用扩散法对图形形状建立描述的过程中,我们是从边界点邻域中的相邻关系来计算各边界点的曲率或凸凹性。这种相邻关系的凸凹性并不因转动而改变,也不受比例尺的影响和不需要进行位置对准。这表明,按扩散法提取出来的形状特征与图形的位置、转动和比例尺都没有关系,只与图形的形状有关。图 7 给出了图 5 中的图形在不同方位和不同比例尺下扩散的结果,在各种情况下其极值数组都是相同的。

#### 五、结 语

在实际应用中,扩散时间(迭代次数)、扩散系数以及扩散邻域的选择对扩散结果的影响是很重要的,恰当的选择这些参数就可以更好地控制扩散的进程,得到更准确的形状描述,我们将在下一篇论文中深入地讨论这些问题。



## Identification of Shape by Diffusion Method

Liu Yuanqin Li Shuxiang

### Abstract

In this paper a new method of description of shape by a mathematical process analogous to diffusion is suggested. For the shape description the relationship of the points in the neighborhood of a boundary points of an object is considered regardless of its scale, location, and rotation.