

Q 码与图象表达

李 树 祥

(自动控制系)

摘 要 本文介绍了一种新的数字图象编码技术,给出了Q码的定义,讨论了Q码的性质,并以实际例子对Q码和Q树的效率进行了比较。本文还提出了用Q码集合来表达图形以及与图象分析有关的Q码集合的运算规则。

一、引 言

在图象描述中一种十分有效和经常使用的方法是四分割技术,基本思想是首先把一幅图象分割成四部分,如果得到的四个区域中的某一个只含有相同的颜色(彩色图象)或相同的灰度(单色图象),这部分就不需要进一步分割了;否则,把这个区域再分割成四个子区域...,直到每个小区域都只有含有相同的颜色或灰度为止。实现这种四分割的具体表达形式最常见的是Q树(Quadtree),由于它采用了便于计算机处理的树型数据结构和节省存贮量,得到了广泛地应用。代表性的研究者有Klinger^{[1][2]}, Rosenfeld^[3], Dyer^{[2][4]}, 和Samet^[5-8]等人。但是,从对Q树的研究分析中可以看出,其节点的命名

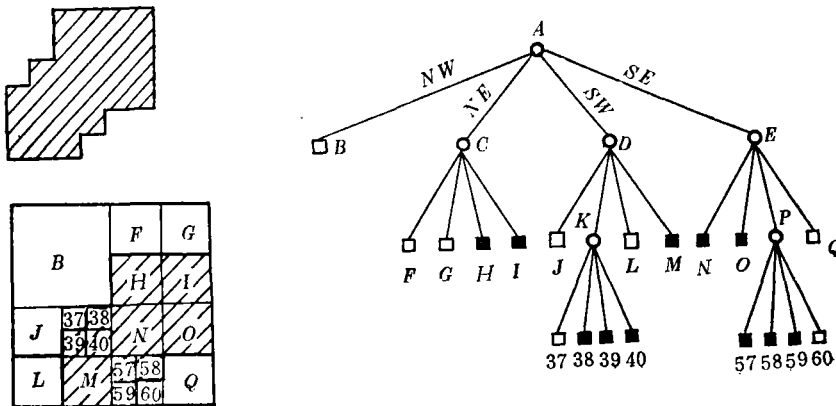


图 1

方式除去表示名称之外并不具有与图象有关的任何含意，参见取自 [8] 的图 1。因此，各节点之间的关系必须使用专门的指针来指明，这又增加了存储量并使处理变得复杂。

本文提出了使用四分割原则的另外一种表示法——Q 码表示法，它利用具有一定规则的数字编码来表示每次分割所得到的子区域。如果利用 Q 码来命名 Q 树的节点，则在节点名称中蕴含有关于节点所代表的子区域的位置、大小以及与其它节点的相互关系等信息。这不仅可以省去所有的节点之间的指针，而且还为利用代数方法来进行图象分析提供了方便。

二、Q 码及其性质

Q 码是四进制码，一个 n 位 Q 码的格式为

$$Q = q_1 q_2 \cdots q_n$$

其中每一位数字可能是 0、1、2 或 3。

利用 Q 码表示数字图象，每一位表示一次四分割操作：左上为 0，右上为 1，左下为 2，右下为 3。在实际应用中，这种四分割操作在图象的某些部分可能被重复多次。每经过一次这样的分割，Q 码位数增加 1。分割的次数越多，所得到的子区域越小，相应的 Q 码位数越长。图 2 给出了相应于图 1 中区域的 Q 码表示法和用 Q 码命名的树，以后称为 Q 码树(Quadcodetree)。

用来描述一个子区域的 Q 码中，包含有该区域的位置和尺寸等几何信息。Q 码的这种信息内含能力具体体现在它的下述性质中。

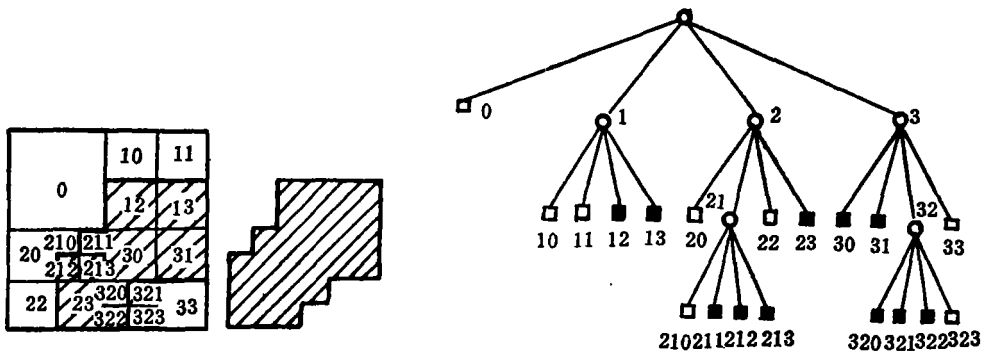


图 2

- 性质 1 表示一个 $2^n \times 2^n$ 图象的象素的 Q 码位数为 n 。
- 性质 2 位数为 m 的 Q 码表示的子区域的面积为原始图象面积的 4^{-m} 。
- 性质 3 在 $2^n \times 2^n$ 图象中， m 位的 Q 码表示边长为 2^{n-m} 的正方形子区域。
- 性质 4 如果 4 个 $m+1$ 位 Q 码的前 m 位相同而且它们代表的区域具有相同的颜色或灰度，它们可以被合并为一个 m 位 Q 码。
- 性质 5 一个子区域的位置可以根据其 Q 码从左到右逐位来确定，见图 3。

性质 6 如果记一个 Q 码所表示的子区域的左上角点坐标为 (x, y) , 并把 x, y 和 Q 都用二进制的形式来表示, 则

$$q_1 q_2 \cdots q_n = y_1 x_1 y_2 x_2 \cdots y_n x_n \quad (1)$$

$$Q = \sum_{K=1}^n (2y_K + x_K) \cdot 4^{n-K} \quad (2)$$

$$x = \sum_{K=1}^n (q_K \text{MOD} 2) \cdot 2^{n-K} \quad (3)$$

$$y = \sum_{K=1}^n (q_K \text{DIV} 2) \cdot 2^{n-K} \quad (4)$$

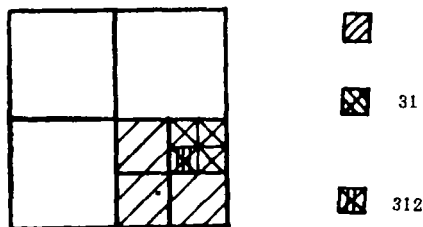


图 3

在上面的公式中, q_K, x_K, y_K 分别为二进制表示的 Q, x, y 的第 K 位, $K=1, 2, \dots, n$ 。这些公式表明, 二进制表示的 Q 码实质上是由其对应的坐标 y, x 奇偶交替所组成, 即在二进制表示的 Q 码中, 奇数位组成二进制表示的 y , 偶数位组成二进制表示的 x 。这表明在 Q 码中集中了 x 和 y 两种信息, 这是以后利用 Q 码进行几何分析的基础。

三、 Q 码树与 Q 树存贮效率的比较

Dyer 在 [4] 中专门讨论了 Q 树的存贮效率并与其它表示方法进行了比较, 证明了 Q 树的优越性。因此, 这里只对 Q 码树与 Q 树进行比较并使用文献 [4] 中采用的同样的实例以便利用 Dyer 本人的结果数据。[4] 中的计算是针对在一个 $2^n \times 2^n$ 图象中的一个 $2^m \times 2^m$ ($m \leq n$) 的黑色方形区域进行的, 用 N 和 B 分别表示树的节点总数和其中黑色节点的数目。在 Q 码树中, 从任何一个节点向下分枝, 即对该节点代表的区域进行一次四分分割, 只需要在该节点的 Q 码后面增加一位分别为 0、1、2、3 就够了。所以, 在 Q 码树的任何层次上只要记录下黑色节点就可以了, 其余的白色节点可以按照 Q 码的编码规则加以补充。这样, 在 Q 码树中需要存贮的只是黑色节点的数目。

1. 最好情况

当这个黑色区域能够使用一个节点来表示时为最好情况, 如图 4(a) 所示。在这种情况下, Dyer 计算出的相应的 Q 树所需要存贮的节点数目为 $N = 4(n - m) + 1$, 而用 Q 码树时只需要存贮一个节点就够了。

2. 最坏情况

从最好的情况将黑色区域向下向右各移动一个象素就变成了最坏的情况, 如图 4(b) 所示。这时, Q 树所需存贮的节点数为 [4]

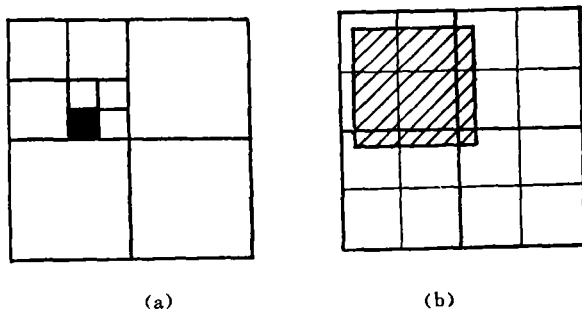


图 4

$$N = 2^{m+4} + 16(n - m) - 27$$

对于 Q 树的每个节点, 需要记录六项内容^[4]: 节点类型和五个指针, 分别指向本节点的父节点和四个子节点。Dyer 给出了对应于上述节点数以比特计的存贮需要量为

$$M(n, m) = (10n + 7)(2^{m+4} + 16(n - m) - 27)$$

使用 Q 码树, 需要存贮的只是黑色节点

$$N_{qc} = B = 3(2^{m+1} - m) - 5 \quad (5)$$

对于 Q 码树中的节点, 不需要记录指针, 对于 $2^n \times 2^n$ 的图象, 其最长的 Q 码的位数为 n , 故所需要的以比特计的存贮需要量为 $2n(3(2^{m+1} - m) - 5)$ 。

表 1 中列出了在最坏情况下当 $n=10$, m 取不同值时 Q 树和 Q 码树分别需要存贮的节点数和所需要的存贮量。表中 Q 树的数据取自^[4], Q 码树是按照^[9]中给出的公式(5)计算的。

表 1

存贮需要量		节点数		比特数	
		Q 码树	Q 树	Q 码树	Q 树
n	m				
10	3	34	213	0.68K	23K
	4	78	325	1.56K	35K
	8	1507	4101	30K	439K

四、图 形 表 达

Q 码为图象描述提供了一种新途径——代数方法, 它使用 Q 码表示组成图形(或区域)的基本方块, 用 Q 码集合表示整个图形, 用 Q 码代数来进行一些图形之间的基本操作。

1. 基本方块

在一个图象中, 能够用一个 Q 码所表示的区域称之为基本方块。下面的分析表明, 为图象分析所需要的关于基本方块的所有几何信息都包含于这些基本方块的 Q 码之中。因此, 对于基本方块的几何分析, 诸如位置、距离、相邻判别等都可以用 Q 码运算来进行, 使这些繁琐费时的图象操作转化为 Q 码代数的数学运算, 为图象处理和图象分析带来许多方便。

(1) 位置

基本方块的位置由其左上角点的坐标来确定, 这一点的坐标可由下式来计算

$$x = \sum_{K=1}^m (q_K \text{MOD} 2) \cdot 2^{n-K} \quad (6)$$

$$y = \sum_{K=1}^m (q_K \text{DIV} 2) \cdot 2^{n-K} \quad (7)$$

式中 m 是 $2^n \times 2^n$ 图象中这个基本方块的 Q 码的位数, $m \leq n$ 。

(2) 距离

两个基本方块 A 、 B 之间的距离用 D_x 、 D_y 来表示, D_x 、 D_y 分别表示两个基本方块中的点在 x 和 y 方向上的最短距离。

$$D_x(A, B) = |x(B) - x(A)| - S_L \quad (8)$$

$$D_y(A, B) = |y(B) - y(A)| - S_U \quad (9)$$

式中 S_L 是 A 、 B 之中左方块的水平边长, S_U 是 A 、 B 之中上方块的垂直边长。从这两个式子看出, 这里两个方块之间的距离 D_x 和 D_y 可能为负值, 负值表示这两个基本方块在 x 或 y 方向上有重叠, 其绝对值代表重叠量。

(3) 相邻

判别相邻特性是图象分析中的一个基本课题。有了关于距离的计算公式, 两个任意大小的基本方块相邻与否, 可以按照下面的相邻条件来判断。

相邻条件 如果两个基本方块 A 、 B 同时满足

$$\left. \begin{aligned} D_x(A, B) \cdot D_y(A, B) &= 0 \\ D_x(A, B) + D_y(A, B) &\leq 0 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

则它们是相邻的, 否则是不相邻的。

图 5 给出了三个基本方块 A 、 B 、 C 。它们的 Q 码分别为 $Q_A=1$, $Q_B=221$, $Q_C=310$ 。

根据距离计算公式(8)(9), 可以计算出 A 、 B 、 C 之间的相互距离, 其中只有 A 与 C 之间的距离满足相邻条件(10), 即

$$D_x(A, C) \cdot D_y(A, C) = 0$$

$$D_x(A, C) + D_y(A, C) = -2$$

所以 A 和 C 是相邻的, 而 A 与 B , B 与 C 都是不相邻的。

2. Q 码集合

数字图象中任何一个图形(或区域)可以表示为一个 Q 码集合

$$R = \{Q_i\} \quad i=1, 2, \dots, N \quad (11)$$

集合中每一个元素表示组成该图形的一个基本方块, N 是组成这个图形的基本方块的数目。

例如, 图 6 中的图形可以表示为

$$R = \{03, 120, 121, 21, 230, 231, 300, 301, 320, 321\}$$

 Q 码集合算法

假设 $Q_A = q_{a1} \dots q_{aK}$, $Q_B = q_{b1} \dots q_{bm}$ 是一个图象中两个基本方块 A 和 B 的 Q 码, 且

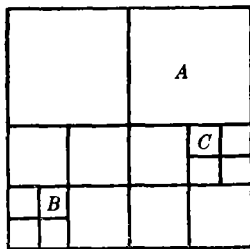


图 5

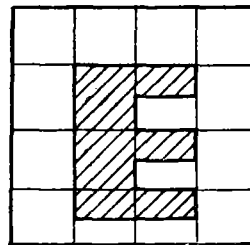


图 6

$K \leq m$, 则存在下面的基本运算规则:

$$\text{规则 1} \quad q_{a1} \cdots q_{aK} \bigcap_{K \leq m} q_{b1} \cdots q_{bK} = \begin{cases} q_{b1} \cdots q_{bK} & \text{当 } q_{a1} \cdots q_{aK} = q_{b1} \cdots q_{bK} \\ 0 & \text{否则} \end{cases} \quad (12)$$

规则 2

$$q_{a1} \cdots q_{aK} \bigcup_{K \leq m} q_{b1} \cdots q_{bK} = \begin{cases} q_{a1} \cdots q_{aK} & \text{当 } q_{a1} \cdots q_{aK} = q_{b1} \cdots q_{bK} \\ \{q_{a1} \cdots q_{aK}, q_{b1} \cdots q_{bK}\} & \text{否则} \end{cases} \quad (13)$$

集合运算的基本定律也适用于 Q 码集合的运算, 包括交换律、结合律、分配律和摩根律。利用这些计算规则, 还可以得到下面关于计算两个图形的或、交的定理。

定理 1 两个图形的或等于其 Q 码集合之或。

定理 2 两个图形的交等于其 Q 码集合之交。例如, 图 7 中有两个图形 R_1 和 R_2

$$R_2 = \{12, 211, 3\}$$

$$R_1 = \{03, 1, 21, 310\}$$

根据定理 1 可知它们的或为

$$R_1 \cup R_2 = \{03, 1, 21, 310\} \cup \{12, 211, 3\} = \{03, 1, 21, 3\}$$

根据定理 2 知它们的交为

$$R_1 \cap R_2 = \{03, 1, 21, 310\} \cap \{12, 211, 3\} = \{12, 211, 310\}$$

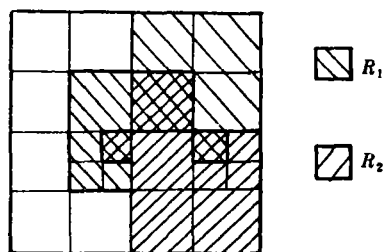


图 7

五、结 语

将二维图象中的两个坐标参数 x, y 结合起来形成的 Q 码, 蕴含了二维图象中相应区域的全部几何信息, 便于利用代数方法直接进行图象的几何分析。同样的道理, 将三维图象中的三个坐标参数 z, y, x 结合起来可以形成 O 码 (Octcode), 它同样可以蕴含三维图象中相应区域的几何信息。这样也就可以把类似的代数方法扩展到对三维图象的分析中去。

参 考 文 献

- [1] A.Klinger, Patterns and Search Statistics, 1971.
- [2] A.Klinger, C.Dyer, Experiments in Picture Representation Using Regular Decomposition, CGIP 5, 1(Mar), 1976.
- [3] A.Rosenfeld, Multiresolution Image Processing and Analysis, 1983.
- [4] C.R.Dyer, The Space Efficiency of Quadrees, CGIP 19, 4(Aug), 1982.
- [5] H.Samet, Region Representation: Quadrees from Boundary Codes, Commun. ACM 23, 3(Mar) 1980.
- [6] H.Samet, Connected Component Labeling Using Quadrees, J.ACM 28, 3(July), 1981.
- [7] H.Samet, Neighbor Finding Techniques for Images Represented by Quadrees, CGIP, 18, 1(Jan), 1982.

- [8] H.Samet, The Quadtree and Related Hierarchical Data Structures, Computing Surveys, vol.16, No.2, June 1984.
- [9] 李树祥, Loew, The Quadcode and Its Application, Proc. of 7th ICPR, 1984.

The Quadcode and Image Representation

Li Shuxiang

Abstract

In this paper a new coding technique for digital image is presented, the definition of the Quadcode is given and its properties are discussed. The comparison of the storage efficiency between Q-Code and Q-Trees is made by means of examples. The advantages of the Q-Code have been shown. The representation of images using sets of Q-Codes and the arithmetic of the Q-Code sets, related to image analysis are also presented.