国防科技大学学报
JOURNAL OF NATIONAL UNIVERSITY OF DEFENSE TECHNOLOGY
一九八七年第二期　总第五十八期　No.2 1987 Sum. 58

模糊逻辑在计算机医疗诊断中的应用

陈阳军

（应用数学系）

摘　要　本文详细介绍了一医疗诊断专家系统的知识库组成，并提出了一种近似推理方法。知识库由模糊关系矩阵和推理规则集所组成。近似推理则是通过将推理规则模糊化来实现，它很好地解决了系统中存在的非精确性问题。

一、引　言

在医疗诊断专家系统中存在着近似推理问题。事实上，医生提供的任何一条推理规则决不能说是绝对精确的；而医生对患者是否具有某症状、体征的回答也不能只是或有或无。基于这一事实，作者利用模糊逻辑理论引进了一种近似推理方法，在实践应用中得到了令人满意的结果。

二、模糊关系矩阵与推理规则

1. 模糊关系矩阵

设　$X=\{x_1,\cdots,x_l\}$为病史集合；$Y=\{y_1,\cdots,y_m\}$为病症集合；

$Z=\{z_1,\cdots,z_n\}$为体征集合；$\boldsymbol{D}=\{d_1,\cdots,d_h\}$为病名集合。

我们说，医生的诊断过程，实质上是构成映射：

$$f:\ \mathscr{P}(X)\times\mathscr{P}(Y)\times\mathscr{P}(Z)\to\mathscr{P}(\boldsymbol{D}) \tag{1}$$

其中，$\mathscr{P}(A)(A=X,Y,Z,\boldsymbol{D})$为$A$的所有子集的族。$\mathscr{P}(X)\times\mathscr{P}(Y)\times\mathscr{P}(Z)=\{\langle X,Y,Z\rangle\mid(X\subset X)\wedge(Y\subset Y)\wedge(Z\subset Z)\}$称为$\mathscr{P}(X),\mathscr{P}(Y),\mathscr{P}(Z)$的笛卡尔乘积。

问题是自然语言描述的非精确性，以及推理过程的模糊性，有必要引进模糊子集的概念，对式(1)进行修正。

本文1986年8月13日收到

设$V=\{v_1,\cdots,v_r\}$为论域，V上的模糊子集$\underset{\sim}{B}$表示为

$$\underset{\sim}{B}=\mu_{\underset{\sim}{B}}(v_1)/v_1+\mu_{\underset{\sim}{B}}(v_2)/v_2+\cdots+\mu_{\underset{\sim}{B}}(v_r)/v_r=\int\mu_{\underset{\sim}{B}}(v_i)/v_i \qquad (2)$$

其中，$\mu_{\underset{\sim}{B}}(v)$为隶属函数(membership function)，$\mu_{\underset{\sim}{B}}(v)$在$v_i$的值叫做$v_i$对$\underset{\sim}{B}$的隶属度。

取X,Y,Z的组合

$$V=X\vee Y\vee Z=\{x_1,\cdots,x_l,y_1,\cdots,y_m,z_1,\cdots,z_n\}=\{v_1,\cdots,v_{l+m+n}\}$$

为论域。

式中：

$$v_i=\begin{cases}x_i, & 1\leqslant i\leqslant l\\ y_{i-l}, & l<i\leqslant m+l\\ z_{i-l-m}, & l+m<i\leqslant l+m+n\end{cases}$$

则病名$d_i(i=1,2,\cdots,h)$可定义为V上不同的模糊子集（以后d_i改记为$\underset{\sim}{d_i}$），即：

$$\underset{\sim}{d_j}=\int\mu_{\underset{\sim}{d_j}}(v_i)/v_i \qquad (3)$$

这样，病史、症状以及体征对于各病名的隶属关系可用关系矩阵$\underset{\sim}{R}$来表示：

$$\underset{\sim}{R}=\begin{array}{ll} & \begin{array}{ccc} d_1 & \cdots\cdots & d_h\end{array}\\ \begin{array}{r} X\begin{cases}v_1\\ \vdots\\ v_l\end{cases}\\ Y\begin{cases}\vdots\\ v_{l+m}\end{cases}\\ Z\begin{cases}\vdots\\ v_{l+m+n}\end{cases}\end{array} & \begin{pmatrix}\mu_{\underset{\sim}{d_1}}(x_1) & \cdots\cdots & \mu_{\underset{\sim}{d_h}}(x_1)\\ \vdots & & \vdots\\ \mu_{\underset{\sim}{d_1}}(x_l) & \cdots\cdots & \mu_{\underset{\sim}{d_h}}(x_l)\\ \mu_{\underset{\sim}{d_1}}(y_1) & \cdots\cdots & \mu_{\underset{\sim}{d_h}}(y_1)\\ \vdots & & \vdots\\ \mu_{\underset{\sim}{d_1}}(y_m) & \cdots\cdots & \mu_{\underset{\sim}{d_h}}(y_m)\\ \mu_{\underset{\sim}{d_1}}(z_1) & \cdots\cdots & \mu_{\underset{\sim}{d_h}}(z_1)\\ \vdots & & \vdots\\ \mu_{\underset{\sim}{d_1}}(z_n) & \cdots\cdots & \mu_{\underset{\sim}{d_h}}(z_n)\end{pmatrix}\end{array}$$

$$=(R_1,\cdots,R_h)$$

其中

$$R_i=\begin{pmatrix}\mu_{\underset{\sim}{d_i}}(x_1)\\ \vdots\\ \mu_{\underset{\sim}{d_i}}(y_1)\\ \vdots\\ \mu_{\underset{\sim}{d_i}}(z_1)\\ \vdots\\ \mu_{\underset{\sim}{d_i}}(z_n)\end{pmatrix} \qquad (i=1,\cdots,h)$$

矩阵$\underset{\sim}{R}$中任一元素R_{ij}为v_i对$\underset{\sim}{d_j}$的隶属度。

例如，以下矩阵块是用于诊断十二指肠球部溃疡和十二指肠炎的矩阵块；

	十二指肠球部溃疡	十二指肠炎
反复出血症状	0.8	0.6
溃疡病史	0.7	0.7
慢性反复发作的规律性上腹部疼痛	0.7	0.8
经常性餐后3—4小时发作上腹痛	0.4	0.5
上腹痛延续至进食	0.5	0.6
上腹痛服制酸剂可缓解	0.6	0.7
经常性空服时上腹痛	0.6	0.8
上腹痛夜间加重	0.4	0.5
上腹正中线偏右部位疼痛	0.6	0.6

从矩阵中我们可以看出，系统设定反复出血症状对十二指肠球部溃疡的隶属度为0.8，对十二指肠炎的隶属度为0.6，而溃疡病史对十二指肠球部溃疡和十二指肠炎的隶属度均为0.7等等。

2. 推理规则

上节所述模糊关系矩阵给出了病史、症状以及体征与某些病名的隶属关系，但并非每一患者均具有与其所患病相关的所有病史、症状和体征，那么如何诊断患者所患疾病呢？系统为此提供了一系列推理规则用于判断、推理。

一类最重要和最经常用到的推理规则可用下式表示：

$$A_1, A_2, \cdots, A_m \rightarrow d$$

其中，$A_i = P_{i1} \vee P_{i2} \vee \cdots \vee P_{in} \quad (i=1,\cdots,m)$ (4)

$$P_{ij} = Q(a,v_1) \wedge Q(a,v_2) \wedge \cdots \wedge Q(a,v_l)$$

$$(l \geqslant 1) \quad (i=1,\cdots,m;\ j=1,\cdots,n)$$

这里$Q(,)$为一阶谓词：…具有…，$\vee$表析取关系，$\wedge$表合取关系；$d \subset D$为一病名子集。

上式解释为：如果$A_1, A_2, \cdots, A_m$同时成立，则 d 中所有元素均成立。

例如，系统中有如下规则：

如果患者(a)有反复出血症状(v_1)、或有溃疡病史(v_2)、或有慢性反复发作的规律性上腹部疼痛(v_3)；同时有经常性餐后3—4小时发作上腹痛(v_4)，并且上腹痛延续至进食(v_5)与服制酸剂可缓解(v_6)，或有经常性空腹时上腹痛(v_7)，并且夜间加重(v_8)，或有上腹正中线偏右部位疼痛(v_9)，则患者(a)患有十二指肠球部溃疡$(\underset{\sim}{d}_1)$或十二指肠炎$(\underset{\sim}{d}_2)$可表为：

$$\{\underset{\sim}{d}_1, \underset{\sim}{d}_2\} \leftarrow [Q(a,v_1) \vee Q(a,v_2) \vee Q(a,v_3)] \wedge [(Q(a,v_4) \wedge Q(a,v_5) \wedge Q(a,v_6)] \wedge [Q(a,v_7) \wedge Q(a,v_8) \vee Q(a,v_9)] \tag{5}$$

如何实现推理规则，作者已在《计算机医疗诊断系统的推理算法》一文中给出了详细的描述，以下着重讨论如何将 d 中元素按其可信度大小进行排序，以供医生参考。

三、模糊逻辑与可信度

如果根据患者的情况，以及上节所述推理规则，我们推出患者患有十二指肠炎或十二指肠球部溃疡，那么我们如何确定哪种病的可能性更大呢？也就是说根据推理规则得到的结论中哪种更可信呢？这就是我们现在要讨论的问题。

1. 模糊逻辑

如果式(4)中的$Q(a,v_i)$的真值$T(Q)\in[0,1]$，则式(4)为一模糊逻辑表达式（模糊蕴含表达式）。

以下给出模糊逻辑表达式的精确定义。

定义 1 模糊逻辑表达式是命题合式公式的一般化，它应满足如下公理：

(1) 0和1是模糊逻辑表达式；

(2) 原子公式$Q_i(Q_i(a,v_j))$是模糊逻辑表达式；

(3) 若F为模糊逻辑表达式，则其否定$\bar{F}=1-F$亦为模糊逻辑表达式；

(4) 若F和F'为模糊公式，则$F\wedge F'$，$F\vee F'$，$F\rightarrow F'$亦为模糊逻辑表达式；

(5) 所有的模糊逻辑表达式必须都能反复应用以上规则而生成。

以上定义中的符号“$\rightarrow$”表示蕴含关系。又设模糊逻辑表达式的集合为$\mathscr{F}$，则真值函数T为映射：

$$T:\ \mathscr{F}\rightarrow[0,\ 1]$$

且满足如下性质：

(1) $T(F\vee F')=T(F)\vee T(F')$

(2) $T(F\wedge F')=T(F)\wedge T(F')$

(3) $T(\bar{F})=1-T(F)$

(4) $T(F\rightarrow F')=\min(1,1-T(F)+T(F'))$

$T(F)$表示F为真的程度。显然，将可信度定义为命题（原子公式）或合式公式的真值是合理的。

2. 可信度

定义 2 命题Q的可信度是命题Q的真值$T(Q)$。

定义 3 设有以下模糊蕴含表达式：

$$F(v_1,\cdots,v_n)\rightarrow \underset{\sim}{d}$$

$\mu_{\underset{\sim}{d}}(v_i)$为$v_i$对于$\underset{\sim}{d}$的隶属度，$T(v_i)$为$v_i$的真值；则$v_i$相对于$\underset{\sim}{d}$的相对真值为$\mu_{\underset{\sim}{d}}(v_i)\cdot T(v_i)$。

若$v_i(i=1,\cdots,n)$均取相对真值，则$F(v_1,\cdots,v_n)$的真值记为$T_{\underset{\sim}{d}}(F)$。

系统中所有推理规则均由医生从实践经验中得出，其可信度应小于1，也就是说我们是无法证明它们是绝对正确的。这一事实，我们用下式表示：

对于任一推理规则$p\rightarrow q$（p，q均为模糊逻辑表达式）有

$$T(p\rightarrow q)<1 \tag{6}$$

定理 1 若$T(p\to q_1)$与$T(p\to q_2)$均小于1，且相等，又$T_{q_1}(p)<T_{q_2}(p)$，则$T(q_1)<T(q_2)$。

证：$\because$ $T(p\to q_1)<1$

又 $T(p\to q_1)=\min(1,1-T_{q_1}(p)+T(q_1))$

$\therefore$ $T(p\to q_1)=1-T_{q_1}(p)+T(q_1)$ (7)

同理 $T(p\to q_2)=1-T_{q_2}(p)+T(q_2)$ (8)

将(8)两边同时减(7)，得：

$$T(q_2)-T(q_1)=T_{q_2}(p)-T_{q_1}(p)>0$$

$\therefore$ $T(q_1)<T(q_2)$ 证毕

根据定理1，我们可以很好地解决如何将d中元素按其可信度大小进行排序的问题。这时，我们将推理规则$p\to q$中的$T(q)$的计算转化成$T(p)$的计算，而$T(p)$的计算是很容易完成的。

例如，根据上节中给出的推理规则及推理算法，我们可以推出具有相应症状、体症和病史的患者患有十二指肠球部溃疡或十二指肠炎。同时，推理算法根据医生的回答可得到一数值向量（即每一症状、体征、病史的可信度值），然后根据系统提供的模糊关系矩阵块计算相对真值，最后根据真值函数的定义计算出$T(p)$。通过比较$T(p)$的值，我们可以将d中元素排序供医生参考。同时，系统本身也可以根据这种排序选择最佳的治疗方案。

参考文献

[1] （日）浅居喜代治等著，李汝怀译，模糊系统理论入门，1982.9。

[2] Elaine Rich, Artificial Intelligence, The University of Texas at Austin, 1983.

[3] Computer-Based Medical Consultation, MYCIN, Edward Hance Shortliffe, Stanford University, 1976.

The Application of Fuzzy Logic to the Computer-Based Medical Diagnosis System

Chen Yangjun

Abstract

In this paper a method for the approximative reasoning is suggested and the structure of the knowledge base of a Medical Diagnosis Expert System is introduced in detail. The knowledge base is composed mainly of the matrices of fuzzy relationships and reasoning rule sets. The approximative reasoning is realized through the fuzzing of reasoning rules. Thus the problems of inaccuracy in the medical diagnosis is well solved.