

## 关于稀薄气体动力学的回顾与展望

肖 峯

(自动控制系)

**摘 要** 本文是一篇关于稀薄气体动力学的综述。首先介绍了入射流处于Maxwell平衡态时的稀薄气体动力学系数的计算方法。其次介绍了入射流处于非平衡态时近似求解Boltzmann方程的各种方法。最后简单介绍计算简单稀薄气动特性的一些半经验公式。

**关键词:** 稀薄气体; 动力学

在本世纪四十年代末,由于火箭技术的迅速发展,稀薄气体动力学开始成为流体力学的一个独立分支。1958年7月在法国尼斯举行了第一届国际稀薄气体动力学会议,并以苏联的第一颗人造卫星作为该会议的徽记,说明稀薄气体动力学会议的宗旨是与航天事业密切相关的。以后隔年轮流在各国举行,迄今已举行了15次会议。

在历届国际稀薄气体动力学会议中,无论从各国出席的人数与素质,还是从发表的论文之数量与质量来看,都反映出国际上特别是技术发达国家对研究和开发稀薄气体动力学这新技术领域的高度重视。

当今虽然对稀薄气体动力学的基础理论研究相当活跃,如对自由射流流场特性及其稀薄气体动力现象的实验和计算研究,及利用自由射流膨胀,进行排气羽流研究和气体同位素分离研究等等。但对于飞行器稀薄气体动力学问题一直是国际上研究的主要方向。

在五十年代末至六十年代初,较有代表性的成果是:Samuel A.Schaaf提出的一套关于飞行器稀薄气体动力学的理论计算公式。它是建立在入射流处于Maxwell平衡态的假设基础上,所以它的分子分布函数有:

$$f = \frac{\rho}{m} (2\pi RT)^{-3/2} \exp \left\{ - \frac{(u_x - V \sin \theta)^2 + (u_y + V \cos \theta)^2 + u_z^2}{2RT} \right\}$$

上式就是Maxwell分布函数,其中 $m$ 是分子质量, $\rho$ 、 $T$ 、 $R$ 和 $V$ 分别为入射流的密度、绝对温度、气体普适常数和速度; $u_x$ 、 $u_y$ 、 $u_z$ 是分子速度在 $x$ 、 $y$ 、 $z$ 轴上的分量。在这里 $xyz$ 是表面的本地坐标, $\theta$ 是入射流的倾角,则 $f du_x du_y du_z$ 是速度分量在 $u_x$ 到 $u_x +$

$du_x, u_y$  到  $u_y + du_y, u_z$  到  $u_z + du_z$  范围内单位体积内的分子数, 为了讨论方便, 引入“热适应系数”  $\bar{\alpha}$ , 定义如下:

$$\bar{\alpha} = \frac{dE_i - dE_r}{dE_i - dE_w}$$

其中  $dE_i$  为入射到表面上的能量流量 (即单位时间单位面积之能量);  $dE_r$  是从表面重新发射的能量流量;  $dE_w$  是所有入射分子且与表面处于 Maxwell 热平衡态时所反射的能量流量。对于切向动量交换, 相应的系数  $\sigma$  有时称之为“Maxwell 反射系数”, 定义如下:

$$\sigma = \frac{\tau_i - \tau_r}{\tau_i}$$

其中  $\tau_i$  是入射在表面上的切向动量流量,  $\tau_r$  是对于重新发射的分子而言。第三个系数  $\sigma'$  是描述全部法向动量的交换, 定义为:

$$\sigma' = \frac{p_i - p_r}{p_i - p_w}$$

其中  $p_i$  是入射在表面的法向动量流量 (即单位时间单位面积的法向动量, 它等价于压强)  $p_r$  是从表面重新发射的法向动量流量,  $p_w$  是与表面成 Maxwell 热力学平衡态的全部分子重新发射的法向动量流量。

在  $\bar{\alpha} = \sigma = \sigma' = 1$  的情况称为“漫射”, 而在  $\bar{\alpha} = \sigma = \sigma' = 0$  的情况称为“镜面反射”, 这时入射分子与表面之间无能量或切向动量的交换。

现设入射到表面上之能量流量, 部分是转移能量  $dE_{i(\text{trans.})}$ , 部分是内能  $dE_{i(\text{int.})}$ , 则

$$\begin{aligned} dE_{i(\text{trans.})} &= \int_{-\infty}^{\infty} du_x \int_{-\infty}^{\infty} du_y \int_0^{\infty} \frac{1}{2} m(u_x^2 + u_y^2 + u_z^2) f u_x du_x dS \\ &= pRT \sqrt{\frac{RT}{2\pi}} \left\{ (s^2 + 2) e^{-(s \sin \theta)^2} \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{\pi} \left( s^2 + \frac{5}{2} \right) (\sin \theta) [1 + \operatorname{erf}(s \sin \theta)] \right\} dS \end{aligned}$$

其中  $s = \frac{V}{\sqrt{2RT}}$  为分子的速度比;  $dN_i$  为入射到表面之分子流的分子数, 有:

$$\begin{aligned} dN_i &= \int_{-\infty}^{\infty} du_x \int_{-\infty}^{\infty} du_y \int_0^{\infty} f u_x du_x dS \\ &= \frac{\rho}{m} \sqrt{\frac{RT}{2\pi}} \left\{ e^{-(s \sin \theta)^2} + \sqrt{\pi} (\sin \theta) [1 + \operatorname{erf}(s \sin \theta)] \right\} dS \end{aligned}$$

根据能量等分原理, 平均每个分子所携带的内能为  $\frac{j}{2} mRT$  单位, 其中  $j$  是参与能量交换之内能模式的自由度。对于在标准温度下的空气来说,  $j=2$ 。一般  $j$  是与等熵指数  $\gamma$  有关。

$$j = \frac{5 - 3\gamma}{\gamma - 1}$$

则内能流量为:

$$\begin{aligned} dE_{i(\text{int.})} &= \frac{5 - 3\gamma}{\gamma - 1} \cdot \frac{mRT}{2} dN_i \\ &= \frac{\rho(5 - 3\gamma)}{(\gamma - 1)\sqrt{\pi}} \left(\frac{RT}{2}\right)^{3/2} \{e^{-(s \sin \theta)^2} + \\ &\quad + \sqrt{\pi} (s \sin \theta) [1 + \text{erf}(s \sin \theta)]\} dS \end{aligned}$$

同理, 总能量流量  $dE_w$  可表达如下:

$$dE_w = (4 + j) \frac{mRT_w}{2} dN_w = \frac{\gamma + 1}{2(\gamma - 1)} mRT_w dN_w$$

其中:  $T_w$  是表面温度;  $dN_w$  是离开表面之分子流的分子数。对于稳态来说,  $dN_i = dN_w$  则在表面  $dS$  上纯对流热交换量  $dQ$  可由下式给出:

$$dQ = dE_{i(\text{trans.})} + dE_{i(\text{int.})} - dE_r$$

未知量  $dE_r$  可借助于  $\bar{\alpha}$  和  $dE_w$  来表达, 它们之间的关系可由热适应系数的定义给出, 则

$$dQ = \bar{\alpha} [dE_{i(\text{trans.})} + dE_{i(\text{int.})}] - \bar{\alpha} dE_w$$

或

$$\begin{aligned} dQ &= \bar{\alpha} \rho RT \sqrt{\frac{RT}{2\pi}} \left\{ \left[ s^2 + \frac{\gamma}{\gamma - 1} - \frac{\gamma + 1}{2(\gamma - 1)} \frac{T_w}{T} \right] (e^{-(s \sin \theta)^2} \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{\pi} (s \sin \theta) [1 + \text{erf}(s \sin \theta)]) - \frac{1}{2} e^{-(s \sin \theta)^2} \right\} dS \end{aligned}$$

这个基本关系可以对任何凸形飞行器整个表面积分而获得全部热交换特性。一般来说,  $\bar{\alpha}$  与  $T_w$  沿整个飞行器表面是变化的, 它变化的形式与飞行器表面的材料、加工的光洁度和内热流特性有关。但在特殊情况下,  $\bar{\alpha}$  和  $T_w$  沿整个飞行器表面是常数。这样对于外形呈基本几何图形的飞行器便于积分而获得对流热交换量  $Q$ , 其中令人感兴趣的结果是, 当达到与表面温度  $T_w$  相平衡时的总热交换量  $Q$  为零。为了使以上结果应用更加方便, 引入热恢复因子  $r$  和 Stanton 数,  $r$  与  $St$  定义如下:

$$r = \frac{T_w(\text{eq.}) - T_\infty}{T_i - T_\infty}$$

$$St = \frac{Q}{S \rho V C_p (T_w(\text{eq.}) - T_\infty)}$$

式中  $T_i$  是绝热临界温度;  $C_p$  是定压比热;  $S$  为总热量输运面积。

上面所给出的结果, 仅对于对流情况。但应注意在很高的高度上, 热辐射运输的重要性将相对增大。在这种情况下, 若要完全确定热的特性, 还应计入热辐射运输。

若将入射到面积元  $dS$  上之动量流量 (即单位时间单位面积的动量) 分解成法向分量  $p_i$  (等价于压强) 和切向分量  $\tau_i$  (等价于剪切应力) 则更为方便, 可借助于入射和

反射分子流给出:

$$\begin{aligned}
 p_j &= \int_{-\infty}^{\infty} du_x \int_{-\infty}^{\infty} du_y \int_0^{\infty} m u_x^2 f du_x \\
 &= \frac{\rho V^2}{2\sqrt{\pi} S^2} \left\{ (s \sin \theta) e^{-(s s i n \theta)^2} + \right. \\
 &\quad \left. + \sqrt{\pi} \left[ \frac{1}{2} + (s \sin \theta)^2 \right] [1 + \operatorname{erf}(s \sin \theta)] \right\} \\
 \tau_j &= \int_{-\infty}^{\infty} du_x \int_{-\infty}^{\infty} du_y \int_0^{\infty} m u_x u_y f du_x \\
 &= \frac{\rho V^2 \cos \theta}{2\sqrt{\pi} s} \left\{ e^{-(s s i n \theta)^2} + \sqrt{\pi} (s \sin \theta) [1 + \operatorname{erf}(s \sin \theta)] \right\}
 \end{aligned}$$

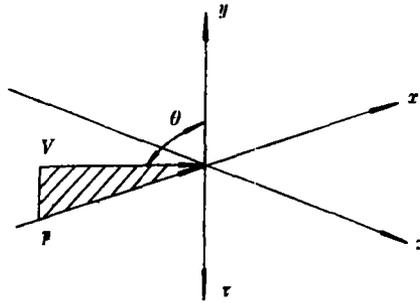


图 1

利用反射系数  $\sigma$  和  $\sigma'$ , 我们得:

$$\begin{aligned}
 p &= p_i + p_r = (2 - \sigma') p_i + \sigma' p_w \\
 \tau &= \tau_i - \tau_r = \sigma \tau_i
 \end{aligned}$$

参量  $p_w$  是对应于能量流量  $dE_w$ , 可由下式计算出来:

$$\begin{aligned}
 p_w &= \frac{1}{2} m \sqrt{2\pi RT_w} \frac{dN_i}{dS} \\
 &= \frac{\rho}{2} \sqrt{2\pi RT_w} \sqrt{\frac{RT}{2\pi}} \left\{ e^{-(s s i n \theta)^2} + \sqrt{\pi} (s \sin \theta) [1 + \operatorname{erf}(s \sin \theta)] \right\}
 \end{aligned}$$

则作用于  $dS$  上的法向和切向应力的最终表达式:

$$\begin{aligned}
 p &= \frac{\rho V^2}{2S^2} \left\{ \left( \frac{2 - \sigma'}{\sqrt{\pi}} S \sin \theta + \frac{\sigma'}{2} \sqrt{\frac{T_w}{T}} \right) e^{-(s s i n \theta)^2} + \right. \\
 &\quad \left. + \left[ (2 - \sigma') \left( s^2 \sin^2 \theta + \frac{1}{2} \right) + \frac{\sigma'}{2} \sqrt{\frac{\pi T_w}{T}} (s \sin \theta) \right] [1 + \operatorname{erf}(s \sin \theta)] \right\} \\
 \tau &= \frac{\sigma \rho V^2 \cos \theta}{2s\sqrt{\pi}} \left\{ e^{-(s s i n \theta)^2} + \sqrt{\pi} (s \sin \theta) [1 + \operatorname{erf}(s \sin \theta)] \right\}
 \end{aligned}$$

上述关系式可以用来计算分布在任何凸形体的整个表面上之压力和摩擦力。从上式可以看出摩擦力仅与入射气流的特性和固有的反射系数有关。另一方面压力还与飞行器的温度有关。故飞行器的热力学状态的测定, 是确定它在自由分子流中之升力和阻力所必须。

计算作用于飞行器上之升力和阻力, 必须求出表面上之压力和摩擦力在垂直于  $V$  和平行于  $V$  方向的分量。设作用于  $dS$  上之升力和阻力的微分, 分别用  $dF_L$  和  $dF_D$  表示, 则有:

$$dF_L = (p \cos \theta - \tau \sin \theta) dS; \quad dF_D = (\tau \cos \theta + p \sin \theta) dS$$

对飞行器整个表面积分, 得总的升力和阻力。借助升力系数  $C_L$  和阻力系数  $C_D$ , 可将这些结果很方便地表达出来。现定义:

$$C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2} \rho V^2 S}; \quad C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2} \rho V^2 S}$$

这里的  $S$  是参考面积, 为了与空气动力学中常用的术语保持一致, 取与飞行器纵轴相垂直的空气动力外形之最大截面为参考面积  $S$ 。

以上是 Samuel A. Schaaf 假设入射流处于 Maxwell 平衡态情况下给出的一些结果。但大气一般是处于非平衡态, 而且高层大气参数不仅与高度、纬度有关, 还随昼夜、季节变化而变化。此外, 大气参数与太阳活动有关。

Samuel A. Schaaf 将大气分子流与飞行器表面相互作用简化为一部份作镜面反射, 另一部份作漫射。由此而引入的热适应系数, 法向反射系数、切向反射系数的理论值与实验结果出入很大。这说明这种简化模型不附合分子流与飞行器表面相互作用的实际情况, 需加以改变。为此应寻求在非平衡态下稀薄气体动力系数的计算方法。

早在 1872 年 Boltzmann 研究在非平衡态情况下的气体中之输运过程。导出关于气体速度分布函数  $f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$  的 Boltzmann 积分微分方程:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} + \frac{\mathbf{F}}{m} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} = \int_{v_1} \int_{\Omega} (f' f'_1 - f f_1) u \sigma(u, \Omega) d\Omega dv_1$$

式中  $u$  是相对速度;  $\sigma(u, \Omega) d\Omega$  是微分散射截面。由于上述  $f$  的方程中包含七个自变量, 右端的碰撞积分是一个五重积分。正如 Boltzmann 自己所说的那样: 若“仅仅是在 Maxwell 气体这一情况下,  $f$  的方程才是容易求解的, 在其它情况, 求解将遇到巨大的困难”。

但一百多年来, 还是有不少优秀学者为求解 Boltzmann 方程而作出不懈的努力, 取得可喜进展。比较有影响的, 首先是在 1916~1917 年间 Chapman 和 Enskog 先后各自独立地提出一种逐次逼近的方法求解 Boltzmann 方程。以后这种方法有相当大的发展和推广。Chapman 提出的方法在实质上是与 Enskog 方法相同, 所以下面仅介绍 Enskog 方法。

为了讨论方便, 先将 Boltzmann 积分微分方程改写成以下形式:

$$\mathcal{D}f = \mathcal{D}_c f$$

其中:

$$\mathcal{D}f = \frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} + \frac{\mathbf{F}}{m} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}}$$

$$\mathcal{D}_c f = \int_{v_1} \int_{\Omega} (f' f'_1 - f f_1) u \sigma d\Omega dv_1$$

再令

$$\xi(f) = \mathcal{D}f - \mathcal{D}_c f$$

则 Boltzmann 方程可表达成普遍形式:

$$\xi(f) = 0$$

假设方程解可用一个无穷级数来表示, 即

$$f = f^{(0)} + f^{(1)} + f^{(2)} + \dots$$

另外, 还假定当  $\xi$  运用于这个级数时, 其结果亦能表示为一个级数, 此级数中的第  $r$  项只涉及到上述级数的前  $r$  项, 即

$$\begin{aligned} \xi(f) &= \xi(f^{(0)} + f^{(1)} + f^{(2)} + \dots) \\ &= \xi^{(0)}(f^{(0)}) + \xi^{(1)}(f^{(0)}, f^{(1)}) + \xi^{(2)}(f^{(0)}, f^{(1)}, f^{(2)}) + \dots \end{aligned}$$

它们还分别满足下列方程:

$$\begin{aligned} \xi^{(0)}(f^{(0)}) &= 0 \\ \xi^{(1)}(f^{(0)}, f^{(1)}) &= 0 \\ \dots \end{aligned}$$

将这些方程合在一起, 就保证满足  $\xi(f) = 0$ 。函数  $f^{(0)}, f^{(1)}, \dots$  可依次由上述方程求得, 一级近似  $f^{(0)}$  就是 Maxwell 函数:

$$f^{(0)} = n \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-\frac{1}{2} \frac{mv^2}{kT}}$$

式中  $n$  为分子的数密度, 或称浓度。

Enskog 在开始提出它的逐次逼近法时, 只考虑单组元气体, 其中又仅具有平动能的分子。以后经过许多学者的努力, 才将 Enskog 法逐步推广到二组元混合气体以及多组元混合气体。而气体的分子除具有平动能之外, 还计入分子的转动及内部的振动。

当我们求得在非平衡态下气体的速度分布函数  $f$  之后, 再根据输运过程即可导出稀薄气体动力系数。

1954年 P. L. Bhatnagar, E. P. Gross 和 M. Krook 提出不同于 Enskog 方法的另一种近似理论。人们常称之为 BGK 近似法, 也即 Bhatnagar, Gross 和 Krook 近似法。它是依据于碰撞间隔  $\tau$  这一概念的, 故又称之为碰撞间隔理论, 或叫弛豫法。

它开始考虑的是一种不承受外力的单组元气体。碰撞将会使速度分布函数  $f$  趋近于同当地的  $n, v_0$  和  $T$  值相对应的 Maxwell 函数  $f^{(0)}$ 。碰撞间隔理论假定: 在时间间隔  $dt$  内, 在给定的微小体积元中, 只有占  $dt/\tau$  这一部份的分子遭遇到碰撞, 而这些碰撞将使分子的速度分布函数由  $f$  变为  $f^{(0)}$ 。这就是碰撞间隔理论的基本出发点, 它等价于假定: 由于碰撞而造成分布函数  $f$  的变化率为  $-(f - f^{(0)})/\tau$ , 这样 Boltzmann 方程就变成:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v \cdot \frac{\partial f}{\partial r} = -(f - f^{(0)})/\tau$$

式中  $\tau$  是弛豫时间, 它是气体密度和温度的函数。这里我们没有考虑碰撞后的速度残留, 也没有考虑碰撞频率随分子速率而变化。因之可以看作是一种理想化的碰撞间隔。

鉴于  $\tau$  是非常小的量, 因此上述方程意味着: 如果气体的状态随时间的变化并不很快, 那么  $f - f^{(0)}$  必定很小, 在上方程之左端, 用  $f^{(0)}$  代替  $f$  后, 可得:

$$f = f^{(0)} - \tau \frac{\partial f^{(0)}}{\partial t} - v\tau \frac{\partial f^{(0)}}{\partial r}$$

上式可用数值积分方程求解。由于BGK近似法使Boltzmann方程得到简化,故该近似法已应用于解决一些具体问题。如1966年C. Cercignani和F. Sernagiotto研究了稀薄气体沿着圆柱形管道流动问题;1971年Ларина研究了球体绕流问题;1973年Richter, G.研究了稀薄气体柱体绕流问题,都取得令人满意结果。当前国际上研究和应用BGK近似法的文献较多,在国际稀薄气体动力学会议上宣读的论文中有相当一部分是属于这方面的内容。

除了BGK近似法外,1966年Holway提出椭圆模型方程,1968年Шaxob提出S模型方程,他们都是从不同角度来简化Boltzmann方程而获得近似解。由于这些模型方程能给出定性和定量的具体结果,目前已成为研究稀薄气体动力学和等离子体动力学的有力工具。

另一类方法称为Monte-Carlo法,是用统计方法模拟分子在流场中运动,碰撞以及与飞行器表面的能量和动量的交换等,并经相应的计算和处理,最后得到所需的气动力系数。用Monte-Carlo法所模拟的客观物理过程,与Boltzmann方程所描述的过程是等价的。但由于Monte-Carlo法能在广泛的 $K_n$ 数范围内给出复杂外形的气动力数据,因而能在宇航事业中提供有价值的结果。所以从六十年代到七十年代,这种方法得到较大发展,广泛应用于研究稀薄气体动力学的各类问题。如1973年K. J. Victoria和C. F. Widhopf用Monte-Carlo法研究钝头体的绕流计算;1973年F. W. Vogenits, T. Sugimura等改进Monte-Carlo法,采用合理的分子模型,使能研究三维稀薄气体绕流问题和研究稀薄等离子体流动;1975年D. I. Pullin, J. K. Harvey和G. K. Bien-Kowski研究高超音速流中的平板前缘问题等等,这些研究与实验结果相一致。1976年G. A. Bird在“分子气体动力学”一书中比较全面地总结了Monte-Carlo法应用于稀薄气体动力学方面的一些主要成果。

用有限元法求解Boltzmann方程,以获得稀薄气体动力学系数,是一个尚未充分开拓的方向。1971年Bramlete研究了用有限元法来求解Boltzmann方程;1978年T. J. Chung总结了从七十年代开始的用有限元法研究稀薄气体的工作。但无论是有限元法,还是Monte-Carlo法,计算工作量大,计算程序复杂,不便于在工程设计中应用,是其主要缺点。

但近几十年来,随着航天事业的发展,稀薄气体动力学的实验研究也获得相应的发展。在我国亦建立起一座自由射流型连续式低密度高超声速风洞,已投入使用。这样人们就有条件利用实验数据建立起计算稀薄气体动力学系数的半经验公式。此种方法的实质是将稀薄气体动力看作与两类因素有关:一类是与来流的条件有关,是来流 $M$ 数的函数;另一类是与飞行器的形状及姿态有关。然后根据气动实验研究结果,结合有关理论导出稀薄气体动力学系数的计算公式。由于它公式简便,计算工作量小,又能满足一定的精度要求,故适宜于在工程设计中应用。

1982年谢砚儒同志根据实验数据在检验和筛选国外各种关连公式基础上,提出“零攻角尖、钝锥体的阻力系数”之半经验公式如下:

$$C_D = C_{D_i} \left\{ 1 + 0.74U \left( \frac{1 + 0.375\beta^2}{1 + 0.5\beta^2} \right) \right\} \left[ 1 + \right.$$

$$+ \left( \frac{C_{D_i}}{C_{D_{f_m}} - C_{D_i}} \right)^2 (0.74U)^2 \left( \frac{1+0.375\beta^2}{1+0.5\beta^2} \right)^2 \Big]^{-1/2} \Big\}$$

$$U = \bar{V}_i \frac{1+0.4g_\omega}{1+0.375\beta^2} \cdot \frac{\cos\theta_c}{\sin^2\theta_c}, \quad \beta = \frac{R_n}{R_b \sin\theta_c}$$

$$\bar{V}_i = M_\infty \left( \frac{C_\infty^*}{R_{e_\infty \cdot l}} \right)^{1/2}, \quad C_\infty^* = \frac{\mu_* T_\infty}{\mu_\infty T_*}$$

$$T_* = \frac{T_0(1+3g_\omega)}{6}, \quad g_\omega = \frac{H_w}{H_\infty} \approx \frac{T_w}{T_0}$$

其中： $U$ 是选取的关连参数； $\beta$ 为与钝度比、半锥角有关的量； $\theta_c$ 为半锥角； $\bar{V}_i$ 是粘性干扰参数； $g_\omega$ 即温度比； $\mu$ 为粘性系数； $T$ 为温度； $R_n$ 为模型头部半径； $R_b$ 为模型底部半径； $H$ 为焓值。诸下标： $i$ 为连续流态值； $f_m$ 为自由分子流态值； $w$ 为模型外壁平均值； $*$ 为参考状态值； $\infty$ 、 $0$ 、 $l$ 分别指以自由流状态、滞止状态、模型长度为特征量。

设 $\delta = (C_{D_{计}} - C_{D_{实}}) / C_{D_{计}}$ 表示用半经验公式的计算值与实验数据之间的相对偏差，则应用上述公式计算结果， $\delta = -23\% \sim 20\%$ ，能满足工程设计要求。

此外，谢砚儒同志还给出：横向绕流长圆柱体的阻力系数及驻点热交换；纵向绕流半球柱体的驻点热交换；零攻角尖锥面热交换等的半经验公式。

但由于实验条件的限制，所以不可能完全模拟真实飞行情况。特别受测量仪器本身精度的限制，使半经验公式不能获得较高的精度。

综上所述可以看出，稀薄气体动力学在近30年中发展很快，无论在理论上或是在实验研究方面都取得丰硕成果，但至今尚未找到精确求解Boltzmann方程的方法。在今日世界，由于空间站的建立，航天飞机的问世，以及登月飞行和行星际航行的成功，都对稀薄气体动力学提出新的课题，如稀薄等离子体动力学，有化学反应的稀薄气体动力学等，还有待我们去解决。

### 参 考 文 献

- [1] Rarefied Gas Dynamics, Proceeding of the 1st~15th International Symposiums, on RGD (1958~1986).
- [2] S.A.Schaaf and Lawrence Talbot, Mechanics of Rarefied Gases, Handbook of Supersonic Aerodynamics (U.S.Government Printing Office, Washington) Navord Rept. 1448 (vol.5) Section 16 February 1959.
- [3] D.Enskog; Inaugural Dissertation, Uppsala (1917).
- [4] S.Chapman, Phil. Trans. R.Soc.A, 216, 279(1916).
- [5] P.L.Bhatnagar, E.P.Gross and M.Krook, Phys.Rev.94.511(1954).
- [6] C.Cercignani and F.Sernagiotto, Phys.Fluids, 9.40(1966).
- [7] И.Н.Ларина; Теоретические расчётные методы исследования течения разреженного газа, Тр. II Всесоюзной конференций по динамике

разреж газоб (1971).

- [ 8 ] G.Richter, Phys.Fluids, 16, 1973.10, 1599~1606.
- [ 9 ] L.H.Holway, Phys, Fluids 9, 1966.9, 1658~1673.
- [10] E.M.Шахоб, И<sup>36</sup>, АН СССР Мжр 1.1968:156.
- [11] K.J.Victoria and C.F.Widhopf, Intern Conf On Numer Methods in Fluid Mechanics, Springer-Verlag, Berlin, 254, 1973.
- [12] F.W.Vogenitz and T.Sugimura, Air force combrige Res labs Rept, AFCRL-TR-73-0448. Bedford, Mass. July 1973.
- [13] D.I.Pullin and J.K.Harrey, G.K.Bien-Kowski, Rarefied Gas Dynamics, 9th Intern. Symp. 1975
- [14] G.A.Bird, Moleculer Gas Dynamics 1976.
- [15] T.T.Bramlette, Bell Aerospace Company Buffalo, New York, Report, No: 9500—920199 (1971).
- [16] T.J.Chung, Finite Element Analysis, in Fluid Dynamics (1978).
- [17] 谢砚儒, 空气动力学学报, 3.1982 p.92~99.

## Review and Prospect about Rarefied Gas Dynamics

Xiao Feng

### Abstract

An overview of rarefied gas dynamics is presented in This paper. First we introduce the method for calculating rarefied gas dynamic force's coefficients when the incident flow is in Maxwellian equilibrium.

Then we present the various methods of approximate solution of Boltzmann's equation when the incident flow is not in equilibrium. Last, we brief some semi-experience formulas used to calculate the rarefied aerodynamic characteristics of simple bodies.

**Key words:** Rarefied gas dynamics