国防科技大学学报
JOURNAL OF NATIONAL UNIVERSITY OF DEFENSE TECHNOLOGY
第10卷第1期 1988年3月 Vol.10 No.1

自由电子激光互作用机制的研究

蒋华北 何一平
（应用物理系）

摘 要 本文从电子的自发辐射能谱公式出发，发现电子的自发辐射频率与以往导出的自由电子激光受激辐射频率是一致的。由此得到：自发辐射频率的线谱化，使某频率的入射电磁波对电子自发辐射某一相应模式进行选择性互作用，从而实现受激辐射。并且，自然地得到了自由电子激光的高次模式。

关键词：自发辐射，受激辐射，高次模式

1. 引 言

由于自由电子激光所具有的一系列优越性，使得它在较短的时间里获得迅速的发展[1～4]。但已有的理论对其互作用机制的研究及其导出的受激辐射的频率公式通常采用：（1）由相对论洛仑兹变换不变性得出；（2）视电磁波为虚光子，考虑它们与电子碰撞而得到。我们认为，受激辐射频率也可由另一途径来解释，即它是电子自发辐射频谱中的某一频率；由入射电磁波对电子自发辐射模式的选择性作用，来实现自由电子激光的受激辐射的。在分析中，我们还发现辐射频率公式可以写成 $\omega=2n\gamma^2k_wu$（这里，γ 为电子相对论能量因子，k_w 为 wiggler 场的波矢，u 为电子初始速度）。公式说明存在着一个高次模式指标 n（正整数）。这是前述（1）、（2）方法得不到的。

2. 基本分析

由文献[4]得到了比较精确的电子稳态轨迹为

$$\vec{r}_0=\vec{i}\left(\frac{\Omega_\perp}{k_w\Delta\Omega}\sin k_wut-\frac{\Omega_\perp u}{\Omega\Delta\Omega}\sin\Omega t\right)+\vec{j}\left(-\frac{\Omega_\perp}{k_w\Delta\Omega}\cos k_wut+\frac{\Omega_\perp u}{\Omega\Delta\Omega}\cos\Omega t\right)+\vec{k}ut \tag{1}$$

任意时刻速度为

$$\vec{v}=\vec{i}\frac{\Omega_\perp u}{\Delta\Omega}(\cos k_wut-\cos\Omega t)+\vec{j}\frac{\Omega_\perp u}{\Delta\Omega}(\sin k_wut-\sin\Omega t)+\vec{k}u \tag{2}$$

1987年2月14日收到

上两式中 $\vec{i}$、$\vec{j}$、$\vec{k}$ 为相应于图1所示的坐标轴单位矢量，u 为电子的初始速度，Ω 为电子在引导磁场中的回旋频率，$\Omega_\perp$ 为电子在横向 wiggler 场中的回旋频率，$\Delta\Omega=\Omega-k_w u$，$\vec{n}$ 为观察点 P 的单位方向矢量，θ 为 $\overline{PO}$ 与 z 轴的夹角。

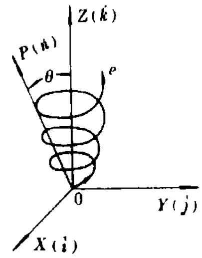

图 1 坐标示意图

选取坐标平面，使得：

$$\vec{n}=\vec{i}\sin\theta+\vec{k}\cos\theta$$

于是

$$\vec{n}\cdot\vec{r}_0=\sin\theta\left(\frac{\Omega_\perp}{k_w\Delta\Omega}\sin k_w ut-\frac{\Omega_\perp u}{\Omega\Delta\Omega}\sin\Omega t\right)+ut\cos\theta \tag{4}$$

$$\begin{aligned}&\exp\left[i\omega\left(t-\frac{\vec{n}\cdot\vec{r}_0}{c}\right)\right]\\&=\exp\left[i\omega\left(t-\frac{\Omega_\perp}{k_w c\Delta\Omega}\sin\theta\sin k_w ut+\frac{\Omega_\perp\beta_{/\!/}}{\Omega\Delta\Omega}\sin\theta\sin\Omega t-\beta_{11}t\cos\theta\right)\right]\end{aligned} \tag{5}$$

式中：$\beta_{11}=u/c$。

应用贝塞尔函数展开公式：

$$\exp(ix\sin y)=\sum_{l=-\infty}^{+\infty}J_l(x)\exp(ily) \tag{6}$$

可以得到

$$\begin{aligned}&\exp\left[i\omega\left(t-\frac{\vec{n}\cdot\vec{r}_0}{c}\right)\right]\\&=\sum_{l=-\infty}^{+\infty}\sum_{m=-\infty}^{+\infty}J_l\left(\frac{\omega\Omega_\perp}{k_w C\Delta\Omega}\sin\theta\right)J_m\left(\frac{\Phi\Omega_\perp\beta_{/\!/}}{\Omega\Delta\Omega}\sin\theta\right)\cdot\\&\quad\exp[i(\omega-lk_w u+m\Omega-\omega\beta_{/\!/}\cos\theta)t]\end{aligned} \tag{7}$$

又

$$\begin{aligned}\vec{n}\times(\vec{n}\times\vec{\beta})=&\vec{i}\left\{-\cos\theta\left[\cos\theta\frac{\Omega_\perp\beta_{/\!/}}{\Delta\Omega}(\cos k_w ut-\cos\Omega t)-\beta_{/\!/}\sin\theta\right]\right\}\\&+\vec{j}\left[-\frac{\Omega_\perp\beta_{/\!/}}{\Delta\Omega}(\sin k_w ut-\sin\Omega t)\right]\\&+\vec{k}\left\{\sin\theta\left[\cos\theta\frac{\Omega_\perp\beta_{/\!/}}{\Delta\Omega}(\cos k_w ut-\cos\Omega t)-\beta_{/\!/}\sin\theta\right]\right\}\end{aligned} \tag{8}$$

式中 $\vec{\beta}=\vec{v}/c$。

将(7)、(8)两式代入电子的自发辐射能谱公式[5]：

$$\frac{d^2W}{d\Omega d\omega}=\frac{e^2\omega^2}{4\pi^2c}\left|\int_{-\infty}^{\infty}\exp\left\{i\omega\left(t'-\frac{\vec{n}\cdot\vec{r}_0}{c}\right)\right\}[\vec{n}\times(\vec{n}\times\vec{\beta})]dt'\right|^2 \tag{9}$$

经过一些积分运算，我们可得

$$\frac{d^2W}{d\Omega d\omega}\propto\delta[m\Omega-lk_wu+\omega(1-\beta_{//}\cos\theta)] \tag{10}$$

式中，W为电子能量，$d\Omega$为立体角元，δ为狄拉克函数符号。

从(10)式可知、自发辐射具有线谱：$\omega=(lk_wu-m\Omega)/(1-\beta_{11}\cos\theta)$　　(11)

通常自由电子激光中，观察者方向 $\theta=0$；又强相对论情形：

$$1-\beta_{11}\approx(1-\beta_{//}^2)/2 \tag{12}$$

因此
$$\omega=\frac{2}{1-\beta_{11}^2}(lk_wu-m\Omega)=2\gamma^2(lk_wu-m\Omega) \tag{13}$$

式中，γ为相对论因子。

利用近似共振条件：$\Omega\approx k_wu$，则

$$\omega=2\gamma^2(l-m)k_wu=2\gamma^2nk_wu \qquad (n=l-m) \tag{14}$$

取 $n=1$ 时，$\omega=2\gamma^2k_wu$，与以往的理论[1]所得频移公式一致；$n\neq1$ 时，则得到新的高次工作模式。

若公式（11）中不作强相对论近似，且应用回旋共振条件 $k_wu\approx\Omega$，则（11）式成为

$$\omega-ku-n'\Omega=0 \qquad (n'=l-m) \tag{15}$$

显然，（15）式与普通电子回旋脉塞的共振条件[2]类似。由此可看到，从电子自发辐射频谱公式亦能得到由文献[6]导出的一个新的不稳定点——类似回旋脉塞不稳定，从而再次证明文[6]得出的新不稳定点是正确的。

根据上面分析，我们认为可以这样解释自由电子激光受激辐射机制：电子在wiggler场的作用下，产生线谱化的自发辐射；由于波导等元件截止或共振等的选择作用，使得电子与某一个或有限的几个模式发生相互作用而得到加强，其余的模式则受到抑制而衰减，结果产生受激辐射。其受激辐射频率自然就是该模式的自发辐射频率。当 n 取不同的值时，自由电子激光分别工作在基模、高次模式。

本文清楚地说明了自由电子激光自发辐射与受激辐射之间的内在联系。它又一次具体地证明了文献[7]中提出的一个观点：经典电子器件中电子的自发辐射与受激辐射之间的联系与普通量子激光器之间的联系类似：受激辐射的频率是被选择作用的某一自发辐射频率。

3. 结　论

从探讨电子自发辐射谱分布出发，导出了与受激辐射频率一致的自发辐射频率公式；对自由电子激光的互作用机制作了新的诠释。我们还得到了文[6]已得到的类似回旋脉塞不稳定点，并指出，系统能工作于高次模式。无论如何，这些结果都有助于进一步的理论和实验工作。

参考文献

[1] P. Sprangle and T. Coffey: NRL Memorandum Report, 5224(1984), 1

[2] 刘盛纲，张世昌：电子科学学刊，1986年，第1期，第1页

[8] 蒋华北：物理学报，1986年，第6期，第792页.
[4] 何一平，蒋华北，徐晓曦：成都电讯工程学院学报，1987年，第2期，第149页
[5] T. J. M博伊德，J. J. 桑德森：等离子体动力学（第一版），科学出版社，北京，1977年，第267页
[6] He Yiping, etal., Int. J. IR & MM Waves, 8(1987), 283
[7] 何一平，蒋华北，徐晓曦：成都电讯工程学院学报，1987年，第4期，第356页

The Researches on the Interaction Mechanism of FEL

Jiang Huabei He Yiping

Abstract

In this paper, on the basis of spontaneous radiation spectrum formula of electron, we find out that the spontaneous radiation frequency is consistent with the stimulated radiation frequency derived before. In this way injected electromagnetic wave selected interaction with one of some modes of spontaneous radiation is derived, and stimulated radiation procedure is realized. Furthermore, we arrive naturally at high modes of free electron lasers.

Key words Spontaneous radiation, Stimulated radiation, High modes.