国防科技大学学报
JOURNAL OF NATIONAL UNIVERSITY OF DEFENSE TECHNOLOGY
第10卷第2期 1988年6月 Vol.10. No.2

块脉冲函数法用于在线辨识

黄 新 生
（自动控制系）

摘 要 用块脉冲函数法作辨识，必须保证零初始条件和零均值噪声。本文对这种方法作出了改进。这种改进的方法，能辨识任意初态下的辨识问题，适用于非零均值干扰噪声的场合，且在辨识过程中无须测量初始条件和噪声均值。它能被方便地用于在线辨识。仿真实验表明，这种方法具有很高的辨识精度。

关键词 辨识，参数估计，时域分析，采样数据系统

1. 前 言

众所周知，连续时间模型是对系统的本质描述，而离散时间模型，只能是对系统的近似描述。我们当然希望得到系统的连续时间模型。另一方面，数字计算机仅能处理离散数据，所有的算法只能是离散时间形式，相应的测量信息也通常是采样数据。因而近十多年来，利用采样数据辨识连续时间系统的方法得到迅速发展。N.K. Sinha, Smith, F.W. Palanisamy K.R. 等等很多学者在这个领域里作了很多工作。[1][3][4]

关于这个课题，有两类辨识方法，间接辨识法和直接辨识法。间接方法可分为两步，首先选择一个离散时间模型，并根据采样数据估计离散时间模型的参数，然后将离散时间模型按照参数对应关系转换为连续时间模型[2][3]。由于此类方法是基于离散时间模型（差分方程）辨识的，其精度很有限[5]。直接法采用正交函数族，如Walsh函数或块脉冲函数，以及它的积分算子来近似处理一积分方程，直接地估计连续系统的参数[1][2]。在离散化处理过程中，离散化的近似精度比间接法高[5]，而且直接模型具有积分形式，使得系统噪声得到平滑[2]，因而给出高精度的参数估计。

2. 块脉冲函数法

块脉冲函数法是一种直接法。由于与本文关系密切，先对该方法作一简要的回顾。

本文1987年10月收到

块脉冲函数的定义为：

$$\phi_i(t)=\begin{cases}1 & (i-1)T\leqslant t<iT\\ 0 & \text{其它}\end{cases} \tag{1}$$

设已知函数 $f(t)$，则 $f(t)$ 可用块脉冲函数近似为：

$$f(t)\doteq\sum_{i=1}^{m}a_i\phi_i(t) \tag{2}$$

其中
$$a_i=\frac{1}{T}\int_{(i-1)T}^{iT}f(t)dt$$

写为向量形式

$$f(t)\doteq[a_1,\ a_2\cdots a_m][\phi_1(t),\ \phi_2(t),\cdots,\phi_m(t)]^T\triangleq A\boldsymbol{\Phi}(t) \tag{3}$$

块脉冲函数具有：

脱关性
$$\phi_i(t)\phi_j(t)=\begin{cases}\phi_i(t) & i=j\\ 0 & i\neq j\end{cases} \tag{4}$$

正交性
$$\int_0^{mT}\phi_i(t)\phi_j(t)=\begin{cases}T & i=j\\ 0 & i\neq j\end{cases} \tag{5}$$

块脉冲函数的积分曲线可用块脉冲函数近似为：

$$\int_0^t\boldsymbol{\Phi}(t_1)dt_1\doteq\boldsymbol{P}\boldsymbol{\Phi}(t) \tag{6}$$

其中
$$\boldsymbol{P}\triangleq\begin{bmatrix}\frac{1}{2} & 1 & 1 & \cdots & 1\\ & \frac{1}{2} & 1 & \cdots & 1\\ & & \frac{1}{2} & \cdots & 1\\ & \bigcirc & & \ddots & \\ & & & & \frac{1}{2}\end{bmatrix}T \tag{7}$$

P 称为积分算子矩阵，而且有：

$$\int_0^t\int_0^{t_k}\cdots\int_0^{t_2}\boldsymbol{\Phi}(t_1)dt_1\cdots dt_k\doteq\boldsymbol{P}^k\boldsymbol{\Phi}(t) \tag{8}$$

考虑一个由线性常系数微分方程所描述的系统：

$$y^{(n)}(t)+\sum_{i=0}^{n-1}\alpha_iy^{(i)}(t)=\sum_{j=0}^{n-1}\beta_ju^{(j)}(t)+\sum_{i=0}^{n}\gamma_i\varepsilon^{(i)}(t) \tag{9}$$

这里，$u(t)$，$y(t)$，$\varepsilon(t)$ 分别是系统的输入、输出和噪声，$y^{(i)}(t)$，$\varepsilon^{(i)}(t)$，$u^{(i)}(t)$ 分别为它们的 i 阶导数，初始条件为：$u^{(j)}(0)=0,y^{(i)}(0)=0$ $(j=0,1,\cdots,n-1)$ $(i=0,1,\cdots,n)$，$\varepsilon(t)$ 是各态历经的，且具有零均值。

对(9)式在区间 $[0,\ t]$ 取积分 n 次可得（注意用到初始条件为零的假设）：

$$y(t)+\sum_{i=0}^{n-1}\alpha_i\boldsymbol{I}_y^{n-i}=\sum_{j=0}^{n-1}\beta_j\boldsymbol{I}_u^{n-j}+\sum_{i=0}^{n}\gamma_i\boldsymbol{I}_\varepsilon^{n-i} \tag{10}$$

其中：
$$\boldsymbol{I}_y^k=\int_0^t\int_0^{t_k}\cdots\int_0^{t_2}y(t_1)dt_1\cdots dt_k$$

I_u^k，I_ε^k 类似

用块脉冲函数及其积分算子，对积分方程(10)作近似，略去噪声的影响可得：

$$Y\Phi(t)+\sum_{i=0}^{n-1}\alpha_i YP^{n-i}\Phi(t)\doteq\sum_{j=0}^{n-1}\beta_j UP^{n-j}\Phi(t) \tag{11}$$

其中 $Y=[y_1,\ y_2,\cdots y_m]$； $y_i=\dfrac{y((i-1)T)+y(iT)}{2}$ $(i=1,\cdots,m)$

U 类似于 Y

从(11)式可得到向量方程：

$$Y+\sum_{i=0}^{n-1}\alpha_i YP^{n-i}=\sum_{j=0}^{n-1}\beta_j UP^{n-j} \tag{12}$$

当采样点足够多（m足够大），上式实际上为一矛盾方程组（略去噪声和积分近似处理所引起的）。采用最小二乘技术就可以求得参数 α_i $(i=0,1,\cdots,n-1)$，$\beta_j(j=0,1,\cdots,n-1)$，也就由采样数据获得了连续时间模型。

文[2]对各种方法的辨识精度，作了仿真比较，结果表明，块脉冲函数法具有最高的精度。文[5]从理论推导的角度说明了块脉冲函数法比一般的离散模型具有更高的描述精度。由于块脉冲函数法具有积分的本质，对噪声具有很强的抑制能力。

3. 块脉冲函数法用于在线辨识所存在的问题

通常，用于实时控制的过程参数的辨识必须在线进行。块脉冲函数法尽管是一种比较好的辨识方法，但不能直接用于在线辨识。其原因是：在在线辨识中，系统的初态(一个辨识周期的开始）是由系统本身的动态过程决定的，一般不是零，而且也很难测得，通常能得到的信息只有系统的输入输出采样值。从块脉冲函数法辨识的推导过程我们看到，系统的初始条件必须控制到零，如果我们不考虑非零初态的影响，得到的将是不正确的辨识结果（参见仿真实例）另外，非零均值的噪声对积分型辨识方法特别严重，因为随着时间延长误差被积累起来，为了处理好这些问题，我们必须对块脉冲函数法作出改进。

4. 改进的块脉冲函数法

考虑由方程(9)描述的连续时间系统，但具有非零初始条件和非零均值噪声。设系统初始条件为 $y^{(i)}(0)$和 $u^{(j)}(0)$，$\varepsilon(t)$的均值为E .

如果定义：

$$v(t)=\varepsilon(t)-E$$

那么，$v(t)$是具有零均值的噪声，对方程(9)从零到 t 积分 n 次可得

$$y(t)+\sum_{i=0}^{n-1}\alpha_i I_y^{n-i}=\sum_{j=0}^{n-1}\beta_j I_u^{n-j}+C_0+C_1t+\cdots C_nt^n \tag{13}$$

其中

$$C_n=E$$

$$C_{n-k}=y^{(n-k)}(0)+\sum_{i=k}^{n-1}\alpha_i y^{(i-k)}(0)-\sum_{i=k}^{n}\gamma_i v^{(i-k)}(0)-\sum_{j=k}^{n-1}\beta_j u^{(j-k)}(0)$$

当初始条件和E给定时C_i为常数。在一个具体的在线辨识周期中，只可能有一个初始时刻，尽管不知道初始条件的具体值，但它是完全确定的。E在一个辨识周期中也可以认为是常数。因而我们可以把C_i当作参数来估计。对于辨识问题，我们并不关心C_i与$y^{(i)}(0)$，$u^{(j)}(0)$，$v^{(i)}(0)$以及E的显式关系，估计C_i，即求出C_i的值不是我们的目的，我们这样作是为了消除非零初态和非零均值的影响，获得α_i，β_j的精确的参数估计。

用块脉冲函数及其积分算子对方程(13)作出近似，并略去噪声影响可得：

$$Y+\sum_{i=0}^{n-1}\alpha_i Y P^{n-i}=\sum_{j=0}^{n-1}\beta_j U P^{n-i}+C_0[1\ 1\cdots 1]+C_1[1\ 1\cdots 1]P$$
$$\cdots+C_n[1\ 1\cdots 1]P^n \tag{14}$$

同样，使用最小二乘估计方法，我们能获得参数α_i，β_j，C_i的估计，也就完成了方程(9)的参数估计。但在这个辨识过程中，并不要求初始条件为零，也不要求测量这些初始值（导数的初值是很难测到的），因而这种方法可用于在线辨识。此外，这种方法还可以用于非零均值干扰的场合。

5. 仿真实例

设一待辨识的连续时间系统为：

$$y^{(3)}(t)=a_2 y^{(2)}(t)+a_1 y^{(1)}(t)+a_0 y(t)+b_0 u(t)+\omega(t) \tag{15}$$

采样值由以下设定值得到。

输入　$u(t)=1(t)$；$a_1=-8$

$a_2=-6$；　$a_0=-6$；

$y^{(i)}(0)=1$；$(i=0,1,2,3)$；$E=0.2$

这是一个具有非零初值，非零均值噪声的辨识问题。我们分别用原始的块脉冲方法（不考虑非零初值影响）和本文提出的方法进行仿真，其结果如下。

（1）采用原始的块脉冲函数法，所得的参数估计为：

$a_2=1.093684592632727$；$a_1=-1.702629954168742$

$a_0=10.44016306771300$；$b_0=-12.39814312232193$

很明显，这个结果是完全错误的。

（2）通过使用本文提出的方法，所得的参数估计为：

$a_2=-5.999127750983462$；$a_1=-7.998857141938061$

$a_0=-5.998721588170156$；$b_0=1.999425483867526$

$C_0=1.010826573932674$　　$C_1=14.99728957468315$

$C_2=20.99927945467173$　　$C_3=0.199873612398450$

显然，改进的方法能获得很高的辨识精度。

参 考 文 献

[1] Palanisamy. K.R. and Bhattacharya, D. K. System Identification Via Block-Pulse Function. Int. J. Syst. Sci 12(1981)

[2] Sinha, N. K. and Zhou Qijie. Identification of Multivariable Continuous-Time System from Samples of Input-output Data. 控制理论与应用, 1, 1, (1984) 110—121

[3] Naresh K. Sinha. Estimation of Fransfer Function of Continuous System from Sampled Data. Proc. IEE No. 5 (1972)

[4] Smith, F.W. System Laplace-transform Estimation from Sampled Data. IEEE Trans AC—13 pp.37 (1968)

[5] 黄新生, 关于《Identification of Multivariable Continuous-Time System from Samples of Input -output Data》的注记, 控制理论与应用, Vol 4. No 2 (1987)

Block-pulse Function Identification Method Used for On-line Identification

Huang Xinshen

Abstract

Based on the block-pulse function method which is applicable only under zero initial value and zero-mean noises, a new identification method is developed for continuous-time systems from input-output data. As this method doesn't restrict initial values and noise average values to be zero, and needn't measure them at all, it can be used for on-line identification. Its high identification accuracy is demostrated by simulation examples.

KEY WORDS Identification, Parameter estimation, Time-domain analysis, Sampled data systems