

# 玻璃纤维增强复合材料的损伤分析

杨光松 周鸣鸿\*

(航天技术系)

**摘要** 本文对玻璃纤维增强复合材料层合板进行了拉、剪多向应力本构关系的实验研究,成功地用软 $x$ 射线照相观察到材料内部微裂纹沿纤维方向近似均匀分布,并沿裂纹面扩展至破坏的损伤形貌,同时结合声发射技术等监测其扩展规律。在此基础上建立了基于微观机制的微裂纹损伤模型,预测材料的损伤非线性本构关系和破坏,以及实验观察到的一些复合材料特有的损伤现象,理论预测结果与实验值吻合。

**关键词** 复合材料损伤,微裂纹,软 $x$ 射线,声发射技术

## 1. 引言

对现代工程结构如飞机、潜艇、宇航飞行器等结构破坏的分析表明,由复合材料制成的构件,其内部微裂纹或微缺陷等损伤及其扩展是导致结构失效甚至发生事故的重要原因。因此,当前国内外有关科技工作者都极其重视复合材料的损伤及其扩展问题的研究。最近美国机械工程师协会(ASME)关于固体力学发展趋势与前景中有关“纤维增强复合材料”的报导<sup>[1]</sup>,着重把无损检测、损伤判据、寿命预测、细观结构表征及非线性变形等课题确认为今后研究的重点课题。在国内,复合材料损伤与扩展问题的研究已被列为国家七五期间自然科学基金重点研究课题。

复合材料是一种非均质的各向异性材料,与金属材料相比,其损伤断裂问题更为突出,破坏机理也复杂得多。由于各组分材料的不同特性及工艺条件和温度、湿度等外部环境的影响,复合材料的损伤与断裂形式更是多种多样。就纤维增强复合材料来说,有基体开裂、界面脱胶、分层损伤及纤维拔出或断裂等多种形式。而且实际结构根据工程需要铺层,受力状态一般为多向

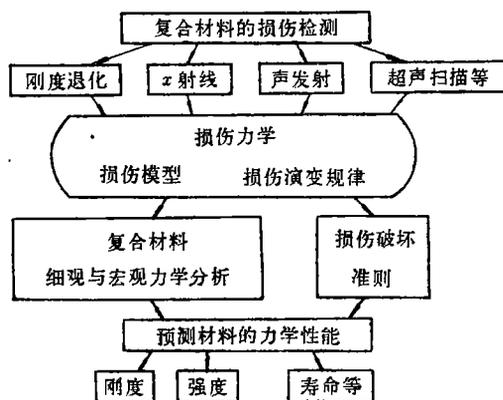


图 1 复合材料损伤分析流程图

应力, 往往出现几种损伤形式同时发生的情况, 因而使问题更为复杂。

复合材料的损伤分析如图 1 所示, 首先要用合适的无损检测方法检测材料内部的损伤形貌, 监测损伤扩展规律, 从而建立合适的损伤模型, 进行结构的损伤分析。

## 2. 拉剪多向应力本构关系的实验研究

由于圆筒试件受扭转、内压等外载的多向应力状态实验费用较高, 且较难测准其应力应变关系。因此, 我们在平板试件上进行剪切、拉剪多向应力实验, 并对拉力、剪力进行了标定, 选择合适的试件尺寸, 以便有足够大的均匀应力区。用云纹法、应变花等测试结果与理论计算值进行了验证。同时, 对  $0^\circ$ 、 $\pm 30^\circ$ 、 $\pm 45^\circ$ 、 $\pm 60^\circ$  及  $90^\circ$  试件进行了单向拉伸试验。

试件所用的原材料为南京玻纤院生产的高强 1# 玻璃纤维, 其拉伸模量  $E_f = 73.55$  GPa, 泊松比  $\nu_f = 0.22$ , 环氧基体拉伸模量  $E_m = 3.43$  GPa, 泊松比  $\nu_m = 0.35$ 。试件的纤维体积含量  $V_f = 0.48$ 。

$0^\circ$  单向拉伸试件尺寸为:  $240 \times 20 \times 1$  (mm),  $\pm 30^\circ$ ,  $\pm 45^\circ$ ,  $\pm 60^\circ$ ,  $90^\circ$  单向拉伸试件尺寸为:  $240 \times 20 \times 2$  (mm), 每组试验 5 个试件。

位移传感器标距为 50 mm。  $\pm 45^\circ$ ,  $\pm 60^\circ$  及  $90^\circ$  试件单向拉伸实验在 1 吨电子拉力试验机上进行, 加载速度为 1 毫米/分钟;  $0^\circ$  和  $\pm 30^\circ$  试件在 5 吨拉力试验机上进行。环境温度:  $26^\circ\text{C}$ , 相对湿度: 69%。

$0^\circ$  拉剪试件尺寸为:  $120 \times 95 \times 1$  (mm),  $\pm 30^\circ$ ,  $\pm 45^\circ$  和  $\pm 60^\circ$  对称角铺设拉剪试件尺寸为:  $120 \times 95 \times 2$  (mm), 如图 2 所示, 试件两端分别用高强度胶粘上两块 40 毫米宽的铝加强片, 并有  $11 \times 2$  (个)  $\phi 5$  钻孔, 以使用螺丝钉固紧。

拉剪夹具安装在拉伸机上, 并与油泵连接, 如图 3 所示。剪应力用载荷传感器测试, 拉剪夹具拉力臂上贴应变花标定后测试拉应力, 应变用贴在试件正反两面中心的应变花测试。应力分布状况用云纹栅测试。

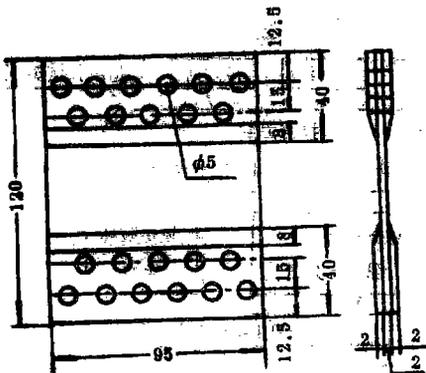


图 2 拉剪平板试件

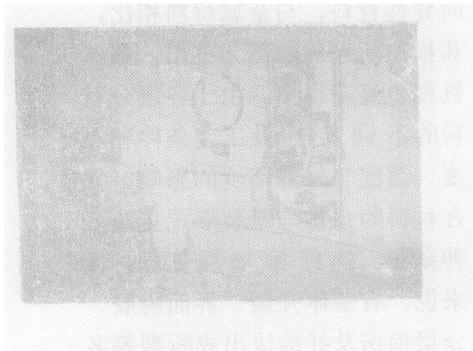


图 3 拉剪多向应力实验

实验结果见第四部分。详细实验过程及数据分析见文献<sup>[2]</sup>。

### 3. 玻璃纤维复合材料内部损伤的检测 ——软x射线结合声发射联合监测

#### 3.1 软x射线观测玻璃纤维复合材料内部微裂纹等缺陷

经过多次努力,我们成功地用国产TY0530-1型软x光机透照玻璃纤维复合材料,清晰地呈现出材料内部的微裂纹等损伤形貌。软x光机透照条件的选择等,详见文献[3]。

曝光曲线如图4,其密度值为:2.00~2.10。

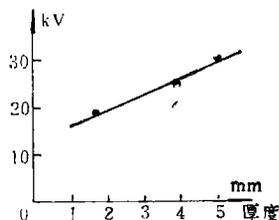


图4 曝光曲线

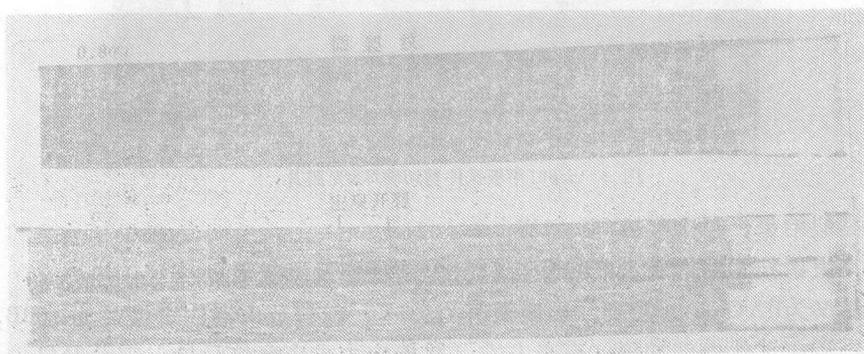


图5 0°单向拉伸破坏前后x光照片

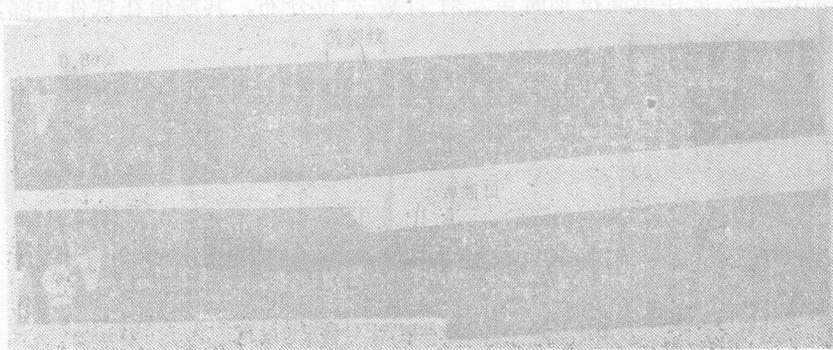


图6 ±45°单向拉伸破坏前后x光照片

图5和图6分别为0°和±45°试件单向拉伸时破坏前(80%左右破坏应力)及破坏后的软x光照片。显见微裂纹沿纤维方向近似均匀分布,并沿裂纹面扩展直至破坏。有趣的是,单向纤维复合材料0°试件,沿纤维方向拉伸时,裂纹仍沿纤维方向扩展,直至龟裂散开,并不是首先将纤维拉断,与强度理论预测结果不同[4]。

图7和图8分别为0°和±60°平板试件在剪切加载条件下破坏时软x光照片,显见裂纹仍沿纤维方向扩展,直至破坏。

## 宏观开裂

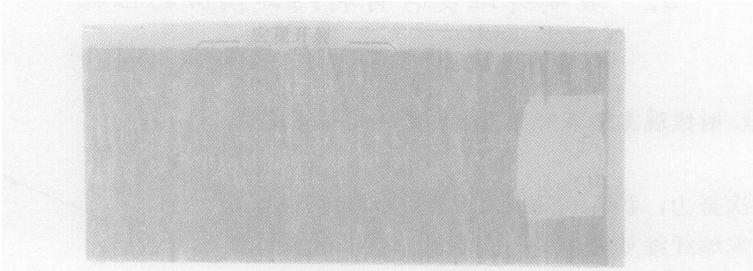


图 7 0°平板试件剪切破坏x光照片

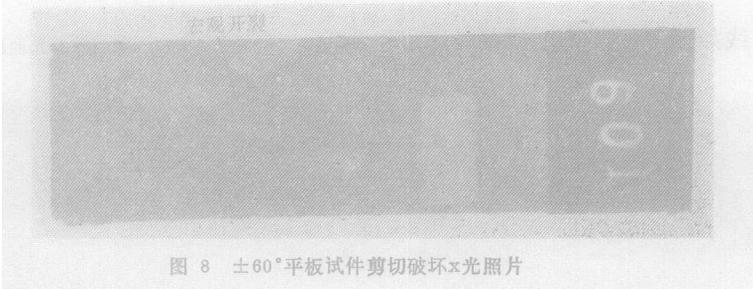


图 8 ±60°平板试件剪切破坏x光照片

其它类似结果, 见文献[5][6]。

### 3.2 声发射技术监测玻璃纤维复合材料内部损伤及其扩展

声发射仪为PAC-3000系列, 幅度阈值为0.1V, 前置放大器固定增益为40dB, 声发射探头分别放在试件中部相隔60毫米左右。并把应力或应变信号输入声发射仪, 得到应力或应变与声发射信号的关系, 便于声发射信号数据量化处理。实验装置如图3所示。

图9给出±45°试件单向拉伸时声发射计数定位分布, 其峰值在试件中部, 与试件断裂区域吻合, 如图6所示。

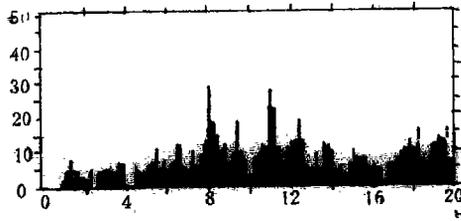


图 9 ±45°试件拉伸时AE计数定位分布

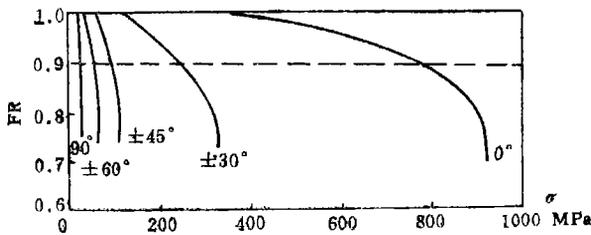


图 10 FR比值曲线

图10为单向拉伸时FR比值（重新加载时声发射初始应力与卸载时应力之比）与应力和铺设角之间的关系。显见FR比值为0.90左右可预测材料的破坏，并可表征外载引起的材料内部损伤。

图11为单向拉伸时声发射初始应力值和材料破坏时应力值与铺设角之间的关系。显然声发射初始应力值越小，破坏应力值越小。

其它实验结果见文献[5][6][7]。

### 3.3 软x射线结合声发射技术监测玻璃纤维复合材料的损伤演化规律

图12为声发射能量和损伤变量与应力的关系。其中损伤变量 $D=na^2$ ， $a$ 为裂纹平均长度， $n$ 为裂纹密度， $D_1$ 和 $D_2$ 分别表示垂直于纤维方向拉伸和剪切时损伤变量。显见，对于玻璃纤维复合材料，单向拉伸和剪切加载引起的损伤及损伤扩展规律均不相同，即它们的损伤机理不同，需定义不同的损伤变量。

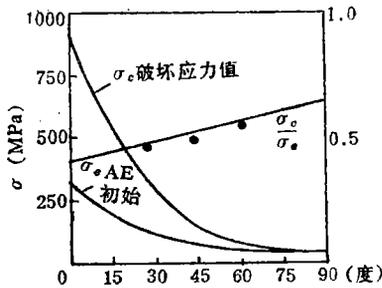


图 11 AE初始应力与破坏应力曲线

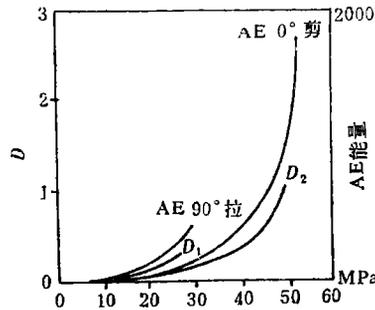


图 12 AE能量和损伤变量与应力的关系

## 4. 纤维复合材料微裂纹损伤理论及计算结果与实验值比较

如前所述：玻璃纤维复合材料在均布应力加载中，产生的微裂纹等内部缺陷始终接近均匀分布，并沿纤维方向扩展直至破坏。以此为基准，根据复合材料的特性，先导出单层板的损伤本构关系，从而得到层合板的损伤本构关系，其损伤破坏可按最弱层分析，一步一步直到整个构件破坏。

### 4.1 复合材料单层板损伤分析

设单层板内存在沿某一方向均匀分布的微裂纹，取一特征体积微元， $dv=dx dy h$ ， $h$ 为单层板厚度。设微元内 $\theta$ 方向有 $N$ 个均匀分布微裂纹，每个裂纹的面积为 $A_1, A_2, \dots, A_N$ ，如图13所示。

设微元的应变能为 $U(A_1, A_2, \dots, A_N)$ ，则

$$U(A_1, A_2, \dots, A_N) = U(0) + \sum_{k=1}^N \int_0^{A_k} \frac{\partial U}{\partial A_k} dA_k \quad (4.1)$$

如果每个裂纹面积大小相等，则

$$A_k = 2ah (k=1, 2, \dots, N) \quad (4.2)$$

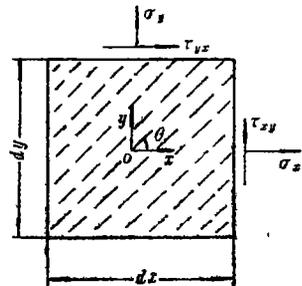


图 13 裂纹沿θ方向均布微元

材料的应变能密度函数记为  $u$ ，单位面积内的裂纹个数为  $n$ ，由(4.1)和(4.2)式得

$$u = u^0 + 2n \int_0^a \frac{dU}{da} da \quad (4.3)$$

式中  $u^0$  为无裂纹时应变能密度函数。

经冗长推导，见文献<sup>[8][9]</sup>，得单层板的损伤本构关系：

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \bar{a}'_{11} \sigma_x + \bar{a}'_{12} \sigma_y + \bar{a}'_{16} \tau_{xy} \\ \varepsilon_y &= \bar{a}'_{21} \sigma_x + \bar{a}'_{22} \sigma_y + \bar{a}'_{26} \tau_{xy} \\ \gamma_{xy} &= \bar{a}'_{61} \sigma_x + \bar{a}'_{62} \sigma_y + \bar{a}'_{66} \tau_{xy} \end{aligned} \right\} \quad (4.4)$$

式中  $\bar{a}'_{ij}$  ( $i, j=1, 2, 6$ ) 为有效偏轴柔量分量，且为对称张量分量。

$$\left. \begin{aligned} \bar{a}'_{11} &= a'_{11} (1 + D_1 \beta_{xx_1} + D_2 \beta_{xx_2}) \\ \bar{a}'_{12} &= a'_{12} (1 + D_1 \beta_{xy_1} + D_2 \beta_{xy_2}) \\ \bar{a}'_{22} &= a'_{22} (1 + D_1 \beta_{yy_1} + D_2 \beta_{yy_2}) \\ \bar{a}'_{16} &= a'_{16} (1 + D_1 \beta_{xy_1} + D_2 \beta_{xy_2}) \\ \bar{a}'_{26} &= a'_{26} (1 + D_1 \beta_{yy_1} + D_2 \beta_{yy_2}) \\ \bar{a}'_{66} &= a'_{66} (1 + D_1 \beta_{\gamma\gamma_1} + D_2 \beta_{\gamma\gamma_2}) \end{aligned} \right\} \quad (4.5)$$

式中  $a'_{ij}$  ( $i, j=1, 2, 6$ ) 为偏轴柔量分量， $D_1, D_2$  分别为拉伸型和剪切型损伤变量， $B =$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \left[ \sqrt{\frac{a_{22}}{a_{11}}} + \frac{2a_{12} + a_{66}}{2a_{11}} \right]^2 \quad \text{其中}$$

$$\left. \begin{aligned} \beta_{xx_1} &= \frac{2B}{a'_{11}} \sqrt{a_{11} a_{22}} \sin^4 \theta, & \beta_{xx_2} &= \frac{2B}{a'_{11}} a_{11} \cos^2 \theta \sin^2 \theta \\ \beta_{xy_1} &= \frac{2B}{a'_{12}} \sqrt{a_{11} a_{22}} \cos^2 \theta \sin^2 \theta, & \beta_{xy_2} &= -\frac{2B}{a'_{12}} a_{12} \cos^2 \theta \sin^2 \theta \\ \beta_{yy_1} &= \frac{2B}{a'_{22}} \sqrt{a_{11} a_{22}} \cos^4 \theta, & \beta_{yy_2} &= \frac{2B}{a'_{22}} a_{11} \cos^2 \theta \sin^2 \theta \\ \beta_{xy_1} &= -\frac{2B}{a'_{16}} \sqrt{a_{11} a_{22}} \sin^2 \theta \sin 2\theta, & \beta_{xy_2} &= -\frac{B}{a'_{16}} a_{11} \cos 2\theta \sin 2\theta \\ \beta_{yy_1} &= -\frac{2B}{a'_{26}} \sqrt{a_{11} a_{22}} \cos^2 \theta \sin 2\theta, & \beta_{yy_2} &= -\frac{B}{a'_{26}} a_{11} \cos 2\theta \sin 2\theta \\ \beta_{\gamma\gamma_1} &= -\frac{2B}{a'_{66}} \sqrt{a_{11} a_{22}} \sin^2 2\theta, & \beta_{\gamma\gamma_2} &= \frac{2B}{a'_{66}} a_{11} \cos^2 2\theta \end{aligned} \right\} \quad (4.6)$$

有效偏轴弹性模量、剪切模量、泊松比及拉剪耦合系数为：

$$\left. \begin{aligned} \bar{E}_x &= E_x / (1 + D_1 \beta_{xx_1} + D_2 \beta_{xx_2}) \\ \bar{E}_y &= E_y / (1 + D_1 \beta_{yy_1} + D_2 \beta_{yy_2}) \\ \bar{G}_{xy} &= G_{xy} / (1 + D_1 \beta_{\gamma\gamma_1} + D_2 \beta_{\gamma\gamma_2}) \\ \nu_{yx} &= \nu_{yx} \frac{1 + D_1 \beta_{xy_1} + D_2 \beta_{xy_2}}{1 + D_1 \beta_{xx_1} + D_2 \beta_{xx_2}} \end{aligned} \right\} \quad (4.7)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{\eta}_{xy,x} &= \eta_{xy,x} \frac{1 + D_1\beta_{x\gamma_1} + D_2\beta_{x\gamma_2}}{1 + D_1\beta_{xx_1} + D_2\beta_{xx_2}} \\ \bar{\eta}_{xy,y} &= \eta_{xy,y} \frac{1 + D_1\beta_{y\gamma_1} + D_2\beta_{y\gamma_2}}{1 + D_1\beta_{yy_1} + D_2\beta_{yy_2}} \end{aligned} \right\}$$

且有

$$\left. \begin{aligned} \bar{\nu}_{xy} &= \bar{\nu}_{yx} \frac{\bar{E}_y}{\bar{E}_x} = \nu_{xy} \frac{1 + D_1\beta_{xy_1} + D_2\beta_{xy_2}}{1 + D_1\beta_{yy_1} + D_2\beta_{yy_2}} \\ \bar{\eta}_{x,xy} &= \bar{\eta}_{xy,x} \frac{\bar{G}_{xy}}{\bar{E}_x} = \eta_{x,xy} \frac{1 + D_1\beta_{x\gamma_1} + D_2\beta_{x\gamma_2}}{1 + D_1\beta_{\gamma\gamma_1} + D_2\beta_{\gamma\gamma_2}} \\ \bar{\eta}_{y,xy} &= \bar{\eta}_{xy,y} \frac{\bar{G}_{xy}}{\bar{E}_y} = \eta_{y,xy} \frac{1 + D_1\beta_{y\gamma_1} + D_2\beta_{y\gamma_2}}{1 + D_1\beta_{\gamma\gamma_1} + D_2\beta_{\gamma\gamma_2}} \end{aligned} \right\} \quad (4.8)$$

现在考虑一些特例：

1) 对于材料的主方向： $\theta = 0^\circ$

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= a_{11}\sigma_x + a_{12}\sigma_y, \quad \varepsilon_y = a_{12}\sigma_x + a_{22}\sigma_y \\ \gamma_{xy} &= a_{66}\tau_{xy} \end{aligned} \right\} \quad (4.9)$$

玻璃纤维复合材料的主方向柔量分量（实验值）为：

$$\left. \begin{aligned} a_{11} &= 26.37 \text{MPa}^{-1}, \quad a_{12} = -7.964 \text{MPa}^{-1} \\ a_{22} &= 99.0 \text{MPa}^{-1}, \quad a_{66} = 206.4 \text{MPa}^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (4.10)$$

且

$$\bar{a}_{22} = a_{22}(1 + D_1\beta_{yy}), \quad \bar{a}_{66} = a_{66}(1 + D_2\beta_{\gamma\gamma}) \quad (4.11)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} \beta_{yy} &= \frac{2B}{a_{22}} a_{11} a_{22} = 1.71935 \\ \beta_{\gamma\gamma} &= 2B \frac{a_{11}}{a_{66}} = 0.425625 \end{aligned} \right\} \quad (4.12)$$

损伤内变量的对偶力（损伤势能释放率）：

$$\left. \begin{aligned} Y_1 &= \frac{\partial u_c}{\partial D_1} = \frac{\partial u}{\partial D_1} = \frac{1}{2} a_{22} \beta_{yy} \sigma_y^2 \\ Y_2 &= \frac{\partial u_c}{\partial D_2} = \frac{\partial u}{\partial D_2} = \frac{1}{2} a_{66} \beta_{\gamma\gamma} \tau_{xy}^2 \end{aligned} \right\} \quad (4.13)$$

如图12所示，由声发射能量累积规律及软  $x$  射线照相的裂纹扩展规律，得损伤演化规律近似为如下形式：

$$\left. \begin{aligned} D_1 &= B_1 \left[ \left( \frac{Y_1}{Y_{10}} \right)^{a_1} - 1 \right] \\ D_2 &= B_2 \left[ \left( \frac{Y_2}{Y_{20}} \right)^{a_2} - 1 \right] \end{aligned} \right\} \quad (4.14)$$

且有

$$\left. \begin{aligned} Y_0 = Y_{10} = Y_{20} &= 5.3116 \times 10^{-3} \text{MPa} \\ \sigma_0 &= 7.9 \text{MPa}, \quad \tau_0 = 11.0 \text{MPa} \\ \alpha_1 &\doteq 1.0, \quad \alpha_2 \doteq 2.0 \\ B_1 &= 3.7239 \times 10^{-3}, \quad B_2 = 3.8582 \times 10^{-3} \end{aligned} \right\} \quad (4.15)$$

A、垂直于纤维方向拉伸

$$\varepsilon_y = a_{22} \left[ 1 + B_1 \left( \frac{\sigma_y^2}{\sigma_0^2} - 1 \right) \right] \sigma_y \quad (4.16)$$

$$\left. \begin{aligned} B_1' &= B_1 \beta_{yy} = 6.4027 \times 10^{-3} \\ D_{1c} &= 0.056217 \end{aligned} \right\} \quad (4.17)$$

$D_{1c}$ 为拉伸破坏时损伤临界值。

$B_1$ 纯剪切

$$\gamma_{xy} = a_{66} \left[ 1 + B_2' \left( \frac{\tau_{xy}^4}{\tau_0^4} - 1 \right) \right] \tau_{xy} \quad (4.18)$$

$$\left. \begin{aligned} B_2' &= B_2 \beta_{\gamma\gamma} = 1.6422 \times 10^{-3} \\ D_{2c} &= 1.8453 \end{aligned} \right\} \quad (4.19)$$

$D_{2c}$ 为剪切破坏时损伤临界值。

2) 单层板偏轴  $\theta$  角单向拉伸

$$\varepsilon_x = a_{11}' (1 + D_1 \beta_{xx_1} + D_2 \beta_{xx_2}) \sigma_x \quad (4.20)$$

$$\left. \begin{aligned} D_1 &= B_1 \left[ \sin^4 \theta \frac{\sigma_x^2}{\sigma_0^2} - 1 \right] \\ D_2 &= B_2 \left[ \cos^4 \theta \sin^4 \theta \frac{\sigma_x^4}{\sigma_0^4} - 1 \right] \end{aligned} \right\} \quad (4.21)$$

式中  $\beta_{xx_1}$ ,  $\beta_{xx_2}$  如式(4.6),  $\bar{E}_x$ ,  $\bar{\nu}_{yx}$ ,  $\bar{\eta}_{xy,x}$ ,  $\bar{\eta}_{xy,y}$  等预测值按式(4.7)和(4.8)计算。

3) 单层板  $\theta$  角偏轴剪切

$$\gamma_{xy} = a_{66}' (1 + D_1 \beta_{\gamma\gamma_1} + D_2 \beta_{\gamma\gamma_2}) \quad (4.22)$$

$$\left. \begin{aligned} D_1 &= B_1 \left[ \sin^2 2\theta \frac{\tau_{xy}^2}{\tau_0^2} - 1 \right] \\ D_2 &= B_2 \left[ \cos^4 2\theta \frac{\tau_{xy}^4}{\tau_0^4} - 1 \right] \end{aligned} \right\} \quad (4.23)$$

式中  $\beta_{\gamma\gamma_1}$ ,  $\beta_{\gamma\gamma_2}$  如式(4.6),  $\bar{G}_x$ ,  $\bar{\eta}_x$ ,  $\bar{\eta}_y$ ,  $\bar{\eta}_{xy}$  等预测值按式(4.7)和(4.8)计算。

4) 纤维方向拉伸破坏预测

计算得试件中心部位垂直于纤维方向的拉伸应力为纤维方向拉伸应力的3.1%左右, 则

$$D_1 = B_1 \left[ \left( \frac{0.031 \sigma_x}{\sigma_0} \right)^2 - 1 \right] \quad (4.24)$$

当  $D_1 = D_{1c}$  时, 纤维方向拉伸应力破坏值为:

$$\sigma_{x_0} = 1022.42 \text{MPa} \quad (4.25)$$

与实验值916.92MPa比较, 误差-11.5%, 比较接近。

#### 4.2 复合材料层合板损伤分析

由式(4.15)至(4.22)知, 若记

$$\bar{a}_{ij}(D) = a_{ij} + a_{ij}^D, \quad \bar{a}'_{ij}(D) = a'_{ij} + a'_{ij}^D \quad (4.26)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} a_{22}^D &= 2B\sqrt{a_{11}a_{22}}D_1 \\ a_{66}^D &= 2Ba_{11}D_2 \\ \text{其它各分量} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.27)$$

则 $a'_{ij}, a'_{ij}^D$ 与 $a_{ij}, a_{ij}^D$ 一样遵循坐标转换关系。

为了方便推导, 下面用矩阵形式。(4.26)式为

$$[\bar{a}'] = [T]_e [\bar{a}] [T]_e^T \quad (4.28)$$

式中 $[T]_e$ 为应变转换矩阵,  $[T]_e^T$ 为 $[T]_e$ 的转置矩阵。

经过冗长推导, 见文献<sup>[6][9]</sup>, 得复合材料层合板某一单层的应力为:

$$\{\sigma_L\} = [\bar{Q}] [T]_e^T [\bar{a}^*] \{\sigma_x\} \quad (4.29)$$

式中 $\{\sigma_L\}$ 为材料主方向的应力矩阵,  $\{\sigma_x\}$ 为层合板内的平均应力矩阵,  $[\bar{Q}]$ 为材料主方向有效弹性模量矩阵,  $[T]_e^T$ 为向单层板主方向转换的应变转换矩阵,  $[\bar{a}^*]$ 为正则化有效刚度系数 $[\bar{A}^*]$ 的逆矩阵。

当裂纹沿纤维方向分布、扩展时, 裂纹面上的正应力和剪应力分别为:

$$\left. \begin{aligned} \sigma &= \bar{Q}_{2m} T_{\sigma mn}^T \bar{a}_{nj}^* \sigma_j \\ \tau &= \bar{Q}_{66} T_{\sigma 6n}^T \bar{a}_{nj}^* \sigma_j \end{aligned} \right\} \quad (m, n, j=1, 2, 6) \quad (4.30)$$

损伤演变规律仍为(4.14)式。层合板的本构方程为:

$$\{\varepsilon_x\} = [\bar{a}^*] \{\sigma_x\} \quad (4.31)$$

显然, 即使对于对称角铺设情形, 如果 $\theta$ 方向和 $-\theta$ 方向的损伤及其扩展不对称, 也存在拉剪耦合效应, 即 $\bar{a}_{16}^* \neq 0$ ,  $\bar{a}_{26}^* \neq 0$ , 仅当损伤及其扩展对称时,  $\bar{a}_{16}^* = \bar{a}_{26}^* = 0$ , 即不存在拉剪耦合影响。

损伤破坏准则仍为(4.17)和(4.19)式。

下面给出部分计算结果及与实验值比较。

图14和图15给出 $0^\circ$ 、 $90^\circ$ 及 $\pm 30^\circ$ 、 $\pm 45^\circ$ 、 $\pm 60^\circ$ 层合板的单向拉伸曲线。显见 $0^\circ$ 试件为线性曲线,  $90^\circ$ 试件非线性不很明显,  $\pm 45^\circ$ 试件非线性很明显。

图16为 $\pm 30^\circ$ 、 $\pm 45^\circ$ 、 $\pm 60^\circ$ 及 $90^\circ$ 试件单向拉伸时泊松比曲线。显见 $\pm 60^\circ$ 和 $90^\circ$ 试件泊松比随加载稍有下降, 而 $\pm 30^\circ$ 和 $\pm 45^\circ$ 试件泊松比随加载上升, 且都超过0.5, 特别是对 $\pm 30^\circ$ 试件, 已达0.9, 这是与各向同性材料如金属不同的复合材料特有的损伤现象, 图17为 $0^\circ$ 、 $\pm 30^\circ$ 、 $\pm 45^\circ$ 、 $\pm 60^\circ$ 试件纯剪切加载时应力应变曲线。显见铺设角从 $0^\circ$ 增至 $45^\circ$ 时剪切模量增大, 互为余角时模量相等, 而剪切破坏值不等。

图18为 $0^\circ$ 平板试件纯剪切与拉剪曲线比较。显见剪切模量不变, 但随着拉伸应力增大, 其剪切应变增大, 而剪切强度和剪应变强度减小。

图19为 $\pm 45^\circ$ 层合板试件拉( $\sigma = \tau$ )剪曲线。显见 $\pm 45^\circ$ 层合板承受剪切能力较强, 但

不宜承受拉伸应力。

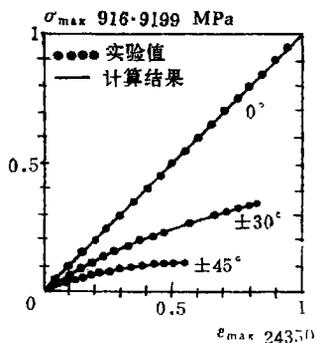


图 14 层合板拉伸曲线(I)

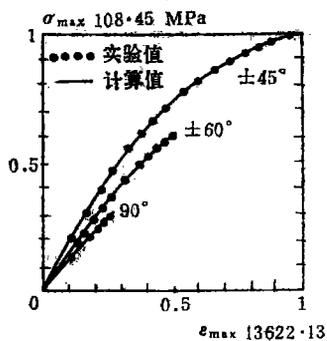


图 15 层合板拉伸曲线(II)

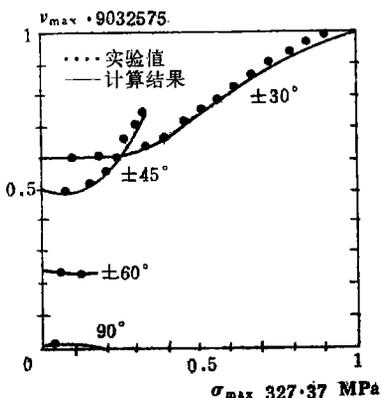


图 16 层合板泊松比曲线

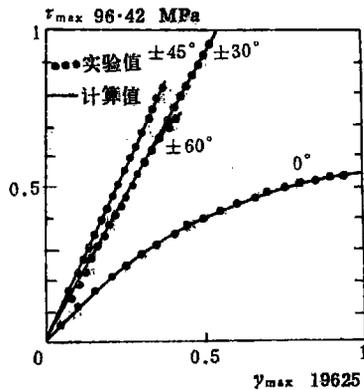


图 17 层合板剪切曲线

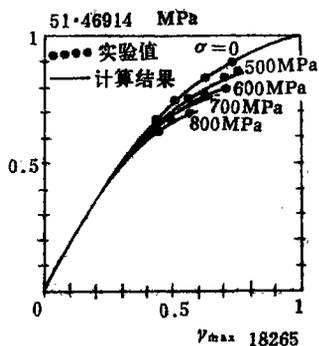


图 18 0°试件拉剪曲线比较

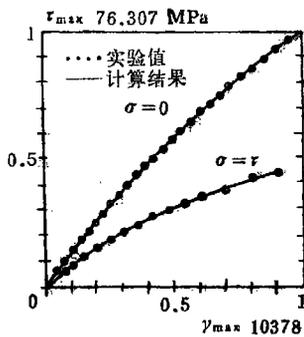


图 19 ±45°层合板拉剪曲线

### 5. 简单讨论及结论

本文的初步研究结果表明：

1) 软  $x$  射线照相清晰地呈现出玻璃纤维复合材料的内部微裂纹等损伤形貌, 结合声发射计数和能量分布等初步定量化结果, 对复合材料损伤分析提供了损伤演变规律的直接测试手段。

2) 与圆筒等试件的多向应力实验相比, 平板拉剪多向应力实验是测试复合材料多向应力非线性本构关系的有效、简便而经济的方法。

3) 纤维增强复合材料微裂纹损伤理论基于材料的微观损伤机理提出了合理的损伤模型, 类似于断裂力学的 I、II 型应力强度因子定义的 I、II 型损伤变量, 具有明显的物理意义, 并与目前其它细观损伤模型类似。结合复合材料细观力学, 结构力学、以及建立的相应损伤破坏准则, 形成完整的复合材料损伤分析方法。

4) 微裂纹损伤理论的数值计算结果与实验值相当吻合。特别是对平行于纤维方向的拉伸龟裂现象, 纤维方向拉伸引起的剪切耦合损伤, 及单向拉伸试件的泊松比随外载增加而增大等复合材料损伤特有现象, 得到了合理的解释和较准确的预测结果。

5) 本文所用的软  $x$  射线和声发射无损检测技术及平板拉剪多向应力实验也适用于其它材料, 如对我校研制的探空火箭的喷管进行了软  $x$  射线无损检测即为一例。复合材料微裂纹损伤理论虽然是根据玻璃纤维复合材料的损伤形貌导出的, 也可用于其它纤维增强复合材料, 只要微裂纹接近均匀分布, 并沿裂纹方向扩展。

### 参 考 文 献

- [1] Christenson, R.M. Fiber Reinforced Composite Materials. Appl. Mech. Rev., 38, 10 (1985)
- [2] Yang Guangsong, Shan Xiaoqiang, Wan Xinye and Hao Songlin. An Experimental study on the Constitutive Relation of Composite Subjected to Tensile and shear Loads. ICAEM, Tianjin, China, May 1988, A-27
- [3] 刘彼德, 陆寅初, 杨光松等. 软  $x$  射线透照玻璃纤维复合材料的应用. 《无损探伤》1988, 2, P14
- [4] Yang Guangsong and Huang Yan. General Strength Theory and Principle Stress Theory. ISCMS WIP, Beijing, China, June 1986, P45
- [5] Yang Guangsong and Liu Pide. An Advanced Method Measuring the Internal Damage in GFRP—Acoustic Emission and soft X-Ray. VI ICEM, Portland, Oregon, June 1988
- [6] Yang Guang-song and shan Xiaoqiang. The Applications of Soft X-Ray and AE Techniques to the Measurement of Internal Damage in Glass/Epoxy Composite. ICAEM, Tianjin, China, May 1988, G-9
- [7] Yang Guangsong and Shan Xiaoqiang. Monitoring the Accumulation of Damage in GFRP by Acoustic Emission. 5th Pan Pacific Conference on NDT, April 1987
- [8] Yang Guangsong and Lu Yinchu. The Micro-cracks Damage Theory for Fiber Composites. IUTAM 17th Congress of Theoretical and Applied Mechanics, Grenoble, France, 1988
- [9] 杨光松, 陆寅初. 复合材料微裂纹损伤理论. 第五届全国断裂学术会议论文集(第二册) 1988.5 桂林. P761

## The Damage Analysis for Glass/Epoxy Composites

Yang Guangsong Zhou Minji

### Abstract

In this paper, we successfully took the soft x-ray radiographs that distinctly showed the internal damage such as microcracks in glass/epoxy composites. The failure mechanisms and damage evolution law could be effectively obtained from these radiographs co-operating with AE results. Based upon the fact that the orientation of microcracks in fiber composites under loading is invariably in parallel with fiber, we define the damage variables correspond to mode I and II in macroscopic fracture mechanics, and obtain the constitutive equations for the damaged lamina and laminate. The calculated results coincide closely with the experimental results.

**Key words** Damage in composite, Microcracks soft x-ray, AE technique

## Analytical Method for Solving Free Vibration of Rectangular Plates

Huang Yan

### Abstract

A general solution of differential equation for lateral displacement function in free vibration of rectangular thin plates is established in this paper. It can be used to solve vibration problem of rectangular plate with arbitrary boundaries. For example, the fundamental frequency of a plate with two opposite edges fixed and the other two edges free is solved.

**Key words** Free vibration Fundamental Frequency