

Faraday筒的瞬态特性

何一平 刘存华 李享生

(应用物理系)

摘要 本文考虑趋肤效应,从理论上给出了Faraday筒的瞬态特性。分析表明, Faraday筒有一个与其结构有关的本征频率 ω_c , 当被测信号频率 $\omega \ll \omega_c$ 时, Faraday筒的瞬态特性函数是一常数; 当 $\omega \geq \omega_c$ 时, Faraday筒的瞬态特性函数是一常量和一衰减振荡量的叠加, 此时, Faraday筒对被测信号有严重畸变。

关键词 Faraday筒, 瞬态特性、趋肤效应, 本征频率, 畸变

1. 引言

从相对论电子束加速器上获得的电子束, 其流密度可达 $40 \sim 200 \text{KA/cm}^2$, 脉宽约为 $50 \sim 100 \text{ns}$, 电子动能可达几个到十几个 MeV ^[1]。功率如此之高的电子束流, 用通常的测量手段测量其流强是不行的。为此, 人们普遍采用Faraday筒来测量它。

需解决的问题是了解 Faraday筒的瞬态特性, 弄清被测信号和所获信号之间的关系。为解决这一问题, 我们对Faraday筒用等效电路的方法, 并计入入射信号和本征振荡具有不同的趋肤效应, 给出了Faraday筒的瞬态特性函数, 进而给出了 Faraday筒各种几何参数的理论要求。

2. 影响Faraday筒测试精度的因素

当高能电子束入射到Faraday筒吸收体上时(参见图1), 只要吸收体足够厚, 它

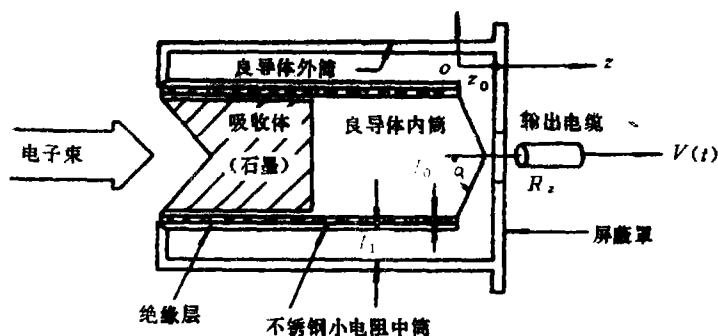


图1 Faraday筒的结构

将收集全部入射电子（不考虑散射损失）。由于入射电子在吸收体中受阻，将在Faraday筒内建立起瞬态电磁场，并使内一中筒间产生一个传导电流。或用小电阻测其压降，或直接测量该传导电流，就是我们所测得的信号。

影响所测信号真实性的因素很多。首先，传导电流一般不同于入射束流。由于Faraday筒内有电容和电感存在，所测得的信号与入射束流波形之间不呈线性关系，本文将着重讨论这一不一致性。其次，在电子枪阳极和Faraday筒前端所形成的电容 C_a 和电感 L_a ，Faraday筒末端与屏蔽罩之间形成的电容 C_r 和电感 L_r ，不锈钢小电阻 R 的厚度、Faraday筒与取信号电缆的特性阻抗的匹配情况等诸因素都会使测试结果失真。本文对后述诸因素将略作讨论。

3. Faraday筒的瞬态特性

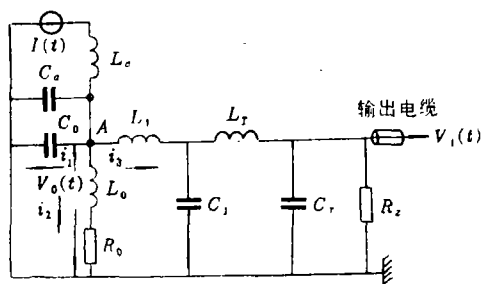


图2 Faraday筒的等效电路

参见图1，不考虑内筒和中筒的漏电和外筒上的电阻，可以得到图2所示的等效电路。由于 $I(t)$ 不是普通的传导电流，而是高能电子束流，通常可认为，在外场只有导引磁场的情况下和所考虑的工作区域内，电子束的输运对束流形状影响不大，即忽略 C_a 和 L_a 对束流的影响。同时，在匹配输出的条件下（即 $V_0(t) = V_1(t)$ ），有 $\sqrt{L_1/C_1} = \sqrt{L_r/C_r} = R_z$ ，由于 R_z 远

大于由 L_0 和 R_0 所形成的电抗，可认为 $i_3 = 0$ （ $\because i_3 \ll i_{1,2}$ ），此时可将外筒与中筒形成的同轴线看成是输出电缆的一部分，而 L_0 和 R_0 上的压降 $V_0(t)$ 则作为输入信号加到输出电缆的输入端。图2中， C_0 、 R_0 和 L_0 是内筒与中筒间的电容、电阻和电感， C_1 和 L_1 是外筒与中筒间的电容和电感。

根据上述分析，我们只考虑Faraday筒的方波响应，不难得到关于 i_1 和 i_2 的微分积分方程和初值条件

$$\begin{cases} I_0 = i_1 + i_2 \\ \int (1/C_0) i_1 dt = L_0 di_2/dt + R_0 i_2 \end{cases} \quad (3.1)$$

$$i_1(0) = I_0 \quad i_2(0) = di_2(0)/dt = 0 \quad (3.2)$$

式中 I_0 是方波的幅值。由上两式可得

$$\begin{aligned} i_2(t) &= I_0 \left[1 - e^{-\delta t} \left(\cos \omega_c t - \frac{\delta}{\omega_c} \sin \omega_c t \right) \right] \\ &\approx I_0 (1 - e^{-\delta t} \cos \omega_c t) \end{aligned} \quad (3.3)$$

由上式和图2可得

$$\begin{aligned} V_0(t) &= I_0 R_0 + I_0 e^{-\delta t} \sin \omega_c t \left(\frac{\delta}{\omega_c} R_0 - \frac{\delta^2}{\omega_c} L_0 + \omega_c L_0 \right) \\ &\approx I_0 R_0 + I_0 \sqrt{L_0/C_0} e^{-\delta t} \sin \omega_c t \end{aligned} \quad (3.4)$$

式中

$$\delta = R_0 / (2L_0) \quad \omega_c = \sqrt{1 / (L_0 C_0) - \delta^2} \approx \sqrt{1 / (L_0 C_0)} \gg \delta \quad (3.5)$$

一般, $C_0 \approx 10^{-8}(f)$, $L_0 \approx 10^{-11}(h)$, $R_0 \approx 10^{-3}(\Omega)$, 有 $\sqrt{L_0/C_0} \gg R_0$ 。这表明, 当入射到 Faraday 筒上的束流信号为一方波时, Faraday 筒测得的信号由两部分组成, 一为常数部分, 其大小与 I_0 成正比; 一为振幅量指数衰减的振荡部分, 这一部分的影响不能忽略。这一结论与已有的实验结果不一致^[2]。

我们发现, 理论与实验不一致的原因是没有考虑趋肤效应的影响。设入射波的频率为 ω , 它在 Faraday 筒上的趋肤深度为 $d(\omega)$ 。由于 Faraday 筒中有电容和电感存在, 当入射信号到达筒体上时, 其畸变信号的频率为 ω_c , 趋肤深度为 $d(\omega_c)$ 。显然, 只有在离筒体表面深度为 $d(\omega_c)$ 处范围内的传导电流才能对畸变信号有明显贡献; 等价地, Faraday 筒仅对离导体表面深度为 $d(\omega_c)$ 处的范围内才对入射信号产生明显调制。当 $\omega \ll \omega_c$ 时, $d(\omega) \gg d(\omega_c)$, 被明显调制的人射信号要比未被明显调制的人射信号小得多, 此时与 ω_c 有关的项可忽略不计, $i_2(t) \approx I_0$, 此与文献[2]的结果一致。当 $\omega \approx \omega_c$ 时, 响应函数由式(3.3)和式(3.4)给出, Faraday 筒对入射信号严重畸变。

考虑了 ω 和 ω_c 所形成的两个趋肤效应后, 为得到 Faraday 筒的瞬态特性函数, 我们把传导电流分为两层, 一层为振荡波不可忽略层, 其深度为 $d(\omega_c)$, 一层为振荡波可忽略层, 其深度为 $d(\omega) - d(\omega_c)$, 于是可得传导电流 i_2 对单位方波的响应函数

$$h_i(t) \approx 1 - H(\omega, \omega_c) e^{-\delta t} \cos \omega_c t \quad (3.6)$$

同样可得关于 $V_0(t)$ 的响应函数

$$h_v(t) \approx R_0 + H(\omega, \omega_c) \sqrt{L_0/C_0} e^{-\delta t} \sin \omega_c t \quad (3.7)$$

式中

$$\begin{aligned} H(\omega, \omega_c) &= d(\omega) \int_0^{d(\omega_c)} e^{-z/\sqrt{\omega/\omega_c}} dz \\ &= 1 - \exp(-\sqrt{\omega/\omega_c}) \end{aligned} \quad (3.8)$$

4. 讨论与结论

1) 由式(3.8)知, 当 $\omega \ll \omega_c$ 时, $H(\omega, \omega_c) \ll 1$, $h_i(t) \approx 1$, 这表明 Faraday 筒的传导电流对入射束流的方波响应是线性的。当 $\omega \approx \omega_c$ 时, Faraday 筒的测试信号关于入射束流明显畸变。注意到 $\omega_c \approx (L_0 C_0)^{-1/2}$, 将介电常数和磁导率均取真空中的值, 就得到 ω_c 的极大值

$$\omega_{c \max} = 3 \times 10^8 l^{-1} \quad (4.1)$$

此即能被 Faraday 筒无畸变测量的入射束流的频率上限。式中 l 为 Faraday 筒的长度。

2) 由式(3.6)知, 要 $i_2(t)$ 无畸变, 仅需

$$\omega \ll \omega_c, \text{ 使 } H(\omega, \omega_c) \ll 1 \quad (4.2)$$

上式与内中筒之间的距离 $b - a$ 无关。要 $V_0(t)$ 无畸变, 根据(3.7)式, 要求

$$\frac{\ln(b/a)}{2\pi \epsilon_0 C R_0} H(\omega, \omega_c) \ll 1 \quad (4.3)$$

式中 C 是光在内中筒之间传播的速度, ϵ_0 为介电常数, 上式用到同轴导体电容和电感的表达式。在通常情况下, 条件(4.3)式比(4.2)式苛刻, 并且要求内中筒之间距离尽可能小(使 $\ln(b/a)$ 尽可能小), 增加了加工工艺的难度。因此, 对频率高 (H 值较大)、束流强 (R_0 值较小, 使输出电压值适当) 的束流, 宜直接用积分环等装置测传导电流, 用小电阻测 $V_0(t)$ 畸变要大些。

3) 上面的分析表明, 要使 Faraday 筒有效工作, 其筒的壁厚应满足

$$d \gg d(\omega_c) = \sqrt{\frac{2}{\omega_c M \lambda}} \quad (4.4)$$

式中 d 为壁厚, M 和 λ 为筒体的磁导率和导电率。对小电阻型 Faraday 筒, 为使不同频率成分的信号在小电阻上感受到的电阻量相同, 要求小电阻壁厚 d 薄一些, 以满足条件

$$\sqrt{\frac{2}{\omega_{\max} M \lambda}} \approx d \quad (4.5)$$

式中 ω_{\max} 为入射信号的最高频率。式(4.4)则对小电阻薄的程度提出限制。

4) 在推导式(3.7)时曾要求

$$\sqrt{L_1/C_1} \gg L_0 \omega + R_0 \quad \text{使 } i_3 \ll i_{1,2} \quad (4.6)$$

这意味着

$$l_1 \gg l_0 \quad (4.7)$$

式中 l_1 是中外筒之间的距离, 它大则 $\sqrt{L_1/C_1}$ 大。 l_0 是 Faraday 筒内中筒之间的距离, l_0 小, 则 L_0 小。这一结论用到了同轴导体电容和电感的表达式, l_1 和 l_0 的意义可参见图1。

从上面的分析可以看出, 考虑 Faraday 筒内入射信号频率 ω 和本征振荡频率 ω_c (它与入射信号无关) 的两个趋肤效应有一定的意义。这表现在理论上得到与实验结果一致的方波响应函数, 并由此出发, 指出无畸变测量入射信号的频率上限, 讨论了电感式与电阻式 Faraday 筒的优劣, 对 Faraday 筒的各种几何参数提出了理论要求。这些无疑对 Faraday 筒的设计具有一定的指导意义。

本文得到白铭复教授、李传骅、刘永贵和王闽副教授的指导, 谨表谢意。

参 考 文 献

- [1] D.Pellinen and V.Staggs, Rev.Sci, Instrum,44, 1(1973)
- [2] D.Pellinen, Rev.Sci, Instrum,41, 9(1970)

of an optical system, and illustrates simply how to use the variables of the structure data and how to determine their increments.

Key words Automatic correction, Objective; Ocular, Refract—reflecting system; Original structure

The Transfer Characteristic of Faraday Cup

He Yiping Liu Cunhua Li Xiangsheng

Abstract

The surface-action is considered here and the transfer characteristic of Faraday cup is derived theoretically. The analysis shows that there is an eigen frequency ω_c , which is related to the structure of the cup. When ω (measured signal's frequency) $\ll \omega_c$, the transfer characteristic function is a constant; but when $\omega \geq \omega_c$, the function is the sum of a constant and a decreasing oscillation term. On the latter condition, the cup would cause the distortion of the measured signal.

Key words: Faraday Cup, transfer characteristic, surface-action, eigen frequency, distortion

The Numerical Analysis for Wave-head of Pulse Voltage on a Water Switch

Lin chepo Li Xiangsheng

Abstract

In this paper we present some numerical analysis for wave-head of pulse voltage on a water switch which is used in the High Power Pulse Water Dielectric Switch Research Device, i.e. No. 2 device in Lab. 206. We have theoretically discussed a variety of parameters which can affect characteristics of the water switch. We have drawn an important conclusion that c_M/c can evidently affect some characteristics of the water switch. Thereby, a theoretic evidence is suggested for the design of a high power submicrosecond water switch. A lot of experiments' data in our device have confirmed our numerical analysis.

Key words: Water switch, Submicrosecond regime, Capacitive ratio