国防科技大学学报
JOURNAL OF NATIONAL UNIVERSITY OF DEFENSE TECHNOLOGY
第10卷第3期　1988年9月　Vol.10. No.3

结构动力稳定性的若干问题

卓曙君　周科健
（航天技术系）

摘　要：本文仅就结构动力稳定性问题分类、动力稳定性准则、动力稳定性模型及动力稳定性求解方法作一简略介绍。

关键词：结构稳定性、动力稳定性，动力失稳、屈曲

1. 引　言

廿多年来，随着航天事业的发展，我国对加劲板和壳，在静载作用下的结构稳定性问题，作了大量的理论和实验工作。推导出各种结构载荷组合的比较实用的计算公式，基本上能满足在静载作用下的设计要求。但在工程应用中，往往还遇到动力载荷问题。例如：碰撞、地震、爆炸、机动飞行、阵风，以及导弹在发射、级间分离等情况。动力载荷，可以是突然加到结构系统上去，也可以是周期或非周期载荷。结构在动力载荷作用下的稳定性问题的研究，在国内见之不多。评述性文章可见文[1]、[2]、[3]。本文仅就结构动力稳定性问题分类、动力稳定性准则、动力稳定性模型及动力稳定性求解方法作一简略介绍。

2. 结构动力稳定性问题分类

结构动力稳定性问题可以分为四类：

(1) 承受周期载荷的体系的稳定（参数谐振）；

(2) 承受不随时间而变的非保守载荷体系的稳定；

(3) 浸在运动流体之中（或传输流体）的体系的稳定；

(4) 承受冲击载荷的体系的稳定。

参数激振问题是最好定义的。设一欧拉杆，一端不可移动，另一端受一周期性轴向力作用。可以证明，当柱的横向振动固有频率与激振频率间存在某种关系时，将发生振幅急剧增大的横向振动。此时称为参数共振，并称系统处在动力失稳状态。参数激振的其它例子还包括：

(1) 一参数受载的薄板，受平面力作用，可引起横向振动；

(2) 一参数受载的浅拱，在一定条件下可发生振幅增大的非对称振动；

(3) 一长圆柱薄壳，在均匀的周期性的压力作用下，能激发出非对称模式的振动。

从以上参数激振例子中可看出，在静力条件作用下呈现分叉性屈曲的系统，无论静力平衡分叉支是稳定的还是不稳定的，都承受了参数谐振。

1987年8月15日收到

胡海昌推导了弹性系统动力稳定性理论的一个变分原理[4]。文[5]在此基础上提出了适用于线性和非线性弹性系统的变参数增量法。文[6]是参数振动中有关随机问题的一篇近期述评文章。文[7]对特定的二自由度系统，提出主失稳区是在 $\omega=\omega_0$ 时，而不是在通常的 $\omega=2\omega_0$ 时产生。

Herrman[8]对在非保守力作用下弹性系统的稳定性作了出色的研究。他把所有非保守系统问题分为三类：第一类处理随动力问题(follower-force)；第二类处理旋转问题(whirling)；第三类处理气动弹性（气体一固体相互作用，颤振）。但Simitses认为：仅第一类可归为动力稳定性问题。

流体在弹性管中诱导振动是另一类流体一固体相互作用问题。它应归属动力稳定性问题。Paidoussis[10]研究了流体一结构相互作用的参数共振问题。文[11]对圆柱形结构的流动诱导失稳问题作了详尽的论述。

结构在脉冲载荷作用下以及在载荷大小为常量，作用时间为无限长的突加载荷作用下的动力稳定性问题是近年来广泛受到重视的最后一类问题。这二种载荷可想象为具有大的衰减速率、短的衰减时间和小的衰减速率、长的衰减时间的爆炸载荷在数学上的理想状态。对于足够小的载荷值，系统将绕接近静力平衡点的位置作简单振荡，而且相应的振荡振幅足够小。当载荷增加时，某些系统将经受大振幅的振荡，一般说来，将经受发散型运动。文[9]指出，对于在静力载荷作用下呈现极值点失稳的那些构型，在突加载荷作用下可能有逃逸运动（无界或大振幅运动）的动力失稳（dynamic instability of the escaping motion)。在静力载荷作用下倾向于具有稳定后屈曲的分叉性屈曲系统（诸如柱和板），承受参数共振，但没有上述逃逸运动的动力失稳问题。对于具有初缺陷（几何和载荷）承受突加载荷的系统，人们倾向于抛弃参数共振。以上讨论都假设结构内的动应力低于材料的比例限，若对作用时间很短、大小不变的突加载荷，应力可能很大，材料的失稳可能是更重要的。

在上述四类动力稳定性问题的研究中，参数谐振问题研究得比较多，许多结果都是已知的。但对其它问题，尚有待进一步研究及利用现有理论和方法来提供较目前更丰富的数值结果。大多数论文将注意力集中于实验、问题的定义、解题的方法等方面，它们当属于基本研究的报告。

2. 动力稳定性准则

Bolotin[12]给出了弹性系统在周期载荷作用下响应稳定性的定义：假如一个扰动迭加到受周期载荷作用的结构响应上，导致了位移分量的无限增长，这个系统就称之为不稳定的。如果迭加的挠度，其单位伸长、剪切和转动与单位相比很小而可忽略不计，称系统在小变形下建立了不稳定性。否则称系统在大变形下建立了不稳定性。有的作者建议采用类似于 Bolotin 定义的稳定性准则：结构初始静（动）平衡状态受到一个适当的有限扰动后，在结构所需的寿命时期内，其振幅保持在允许的范围内，称结构处于稳定状态。

Budiansky 和Roth[13]在研究浅球帽在突加载荷作用下的轴对称特性时，指出当载荷的微小增加引起瞬态响应的突然增加，此时的载荷可确定为临界载荷。这个概念被以后

的研究者所接受。但不同研究者确定响应突然增加的具体方法不同，得出区别甚大的临界载荷值。当结构所受载荷小于临界载荷时，认为结构处于稳定状态，否则，结构出现不稳定性。但有许多结构、瞬态响应的突然增加不是非常明显，此时，有的作者建议采用折线法；有的作者[14]建议采用载荷—响应曲线上的拐点。但当曲线趋于更平坦时，折线法或拐点也难于应用了。

对于有初始缺陷结构的弹塑性动力屈曲问题，有的作者规定一个时间τ（例如$\tau=100$）或变形限度（例如初始缺陷放大100倍），以该时刻变形是否达到此限度作为屈曲载荷。

总之，建立一个既合理又便于应用的动力稳定性准则是十分重要的。

3. 动力稳定性模型

Hutchinson和Budiansky[15]，Dunielson[16]，Jones和Dos Reis[17]等作者对一些简单模型进行了分析，探讨动力稳定性的一些基本性质。在文[15]中，用图1(a)模型讨论弹性动力屈曲问题。其中阻止横向变形的弹簧$F=k_1L(\xi-a\xi^2)$或$F=k_1L(\xi-a\xi^3)$，用来代表不同的非线性特性。他们认为这些模型的动力分析结果可以代表柱壳在轴向受一个突加阶跃载荷的情况。他们针对矩形脉冲和三角形脉冲载荷作了分析，并与以前阶跃载荷作用下的结果作了比较。脉冲载荷作用下的临界载荷值高于阶跃载荷的临界值；脉冲载荷作用的时间不同，临界载荷值也就不同。当作用时间T逐渐增大时，其脉冲载荷作用下的临界动载值下降并趋于阶跃载荷的情况。这说明阶跃载荷计算的临界动载值作为一般冲击载荷下系统的临界动载值是安全保守的。

文[16]对上述模型作了两点改进，见图1(b)。一是增加了一个弹簧k_0和质量m_0以模拟前屈曲运动。说明当m_1的固有周期比m_0的固有周期长很多时，前屈曲的惯性可以忽略，就又回到了图1(a)的模型。另一改进是对求解的摄动方法，求得了分析解。说明[10]的解，在$\omega_1/\omega_0=\sqrt{\dfrac{k_1m_0}{k_0m_1}}<\dfrac{1}{2}$时适用，在$\geqslant\dfrac{1}{2}$时需要修正。

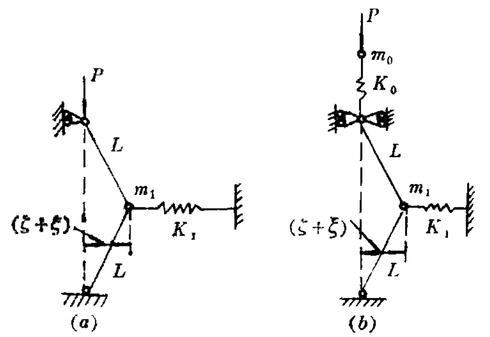

图 1

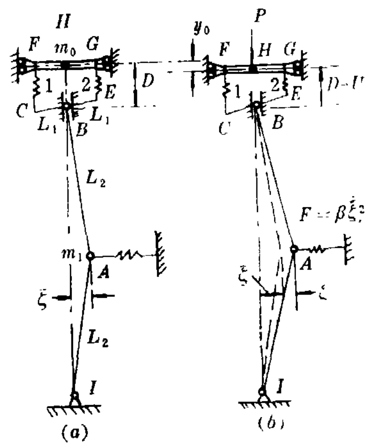

图 2

文[17]的简单弹塑性模型，如图2(a)所示。其目的是为了了解材料塑性和初始几何缺陷对动力屈曲的影响。图2(a)中各元件是刚性的无重量的，仅有集中质量 m_0 和 m_1。模型未受载前有一初始缺陷 $\bar{\xi}$，而元件FHG受约束保持水平，并和销 B 一起在无摩擦导轨上可垂直移动。在 A 处的非线性弹簧的特性可表示为 $F=\beta\xi^2$. 图 2(b)表示 A 处总的水平位移：$\xi+\bar{\xi}$. 动力分析是施加一阶跃载荷。在 $m_0=0$ 时，通过运动方程求解变形随时间的变化，可以得到解析解。发现在 m_1 首次偏移过程中有塑性状态之后，模型的稳态响应调整到弹性状态。对于小的初始缺陷、弹塑性动力屈曲支配了响应。而对大的几何缺陷发生弹性失稳。具有小初始几何缺陷的模型的动力屈曲载荷比相应的静力屈曲载荷大，因为在静力和动力响应过程中，在弹簧中有不同的弹塑性变形历史。

4. 动力稳定性问题求解方法

卅多年来，许多研究者使用不同的方法，从不同的角度研究动力稳定性问题。其主要方法有：Mathieu型方程分析，摄动法，伽辽金法，有限差分法，有限元素法等。

4.1 Mathieu型方程分析

大量简单的动力稳定性问题可以归结为求解 Mathieu 型方程。Bolotin[12]、Budiansky[18]正是从Mathieu 型失稳的起因中致力于研究动力屈曲问题。对于复杂的动力稳定性问题，许多作者也往往作出大量的假设，力求推导出一个 Mathieu 型方程进行分析。因为阻尼在这种问题中能起着十分重要的作用，并壳体一般具有许多可能的屈曲模态，所以对分析结果的应用要十分小心。这类Mathieu 型方程分析的重要意义，实际上是在于解释人们对动力屈曲问题用直接数值法研究时可能遇到的现象，因为完全用数值方法进行研究，常常缺乏对问题的深入了解。另外，常用少量实验来验证分析结果的可靠性，将是有用的。

4.2 摄动法

在动力稳定性问题中，非线性因素起着重要作用。并且载荷的特点是以参数的形式出现在扰动平衡（运动）方程中，由于动载随时间变化，使得微分方程是变系数和非线性的。摄动法是解决这类问题的基本工具之一。摄动法已成功地应用于求解各种结构类型的不稳定的动力弹塑性响应。其中包括：受轴向碰撞的杆，受平面内载荷作用的矩形板，承受各种动力载荷的圆柱壳和环以及受脉冲载荷作用的球壳。摄动法理论分析的预估是基于以下假设：即与动力屈曲相关连的结构皱折是从几何初始缺陷或从脉冲速度场的初始缺陷中发展来的。[19]对受脉冲载荷作用的圆柱壳和环的摄动分析理论值与实验结果作了比较，表明摄动法与相应的实验结果符合较好，能满足设计的要求。但有许多动力屈曲问题，摄动法却不适用，需要用数值法来求解。文[20]用摄动法研究球壳在阶跃载荷下的弹塑性动力屈曲，最后推导出一个 Mathieu 型方程，所得结果与他们求得的数值解符合良好。

4.3 伽辽金法

伽辽金法计算简单，物理概念较为明确，因此得到广泛的应用。Tamura 和 Babcock[21]，Lakshmikanthan，Tsui[22]、[23]等都是用伽辽金法求解动力屈曲问题。文[24]用伽辽金法研究了波纹加劲圆柱壳轴压动力屈曲问题。

4.4 有限差分法

有限差分法也是广泛应用的方法之一。它适用于几何外形规则的结构，它是对控制微分方程进行离散的一种近似计算方法。文[25]对偏微分方程组，在空间上应用中心差分法，在时间上用向后差分对半球壳进行非线性动力分析。文[26]分析了有初始缺陷球帽的轴对称动力屈曲问题。文[27]研究有初始缺陷球壳的动力屈曲。

4.5 有限元素法

虽然有限元素法以它通用、灵活的特点成为结构分析的一种最有效的工具，并应用于各个领域。但由于结构稳定性问题是一个高度非线性问题，因此，用有限元素法解结构的动力稳定性问题是一个尚待深入研究的问题，所见文献不多。文[28]用有限元素法解决杆的动力稳定性问题。文[29]用有限元素法研究了输液管道的参数不稳定区问题。

4.6 “在时间上冻结”法(the “freezing in time” technigue)

动力屈曲问题的完全数值解的一种方法是把问题处理为瞬态的动力问题（线性或非线性）。假设在任何时刻壳中应力是静力的。于是像前屈曲状态那样，应用计算过的应力或它们的某种变换进行分叉性分析。这种“时间上冻结”法一般用于复杂结构。文[30]用此法分析浅球帽的非对称动力屈曲特性。对于一个更加复杂的实验研究得到了某方面的成功[31]。显然，分析者假设，在时间尺度上存在着大的区分：加载特征时间对屈曲时间。方法类似在壳体静力屈曲中的“局部屈曲”方法。在静力屈曲中，屈曲计算时，前屈曲应力（在空间是变量）用均匀应力状态来代替。对这种做法，已有许多计算例子和实验证明过程是正确的。但目前的“时间上冻结”法并不满意，若普遍应用它们，建立准则和作相关的误差分析将有待进一步探讨。

参考文献

[1] 王仁．结构的塑性静动态稳定性（综述）．北京大学力学系，1983,10

[2] 卢虹．轴压圆柱薄壳的动力稳定性研究．国防科技大学硕士学位论文，1986，5

[3] C.D.Babcock.Shell Stability.J.Appl.Mech.,Vol.50(12),1983,935—938

[4] Hu,H.C.,(胡海昌).On a Variational Principle in the Theory of Dynamic Stability of Elastic Systems.Scientia Sinica,1980,1110—1115

[5] Lau,S.L.,cheung.Y.K.,Wu,S.Y.A Variable Parameter Incrementation Method for Dynamic Instability of Linear and Nonlinear Elastic Systems. J.Appl.Mech., Vol. 49,1982,849—853

[6] Ibrahim, R.A. Parametric Vibration Part VI: Stochastic Problems (2),Shock Vib. Dig.,13(9),1981,23—35

[7] Gürgöze,M.Stability of the Vibrations of a Parameter—Excited Systems. J.Appl. Mech. Vol.49,1982,920—921

[8] Herrmann,G.Stability of Equilibrium of Elastic Systems Subjectad to Nonconservative Forces.J.Appl.Mech.,Vol.31(3),1964

[9] George J.Simitses. Suddenly-loaded Struotural Configurations. J.Eng.Mech.,Vol. 110(9),1984

[10] Paidoassis,M.P. Experiments on Parametric Resonance of Pipes Containing Pulsatile Flow.J.Appl.Mech.,Vol.43(11),1976

[11] Michael.P.Paidoussis. Flow—induced Instabilities of Cylindrical Structures. Appl

Mech.Rev, Vol.40(2),1987,163—175

[12] 符·华·鲍洛金. 弹性体系的动力稳定性. 高等教育出版社, 1960

[13] Budiansky,B.and Roth, R.S.Axisymmetric Dynamic Buckling of Clamped Shallow Spherical Shells.NASATN D-1510,1962

[14] A.C.Вольнийр.Нелйненая Dинаника Лласмннок и оболодек.1972

[15] Hutchinson,J.W.and Budiansky,B.Dynamic Buckling Estimates.AIAA J., 4,No.3, 1966

[16] Dunielson, D. A. Dynamic Buckling Loads of Imperfection Sensitive Structures From Perturbation Precedures.AIAA J.,7,No.8,1969

[17] Jones, N. and Dos Reis, H. L.M. On the Dynamic Buckling of a Simple Elastic —plastic Model.Int.J.Solids Structures,16,1980

[18] Budiansky, B. Dynamic Stability of Elastic structures: Criteria and Estimates, Dynamic Stability of Structures, Proceeding of an International Conference held at Northwestern University.Evanston,III.,Oct.18-20,1965

[19] N. Jones and D.M. Okawa. Dynamic Plastic Buckling of Rings and Cylindrical shells.Nuel.Engng and Design 37,1976

[20] Song, B., (宋伯铨) and Jones, N. Dynamic Buckling of Elastic-plastic Complete Spherical Shells under Step Loading.Int.J.Impact Engng.,1,No.1,1983

[21] Tamura, Y.S., Baboak, C.D. Dynamic Buckling of Cylindrical Shell under Step loading.J.A.M.,42,1975

[22] Lakshmikantham,C.and Tsui,T.Dynamic stability of Axially-Stiffened Imperfect Cylindrical shell under Axial Step Loading.AIAA J.,12,No.12,1974

[23] Lakshmikantham,C.and Tsui, T.Dynamic Buckling of Ring stiffened Cylindrical shells.AIAA J.13,No.9,1975

[24] 卓曙君.波纹加劲圆柱壳轴压动力屈曲研究. 国防科技大学论文报告资材84-1053

[25] Klosner, J.M. and longhitano, R. Nonlinear Dynamics of Hemi—Spherical shells. AIAA J.,11,No.8,1973

[26] Kao, R. and perrone, N.Dynamic Buckling of Axisymmetric Spherical Caps with Initial Imperfections,Comput.Struct.,9,1978

[27] Song, B.and Jones, N.Dynamic Elastic Bucking of Complete Spherical Shell with Initial Imperfections.J.Struct.Mech.,11,No.3,1983

[28] Brown, J. E., Hutt, J. M. and Salane,A.E.Finite Element Solution to Dynamic Stability of Bars.AIAA J.Vol.6.No.7,1968

[29] Zhou kejian (周科健) , Liang Bo (梁波) Dynamic Stability of pipes Conveying Fluid by Finite Element.Proceedings of 15th ISTS—Tokyo,1986,ch.4

[30] Akkas,No.Asymmetric Backling Behavior of Spherical Caps under Uniform Step Pressures.J.Appl.Mech.Vol.39,1972

[31] Shih,C.F.Babcock,C.D.Scale Model Buckling Tests of a Fluid Filled Tank under Harmonic Excitation.ASME 80-c2/PVP-66

Two New Refinement Types of Nash Equilibrium Point

Hou Sixiang

Abstract

In this paper, by uiewpoints of system engineering we study the solutions of n—person noncooperative games, give two new refinement types of Nash equilibrium point: lst Nash eqailibrium point (lst Nash e.p.) and 2nd Nash equilibrium point (2nd Nash e.p.), and prove its existence. There is risk in the lst Nash e.p, conservation in the 2nd Nash e.p, both e.p. satisfying the global optimization.

Key words: Game Theory, Equilibrium point

The Method of Convex Persevering Fitting of Curves for CAD/CAM

Fang Kui Qiang Zhengzai

Abstract

This paper given discribes a convex persevering fitting method. Given a sequence of points $\{p_i\}_{i=0}^{n}$ on a plane, a c′-quadratic (c^2-cubic) convex persevering parametric splinc interpolation curve with Bezier curve seqment is constructed.

Also is discussed its applications on CAD/CAM, for example, figure fitting of convex wheel.

Key words: Parametric curve, Interpolating spline, Convex persevering fitting

Some Problems of Structural Dynamic Stability

Zhuo Shyjun Zhou Kejian

Abstract

Some problems of structural dynamic stability are briefly introduced in this paper, such as category of structural dynamic stability, dynamic stability criterion, dynamic stability mode and solving methods of dynamic stability.

Key words: Structural stability, Dynamic stability, Dynamic Instability, Buckling