

机床颤振中“双频颤振”的研究

卢天贶 师汉民

(国防科技大学) (华中理工大学)

摘 要

文中首次提出了机床颤振中“双频颤振”的论点,并对其产生机理进行了理论探讨且得实验验证。作者认为:对机床颤振中“双频颤振”进行研究不仅具有很重要的实用价值,而且将导致对现行的机床颤振理论的某些修改。

关键词:机床,双频颤振,时滞方程,数字仿真

1 引 言

金属切削中的自激振动,即颤振(chatter)是影响机械加工质量,限制生产率的重要因素之一。国外自四十年代起就开始了这方面的研究。随着现代高精度、高效率机床的研制,英、美、联邦德国、日本等工业发达国家,十分重视机床颤振研究。

但是应该看到,迄今为止所建立的机床颤振理论都是基于对机床结构及切削过程的线性假设。其数学模型的原始形式最初是R.S.Hahn在1954年提出的,随后30多年来,J.Tlusty、M.Polacek、S.A.Tobias、H.E.Merritt、星钱太郎等都曾对原始模型进行过修正,使之变得更完善且更易于理解。但是他们对此模型的修正都只限于形式,并未触及建立模型时所作的线性假设,所以导致有些结论与事实的不符。

作者从大量的切削实验中观察到,振动信号并非总是等幅振荡(极限环),有时带有明显的拍击(beating)。从前人们习惯上将此现象用两个自由度模型来解释^[1],导致许多与事实不符的结论。作者认为拍击现象不过是两个振幅和频率都接近的谐波函数迭加的结果,用本文建立的时滞微分一差分方程能够对此进行完整的描述。因为此方程在某些条件下允许有两个接近的特征频率成分的解。作者还认为,微分一差分方程中的时滞项,不仅对机床颤振稳定性有重要影响,而且对“双频颤振”的存在有决定性的影响。从前的研究者大都忽视了时滞项效应的研究^[2]。

2 运动方程与理论模型

根据文献^[3]机床颤振可用以下非线性微分一差分方程描述:

$$\ddot{x}_0(t) + 2\omega_n \xi \dot{x}_0(t) + \omega_n^2 x_0(t) = -\frac{\omega_n^2}{K} \Delta F(t) \quad (1)$$

式中, $x_0(t)$ ——进行切削的刀刃与工件之间在切削表面法线上的相对运动距离(mm),

ω_n ——机床失稳模态的自然频率(1/s); ξ ——该模态的阻尼率; K ——模态刚度系数(N/mm); $\Delta F(t)$ ——切削力的动态变化部分(N)。

$$\Delta F(t) = PW \left[s^y(t) - s_0^y + Y s_0^{y-1} C \frac{\dot{x}_0(t)}{NZ} \right] \quad (2)$$

式中, P, Y ——常数, 通常 $Y=0.7\sim 0.8$; W ——切削宽度或切削深度(mm); $s(t)$ ——瞬时切削厚度(mm); $s_0(t)$ ——名义切削厚度(mm); c ——切入率系数; N ——机床主轴转速(r/min); Z ——刀具齿数, 车削时 $Z=1$, PYS_0^{y-1} 相当于一般文献中的切削厚度系数。

$$s(t) = \begin{cases} x_0(t) - y_0(t) & x_0(t) > y_0(t) \\ 0 & x_0(t) \leq y_0(t) \end{cases} \quad (3)$$

式中, $y_0(t)$ ——工件表面波纹深度(mm); $s(t)$ 的零值表示当刀刃越出工件材料之外时, 瞬时切削厚度为零; 此外, 当 $x_0(t) \leq y_0(t)$ 时, 应令 $c=0$, 即此时工件材料的切入抗力为零。

$$y_0(t) = \text{Max} [x_1(t), x_2(t), \dots, x_m(t)] \quad (4)$$

式中, $x_1(t)$ ——工件在上一转(车削)或刀具在上一个齿(铣削)切削时刀具与工件之间的相对运动, 即切削轨迹(mm); $x_2(t)$ ——工件上两转或刀具上两个刀齿的切削轨迹; 余类推。

$$\begin{cases} x_1(t) = x_0(t - \tau) - s_0 \\ x_2(t) = x_0(t - 2\tau) - 2s_0 \\ \vdots \\ x_m(t) = x_0(t - m\tau) - ms_0 \end{cases} \quad (5)$$

$$\tau = T/Z = 60/NZ \quad (6)$$

式中, τ ——为时滞项, 当 Z 是常数时, 由转速 N 唯一确定; T ——工件或铣刀每转的时间(s); 参数 m 随时间变化, 可按下式确定:

$$m(t) = \left[\frac{|2\min x_0(\zeta)|}{s_0} \right] + 1, \quad (\zeta \leq t) \quad (7)$$

式中, 方括号表示取其中数值的整数部分; “min”表示取函数 $x_0(\zeta)$ 在 $t=\zeta$ 时刻以前所达到的最小值。

事实证明, 此模型较准确地描述了机床颤振的本质, 具有远比传统的线性理论模型丰富的内涵。但由于其复杂性, 使得以严格的解析法研究这一模型几乎不可能。因此, 我们采用数字仿真技术研究此模型的特性。

3 “双频颤振”的数字仿真

用四阶龙格——库塔法求上述微分方程的数值解, 初始条件为:

$$x_0(t) = \psi(t), \quad -\frac{m(t) \cdot T}{Z} \leq t \leq 0 \quad (8)$$

这里 $\psi(t)$ 为初始函数。只研究了如下形式的初始条件:

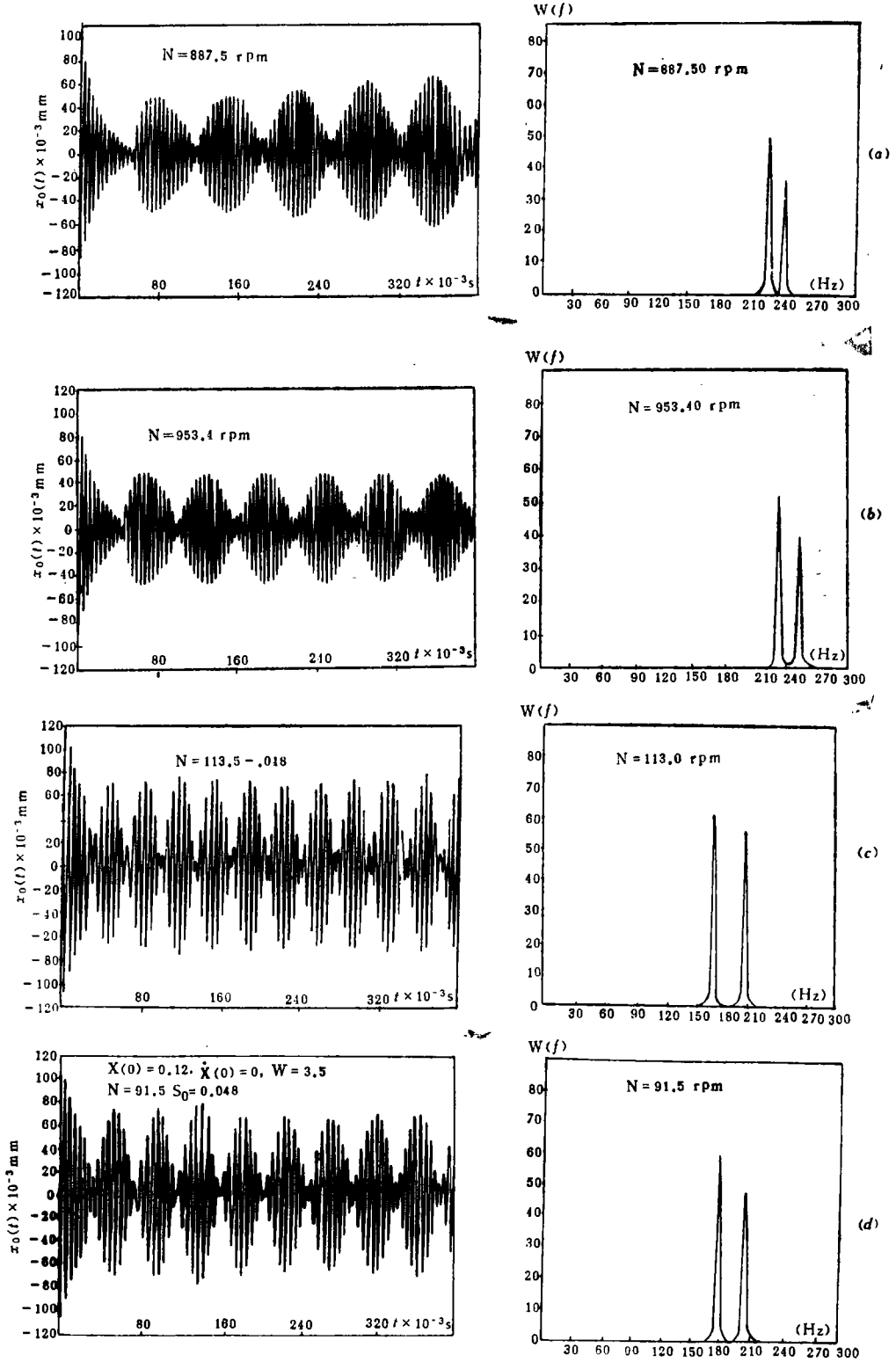


图 1 出现拍击的转速的时间历程及功率谱 (仿真结果)

$$\psi(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ x_0 & t = 0 \end{cases} \quad (9)$$

$$\psi(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ \dot{x}_0 & t = 0 \end{cases} \quad (10)$$

这相当于系统在 $t < 0$ 时静止, 在 $t = 0$ 时突然受到一个初始位移为 $x_0(t)$ 或初始速度 \dot{x}_0 的扰动。图 1、图 2 是用相同的切削宽度、相同的进给量和不同的转速 N 进行仿真的结果, 用以证明时滞项 τ , 也即转速 N 对双频颤振的影响。其右图为其对应的功率谱。

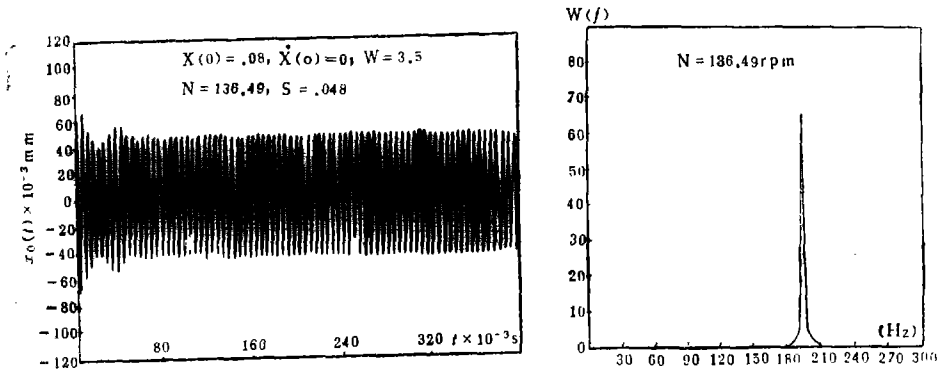


图 2 无拍击的转速下的时间历程及功率谱 (仿真结果)

从图 1 的时间历程曲线, 可见明显的拍击现象, 其对应的功率谱在频率 f_1 、 f_2 处有两个明显的尖峰, 且 f_1 、 f_2 不是成整数倍关系, f_1 、 f_2 之间交叉的功率谱几乎为零。作者认为在这种情况下颤振是由两个相互独立的谐波迭加而成。图 2 的时间历程无拍击, 功率谱则是一个特别尖的峰, 可认为这一类颤振是单一频率的谐波振动。此时, 力学意义上则存在极限环。

为了更好地证明时滞项 τ 对双频颤振的影响, 将 (1)~(7) 式用以下的简化模型来表示, 并分析其所包含的特征频率 f_1 、 f_2 :

$$\ddot{x}_0(t) + 2\omega_n \xi \dot{x}_0(t) + \omega_n^2 x_0(t) = -\frac{\omega_n^2}{K} W Z_c K_s \left[x_0(t) - x_0(t - \tau) + \frac{C}{N Z} \dot{x}_0(t) \right] \quad (11)$$

式中, $K_s = P Y S_0^{-1}$ 为切削厚度系数。

令以上方程的解为

$$\begin{cases} x_0(t) = x_0 e^{Z_0 t} \\ Z_0 = \alpha + j\omega \end{cases} \quad (12)$$

这里, α —振幅的指数上升或下降率, ω —颤振频率 (rad/s), 且 $\omega = 2\pi f$ 。

将式 (12) 代入式 (11) 得:

$$\begin{aligned} (\alpha + j\omega)^2 + 2\omega_n \xi (\alpha + j\omega) + \omega_n^2 + \frac{\omega_n^2}{K} W Z_c K_s [1 - e^{-(\alpha + j\omega)\tau}] \\ + \frac{C}{Z N} (\alpha + j\omega) = 0 \end{aligned} \quad (13)$$

存在等幅振动条件： $\alpha=0$ ，即上式变为：

$$-\omega^2 + \omega_n^2 + \frac{\omega_n^2}{K} W Z_c K_s - \frac{\omega_n^2}{K} W Z_c K_s \cos \omega \tau + j \left(2\xi \omega_n \omega + \frac{\omega_n^2}{K} W Z_c K_s \sin \omega \tau + \frac{C}{N Z} \omega \right) = 0 \quad (14)$$

当 ω_n 、 W 、 Z_c 、 Z 、 K_s 、 K 为常数时，颤振频率 ω 只与转速 N 有关。令(14)式的实部为 $x_R(\omega)$ ，虚部为 $x_I(\omega)$ ，则式(14)变为：

$$\begin{cases} x_R(\omega) = -\omega^2 + \omega_n^2 + \frac{\omega_n^2}{K} W Z_c K_s - \frac{\omega_n^2}{K} W Z_c K_s \cos \omega \tau = 0 \\ x_I(\omega) = 2\xi \omega_n \omega + \frac{\omega_n^2}{K} W Z_c K_s \sin \omega \tau + \frac{C}{N Z} \omega = 0, \end{cases} \quad (15)$$

由于以上方程组是超越方程，其解 f 可能是一个或两个，也可能是无穷多个；但只有同时满足以上两式 $x_R(2\pi f)$ 、 $x_I(2\pi f)$ 的 f 才是方程(11)的解，就 $N=91.5, 113, 136.49$ r.p.m时，对 $x_R(2\pi f)$ 、 $x_I(2\pi f)$ 进行图解法求解，以考察时滞项 τ ，即转速 N 对双频颤振的影响。所得结果如图3所示。

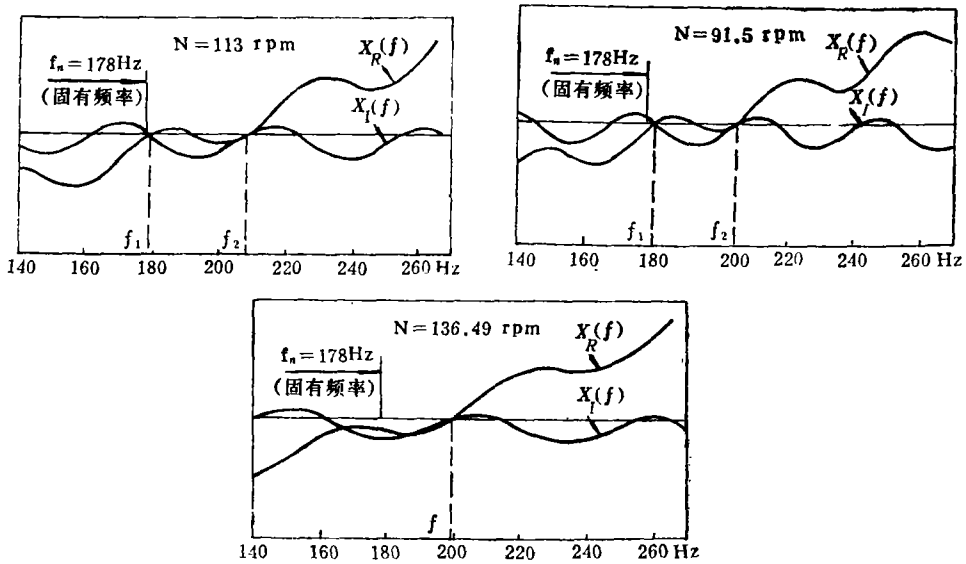


图3 不同转速 N 的频率图解曲线

从图3看到，对于转速 $N=91.5, 113$ r.p.m，曲线 $x_R(2\pi f)$ 、 $x_I(2\pi f)$ 有两个同时为零的 f 值，其对应的频率为 f_1 、 f_2 ，即对这两个频率的解都适合方程(11)，因而出现“双频颤振”现象；对于 $N=136.49$ r.p.m， $x_R(2\pi f)$ 及 $x_I(2\pi f)$ 只有一个同时为零的 f 值，因而在这一转速下机床无“双频颤振”现象发生。

4 双频颤振的实验验证

为了验证双频颤振的存在，作者根据以上的数字仿真结果，在西德的VDF车床上

进行了试验。试验参数为:

工件为一细长轴,45#钢;刀具为硬质合金不重磨刀片;切削深度0.5mm,进给量 $S_0=0.08\text{mm}$ 。

在车床尾架上安装一个加速度传感器,测取振动信号,用磁带仪记录,然后输入1200信号处理机分析。图4(a)、(b)分别为转速 $N=880$ 、960r.p.m的时域信号及其对应的谱图,从时域信号可见很强的拍击现象,且拍频 $\Delta f=f_2-f_1$ 是随主轴转速而变化。但从谱图看,只有一个明显的峰,而另一个峰则不很明显。这可能是信号处理方面的原因:一个原因是由于信号分析的分辩率不够高,以使另一主峰落在了两谱线的“线隙”间;另一原因是无加窗引起能量泄漏而带来了边峰,削弱了主峰。由图(1)与图4的比较,可见两种情况所得的产生“双频颤振”的转速 N 是基本相等的。

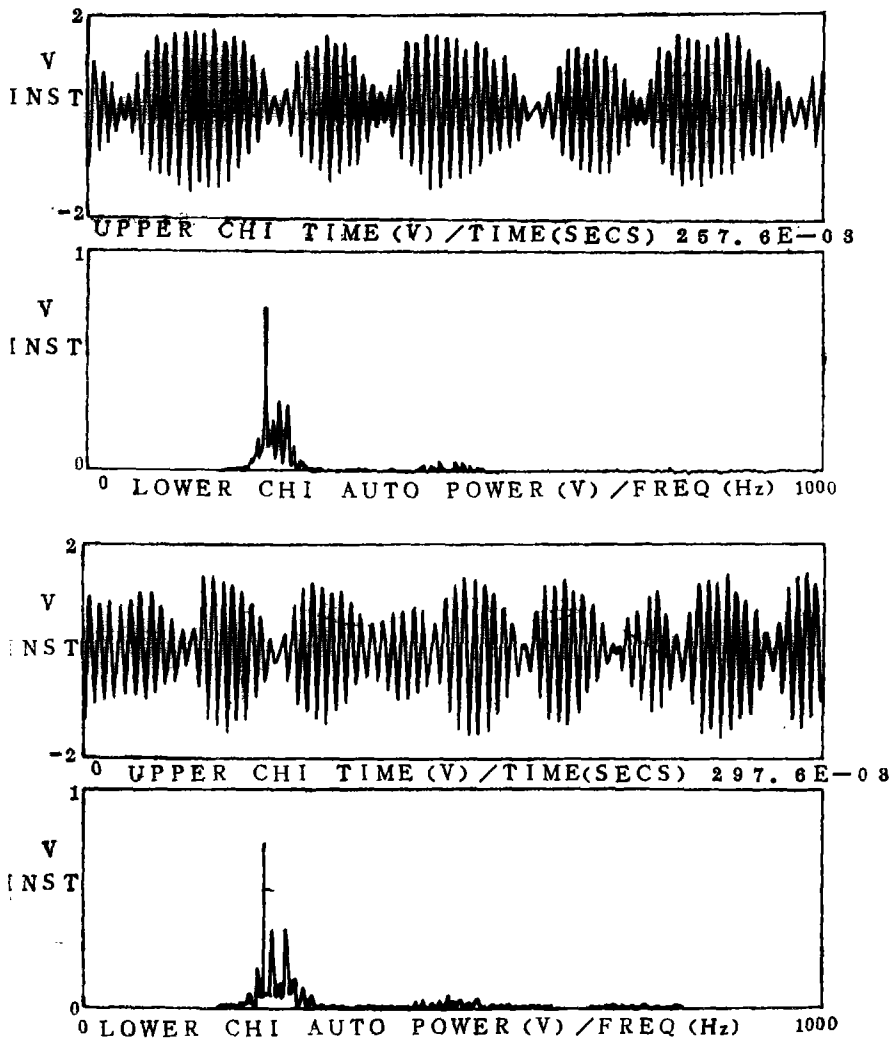


图1 出现拍击的实验结果

(a) $N = 880$ r.p.m

(b) $N = 960$ r.p.m

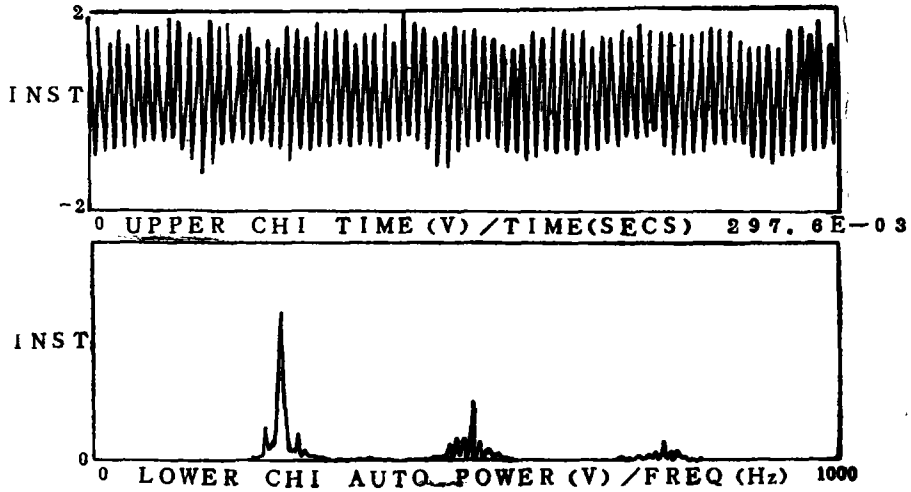


图5 无拍击的实验结果 ($N=900$ r.p.m)

图5为 $N=900$ r.p.m时实测的振动信号,信号是等幅的,无拍击现象,其频谱则是单一峰值的240Hz占了绝对优势。

以上的数字仿真及实验证实了时滞项 τ ,即机床主轴转速 N 对“双频颤振”的存在起决定性作用。

参 考 文 献

- [1] E.Salje, self-Excited Vibrations of systems with TWO Degrees of Freedom, Trans.of ASME,1956
- [2] R.A.Thompson, The Modulation of chatter Vibration, Trans.of ASME,1969
- [3] 师汉民等. 金属切削过程的微机数字仿真. 华中工学院学报, 1987;(2): 49~56

On "Double-Frequency Chattering" of Machine Tool

Lu Tiankuang Shi Hanmin

Abstract

In this paper, the thesis of "Double-Frequency Chattering" is first presented, the mechanism is also investigated; The conclusions are all supported by the experiments. We consider that the investigation of "Double-Frequency chattering" has not only the important practical value, but also will lead to some revisions of traditional theory of machine tool chatting.

Key word, Double-Frequency chattering, Machine tool, Retarded-differential equation, Digital simulation

The Measurements of Temperature of Medical Pulps Agitated in a Horizontal Mixer

Chen Longhu Tang Baozhen

Abstract

This paper introduces the key technique used for remote automatic measurements of temperatures of solid-propellant pulps being agitated in a horizontal mixer of the size 100 liters, including selection of measurement points, definition of measurement head appearances and sizes and installation structures, so that a complete automatic measurement of temperation of medical pulps agitated with a mixer can be implemented. In addition, the calculation of insertion errors of measurement heads is presented in the paper.

Key words: Horizontal mixer, Solid-propellant pulps agitation, Automatic measurements of temperatures