

# 具有有限深度环缝的导电屏上 单极天线的辐射特性

龚 铮 权

(电子技术系)

**摘 要** 单极天线安装在理想导电平面屏上,屏上刻有有限深度的环形缝。将单极天线上电流及缝和自由空间交界处的等效磁流作为未知函数,建立了一对耦合积分方程。从方程得到电流和磁流的数值解。从这些电流和磁流计算了输入阻抗和辐射方向图。

**关键词** 单极天线, 环缝, 积分方程, 辐射阻抗, 方向图

**分类号** TN8

测量单极天线的输入阻抗对研究天线辐射问题非常重要。但是,单极天线不可能安装在完全理想的导电平面上。另外,也可人为改变接地平面性能,例如用开缝改变单极天线的辐射特性。本文通过一种结构,研究导电屏并非无限大理想平面时对单极天线辐射特性的影响。在导电屏上开有环形缝,缝的深度为有限值,它在底部被短路。环缝的直径、缝的宽度和深度作为参变量。缝中充有无损耗或有损耗的介质。把单极天线上的电流及缝和自由空间交界面处的等效磁流(或切向场)作为未知函数,建立了一对耦合积分方程。用矩量法对此耦合积分方程进行数值解,得出电流和磁流的值。然后计算了单极天线的输入阻抗和辐射场。把不同参量下的数值结果同单极天线安在理想导电平面情形的结果比较。研究了缝对单极天线辐射特性的影响。

## 1 积分方程的建立

图1为结构的示意图。一个单极天线安装在厚度为 $t$ 的无限大理想平面导电屏上。单极天线的长度为 $h$ ,直径为 $2a$ 。屏上刻有环形缝,缝的中心在单极天线的轴线上,缝在底部被短路。缝中充有介电常数为 $\epsilon_2$ ,导磁系数为 $\mu_2$ 的介质。在介质有损耗时, $\epsilon_2$ 为复数。自由空间的介电常数及导磁系数分别为 $\epsilon_1$ 和 $\mu_1$ 。单极天线由同轴线馈电。同轴线上导体直径和单极天线的直径相同,外导体的直径为 $2b$ 。在作者的模型中,假定单极天线由同轴线开口处的场激励。

在图1中,还示出了坐标系。坐标系的 $O-xy$ 平面和导电屏的上表面重合, $z$ 轴和单

极天线的轴线重合。

为建立方程, 将感兴趣的空间分为两个区域。区域 1 是平面屏上侧的半空间, 区域 2 是缝中的空间。后者为一个环柱体。第一个区域中的场可以用单极天线上的电流和两个区域交界面处的等效磁流 (或切向电场) 来表示。第二个区域中的场可以用两个区域交界面处的磁流 (或切向电场) 来表示。由单极天线表面的切向电场为零和两个区域交界面处切向磁场连续两个条件得出

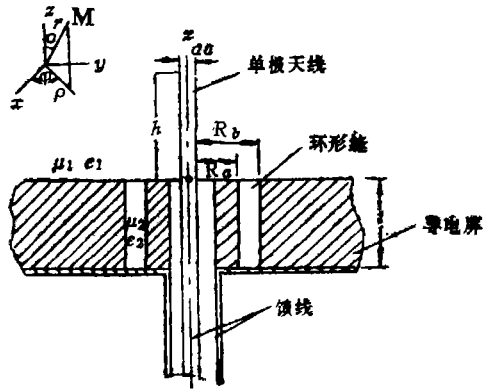


图 1

$$\text{单极天线上: } (\vec{E}^s[I] + \vec{E}^{A+}[M^A] + \vec{E}^i) \cdot \hat{z} = 0 \quad (1a)$$

$$\text{交界面处: } (\vec{H}^s[I] + \vec{H}^{A+}[M^A]) \times \hat{z} = \vec{H}^{A-}[M^{A-}] \times \hat{z} \quad (1b)$$

这里  $\vec{E}^i$  是由馈电同轴线开口处的激励场产生的场,  $I$  是单极天线上的感应电流,  $\vec{E}^s[I]$  是和此电流相关联的散射场。  $M^A$  是对区域 1 而言的两个区域交界面处的等效磁流,  $\vec{E}^{A+}[M^A]$  是此磁流在区域 1 产生的电场,  $\vec{H}^s[I]$  和  $\vec{H}^{A+}[M^A]$  分别为电流  $I$  和等效磁流  $M^A$  产生的磁场。  $M^{A-}$  是交界面处对于区域 2 的等效磁流,  $\vec{H}^{A-}[M^{A-}]$  是由此磁流在区域 2 产生的磁场。  $M^{A-}$  等于  $-M^A$ 。

区域 1 中场的显式用下法获得。首先在两区域交界面处将缝短路。在短路了的屏上, 将等效磁流  $M^A$  安放在原来的缝处, 使得在  $Z=0^+$  处恢复原来的电场值  $E^A$ 。使用镜像原理, 就可容易地获得场的表达式<sup>[1]</sup>。

可将区域 2 看作在一头短路, 另一头激励的同轴线段。内导体和外导体半径分别为  $R_A$  和  $R_B$ 。同轴线中充有介电常数  $\epsilon_2$  和导磁率为  $\mu_2$  的介质。按照图 1 所示的坐标系, 等式 (1b) 右侧的项可用显式表示为<sup>[2]</sup>,

$$\begin{aligned} H_{\varphi}^{A-}[M^{A-}] = & -\frac{\text{ctg}(k_2 t)}{j\eta_2 \rho \ln\left(\frac{R_b}{R_a}\right)} \int_{R_a}^{R_b} T_{\varphi}(\rho) / \rho \, d\rho \\ & + \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{k_2 \text{ctg} \alpha_n t}{j a_n \eta_2 M_n^a} \int_{R_a}^{R_b} T_{\varphi} \frac{d\Phi_n}{d\rho} d\rho \frac{d\Phi_n}{d\rho} \right\} \end{aligned} \quad (2)$$

这里

$$T_{\varphi}(\rho) = M_{\varphi} \cdot \rho$$

$M_{\varphi}$  是  $\varphi$  方向对于区域 1 的等效磁流。它等于两个区域交界面处  $\rho$  方向电场的负值, 另外

$$\Phi_n(\rho) = N_0(\tau_n R_a) J_0(\tau_n \rho) - J_0(\tau_n R_a) N_0(\tau_n \rho)$$

$r_n$ 是 $\Phi_n(\gamma) = N_0(rR_a)J_0(rR_b) - J_0(rR_a)N_0(rR_b)$ 的第  $n$  个根

$$k_2 = \omega \sqrt{\mu_2 \epsilon_2}, \quad \eta_2 = \sqrt{\mu_2 / \epsilon_2}$$

$$\alpha_n = \sqrt{k_2^2 - r_n^2}$$

$$M_n^2 = \frac{R_b^2 r_n^2}{2} [N_0(r_n R_a) J_1(r_n R_a) - J_0(r_n R_a) N_1(r_n R_a)]$$

$J_0(x)$ 和 $J_1(x)$ 分别是零阶和 1 阶贝塞尔函数。 $N_0(x)$ 和 $N_1(x)$ 分别是零阶和 1 阶纽曼函数。

将(2)式和场的其他显式代入(1)式, 得到下列耦合积分方程:

$$j \frac{\eta_1}{4\pi k_1} \left( \frac{d^2}{dz^2} + k_1^2 \right) \int_{-h}^h I(z') k(z-z') dz' + \int_{R_a}^{R_b} T_\varphi(\rho') \rho' \cdot \frac{e^{-jk_1 R_{SQ}} (1 + jk_1 R_{SQ})}{R_{SQ}^3} d\rho' = E_z^i \quad (3a)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4\pi} \int_{-h}^h I(z') \frac{(jk_1 R_r + 1) \rho e^{-jk_1 R_r}}{R_r^3} dz' - \frac{jk_1}{\pi \eta_1} \int_{R_a}^{R_b} \int_0^\pi T_\varphi \cos \varphi' \frac{e^{-jk_1 R_S}}{R_S} d\varphi' d\rho' \\ & - \frac{\text{ctg} k_2 t}{j \eta_2 \rho \ln \left( \frac{R_b}{R_a} \right)} \int_{R_a}^{R_b} T_\varphi / \rho d\rho - \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{k_2 \text{ctg} \alpha_n t}{j \alpha_n \eta_2 M_n^2} \int_a^b T_\varphi \frac{d\Phi_n}{d\rho} d\rho \frac{d\Phi_n}{d\rho} \right) = 0 \quad (3b) \end{aligned}$$

这里

$$k_1 = \omega \sqrt{\epsilon_1 \mu_1}, \quad \eta_1 = \sqrt{\frac{\mu_1}{\epsilon_1}}$$

(3a)式左边第一项代表单极天线电流在单极天线处产生的电场的  $z$  向分量  $E_z^S [I]$ , 其中积分核

$$k(z-z') = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^\pi \frac{e^{-jk_1 R_P}}{R_P} d\varphi'$$

而

$$R_P = \left( (z-z')^2 + 4a^2 \sin^2 \frac{\varphi'}{2} \right)^{\frac{1}{2}}$$

为单极天线表面上场点和源点的距离。(3a)式左边第二项代表等效磁流在单极天线上产生的  $z$  向电场  $E_z^{A+} [M^A]$ 。已假定  $R_a \gg a$ , 其中源点到单极天线表面上场点的距离已被源点到单极天线轴线上的距离  $R_{SQ}$  近似。有

$$R_{SQ} = (\rho'^2 + z^2)^{\frac{1}{2}}$$

(3a)式右侧是由馈电同轴线口面上激励场在单极天线上产生的场, 可以表示为<sup>[3]</sup>

$$E_z^i(o, z) = \frac{1}{\ln(b/a)} \left[ \frac{e^{-jk_1(z^2+a^2)^{\frac{1}{2}}}}{(z^2+a^2)^{\frac{1}{2}}} - \frac{e^{-jk_1(z^2+b^2)^{\frac{1}{2}}}}{(z^2+b^2)^{\frac{1}{2}}} \right]$$

这里已假定激励电压为 1 伏特, 并已用单极天线轴线上的场近似了表面上的场。(3b)式中

第一项为单极天线在环缝口面上产生的切向磁场  $H_{\phi}^{\circ}(I)$ , 其中:  $R_r = [\rho^2 + (z - z')^2]^{\frac{1}{2}}$ , 为单极天线到缝口面上场点的距离。(3b)式第二项是缝口面上等效磁流在缝的上侧产生的切向磁场  $H_{\phi}^{A+}(M^{A+})$ , 其余二项是等效磁流在缝的下侧产生的场  $H_{\phi}^{A-}(M^{A-})$ 。其中源点到场点的距离

$$R_s = [\rho^2 + \rho'^2 - 2\rho\rho'\cos\varphi' + (z - z')^2]^{\frac{1}{2}}$$

## 2 数值解方法

方程(3)可用矩量法求解。电流和磁流都用脉冲函数近似

$$I(z) = \sum_{i=1}^{N_P} I_i \Pi_{pi} \quad (4a)$$

$$T(\rho) = \sum_{k=1}^{N_S} T_k \Pi_{SK} \quad (4b)$$

这里

$$\Pi_{pi} = \begin{cases} 1, & z_i - \frac{\Delta_P}{2} < z < z_i + \frac{\Delta_P}{2} \\ 0, & \text{别处} \end{cases}; \quad \Pi_{SK} = \begin{cases} 1, & \rho_{K-1} < \rho < \rho_K \\ 0, & \text{别处} \end{cases}$$

$$z_i = -h + i\Delta_P, \quad \Delta_P = 2h/(N_P + 1)$$

$$\rho_K = R_a + K\Delta_S, \quad \Delta_S = 2W/N_S$$

将(4a)和(4b)式代入(3)式后, 用下列三角形函数  $A_{Pj}$  作为第一个方程的检验函数

$$A_{Pj} = \begin{cases} 1 - \frac{|z - z_j|}{\Delta_P}, & z_j - \Delta_P < z < z_j + \Delta_P \\ 0, & \text{别处} \end{cases}$$

$$j = 1, 0, \dots, N_P$$

第二个方程用  $\delta$  函数作检验函数(点匹配), 匹配点为

$$\rho_{L-\frac{1}{2}} = R_a + \left(L - \frac{1}{2}\right)\Delta_S$$

最后得到下列耦合线性方程组

$$[Z_{pp}^i][I_i] + [Z_{ps}^i][T_K] = [V_j] \quad (5a)$$

$$[Z_{sp}^i][I_i] + [Z_{ss}^i][T_K] = [0] \quad (5b)$$

其中  $j = 1, 2, \dots, N_P$ ;  $L = 1, 2, \dots, N_S$ ;  $i = 1, 2, \dots, N_P$ ;  $K = 1, 2, \dots, N_S$

$$\text{这里} \quad Z_{pp}^i = j \frac{\eta_1}{4\pi k_1} \int_{z_j - \Delta_P}^{z_j + \Delta_P} \left\{ \left[ \frac{d^2}{dz^2} + k_1^2 \right] \int_{z_i - \frac{\Delta_P}{2}}^{z_i + \frac{\Delta_P}{2}} k(z - z') dz' \right\} A_{Pj} dz \quad (5c)$$

$$Z_{ss}^{LK} = \frac{jk_1}{\eta_1 \pi} \int_{\rho_{K-1}}^{\rho_K} g(\rho_{L-\frac{1}{2}}, \rho') d\rho' - \frac{\text{ctg} k_2 t}{j \eta_2 \rho_{L-\frac{1}{2}} \ln\left(\frac{R_b}{R_a}\right)} (\ln(\rho_K) - \ln(\rho_{K-1}))$$

$$- \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k_2 \text{ctg} \alpha_n t}{j \alpha_n \eta_2 M_n^2} (\Phi_n(\rho_L) - \Phi_n(\rho_{K-1})) \frac{d\Phi_n(\rho_{L-\frac{1}{2}})}{d\rho} \quad (5d)$$

$$Z_{PS}^{jk} = \int_{z_{j-1}}^{z_{j+1}} \int_{\rho_{k-1}}^{\rho_k} K_{PS}(\rho', z) \left(1 - \frac{|z - z_j|}{\Delta_P}\right) d\rho' dz' \quad (5e)$$

$$Z_{SP}^{Li} = \int_{z_i - \frac{\Delta_P}{2}}^{z_i + \frac{\Delta_P}{2}} K_{SP}(z', \rho_{L-\frac{1}{2}}) dz' \quad (5f)$$

$$V_j = \int_{z_{j-1}}^{z_{j+1}} E_z^i \left(1 - \frac{|z - z_j|}{\Delta_P}\right) dz \quad (5g)$$

$$g(\rho, \rho') = \int_0^\pi \cos\varphi' \frac{e^{-jk_1 R_S}}{R_S} d\varphi' \quad (5h)$$

$$K_{PS}(\rho', z) = \frac{\rho' e^{-jk_1 R_S Q(1+jk_1 R_S Q)}}{R_{SQ}^3} \quad (5i)$$

$$K_{SP}(z', \rho) = -\frac{\rho (jk_1 R_r + 1) e^{-jk_1 R_r}}{4\pi R_r^3} \quad (5j)$$

为了计算  $Z_{SS}^{LK}$ , 必须用有效的方法来对级数求和。要加速一个级数的收敛性, 可以设法找另一个级数, 要求两个级数的差收敛很快, 而且新级数的和是已知的。原级数就用新级数的和加上两个级数的差来代替, 因而加快了收敛性。

可以证明(5d)式中的级数 (去掉因子  $k_2/\eta_2$ )

$$\frac{\text{ctg}\alpha_n t}{j\alpha_n M_n^2} [\Phi_n(\rho_K) - \Phi_n(\rho_{K-1})] \frac{d\Phi_n(\rho_{L-\frac{1}{2}})}{d\rho}$$

对大的  $n$  有渐近表达式

$$\begin{aligned} & -j \frac{R_b - R_a}{\pi^2 \sqrt{\rho}} \left\{ \frac{1}{\sqrt{\rho_K}} \left[ \frac{\sin(n\theta_1)}{n^2} - \frac{\sin(n\theta_2)}{n^2} \right] \right. \\ & \left. - \frac{1}{\sqrt{\rho_{K-1}}} \left[ \frac{\sin(n\theta_3)}{n^2} - \frac{\sin(n\theta_4)}{n^2} \right] \right\} \quad (6) \end{aligned}$$

这里

$$\theta_1 = \frac{\pi}{R_b - R_a} (2R_a - \rho - \rho_K), \quad \theta_2 = \frac{\pi}{R_b - R_a} (\rho_K - \rho)$$

$$\theta_3 = \frac{\pi}{R_b - R_a} (2R_a - \rho - \rho_{K-1}), \quad \theta_4 = \frac{\pi}{R_b - R_a} (\rho_{K-1} - \rho)$$

利用恒等式

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sin(n\theta)}{n^2 - 1} = \sin\theta \left[ \frac{1}{4} - \ln\left(2 \sin \frac{\theta}{2}\right) \right] \quad (0 < \theta < 2\pi)$$

就可用上述方法加速级数的收敛性。

### 3 输入阻抗和辐射方向图

解方程(5)就可得到电流和等效磁流的值。之后, 输入阻抗和辐射方向图就容易计算了。输入阻抗只是激励电压和输入端电流的商。辐射场  $E$ , 由电流产生的  $E^i$  和等效磁

流产生的  $E''_z$  叠加而成, 它们可分别表示为

$$E'_z = \frac{jk_1 \eta_1}{4\pi r} e^{-jk_1 r} \sin\theta \int_{-h}^h I(z') e^{jk_1 z' \cos\theta} dz'$$

$$= \frac{jk_1 \eta_1}{4\pi r} e^{-jk_1 r} \sin\theta \sum_{i=1}^{N_P} I_i \frac{[e^{jk_1 \cos\theta z_i} - e^{jk_1 \cos\theta z_{i-1}}]}{[jk_1 \cos\theta]}$$

$$E''_z = \frac{e^{-jk_1 r}}{r} k_1 \int_{R_a}^{R_b} T(\rho') J_1(k_1 \rho' \sin\theta) d\rho'$$

$$= \frac{e^{-jk_1 r}}{r} k_1 \sum_{k=1}^{N_S} -\frac{T_K}{k_1 \sin\theta} [J_0(k_1 \rho_k \sin\theta) - J_0(k_1 \rho_{k-1} \sin\theta)]$$

### 4 数值结果

用上述方法对耦合积分方程求得数值解。一部分结果示于下列各图中。对所有情况, 单极天线的直径  $2a$  都取  $0.01\lambda$ , 高度  $h$  取  $0.47\lambda$ 。图 2 ~ 4 分别给出了天线输入阻抗随缝的内半径  $R_a$ , 缝宽度  $2w$  和缝深度  $t$  而其他两参量固定时的变化曲线。缝中介质的介电常数和导磁率和外部一致, 计算时取了自由空间的值。从图 2 可以看出, 当  $R_a$  变大时, 输入阻抗围绕不存在缝时的输入阻抗值波动, 并最终趋近它。波动周期约为  $\lambda/2$ 。从图 3 中看出, 输入阻抗随缝宽度的变化同样呈现有衰减的波动特征。图 4 中示出了阻抗随缝深度  $t$  的变化情况。阻抗的实部和虚部都有最小点, 此时缝对输入阻抗的影响很大。当  $t$  趋近  $\lambda/2$  时, 阻抗和单极天线在理想导电平面上的阻抗差别很小。单极天线在理想导电屏上时的阻抗为  $39.41 + j4.89$ , 对应于图中  $t=0$  时的值。

图 5 中示出了缝中介质有损耗时的情况。介质的介电常数可表示为  $\epsilon_2 = \epsilon'_2 - j\epsilon''_2$ , 相对介电常数  $\epsilon_{r2} = \epsilon_2/\epsilon_1 = \epsilon'_{r2} - j\epsilon''_{r2}$ 。可以看出, 当  $\epsilon''_{r2}$  增大时, 输入阻抗趋向于单极天线在理想导电平面上的阻抗值。实际上, 当  $\epsilon''_{r2} = 10$  时, 输入阻抗和单极天线在理想导电平面上的输入阻抗值相差不大。实际上还可作出参量  $\epsilon''_{r2}$  不同时的辐射方向图。为了便于比较, 不同曲线是在输入电流相等的情况下给出的。和输入阻抗一样, 当  $\epsilon''_{r2}$  增大时, 辐射方向图趋向于无缝隙时的情况。事实上, 当  $\epsilon''_{r2} = 10$  时, 它们之间的差在所有取样点上都小于 1%。

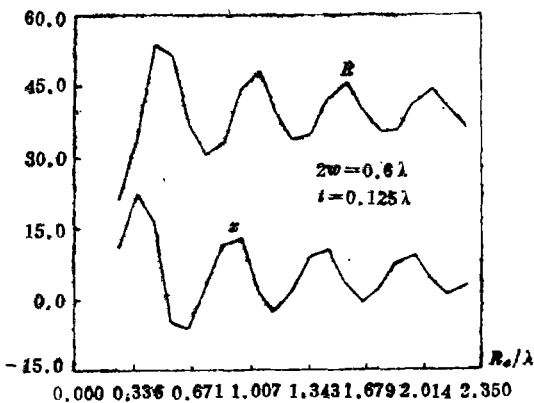


图 2 天线输入阻抗和环缝半径关系

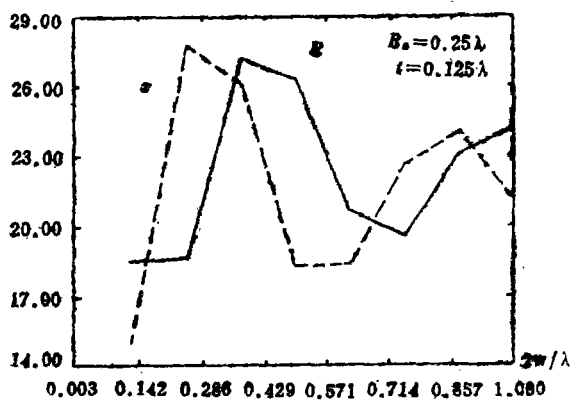


图 3 天线输入阻抗和环缝宽度关系

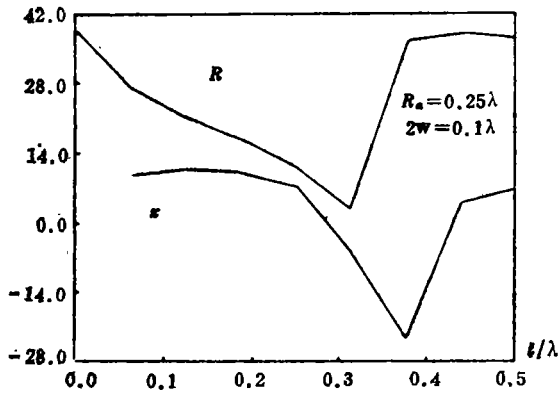


图 4 天线输入阻抗和环缝深度关系

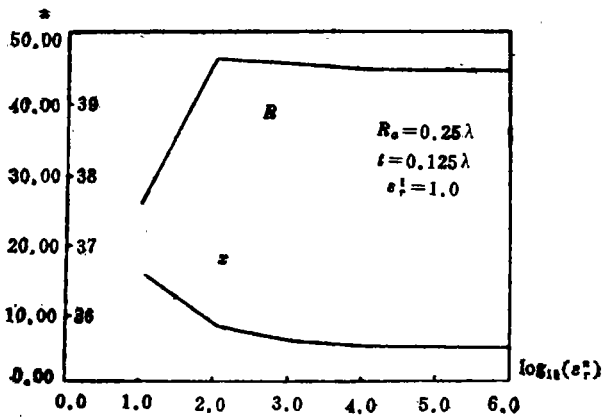


图 5 环缝中介质有损耗时的输入阻抗

### 5 结 论

本文研究了单极天线在理想导电屏上开有环形有限深度的缝时的辐射特性。给出了不同情况下的输入阻抗。数值结果表明输入阻抗随缝的直径增大或缝的宽度增大有衰减振荡的特征。当缝的深度变化时,可以看到谐振现象。输入阻抗或远区辐射场方向图在缝中介质的介电常数虚部增加时都趋向于没有缝存在时的情况。

### 致 谢

本文是作者在美国密西西比大学 (Univessitg of Mississippi) 访问时完成的。研究过程中得到了C.M.Butler教授的指导,在此表示感谢。

### 参 考 文 献

[1] Butler C M, Rahmat-Samii Y, Mittra R. Electromagnetic Penetration Through Apertures in Conducting Surfaces. IEEE Trans. on Antenna and Propagation, 1978; AP-26(1)

- [2] Harrison M G, Butler C M. An Analytical and Experimental Investigation of Planar Discontinuities in Coaxial Waveguides. Techn. Rept., University of Mississippi, 1981
- [3] Tsai L L. Analysis and Measurement of Dipole Antenna Mounted Symmetrically on a Conducting Sphere or Cylinder. Ph. D. Dissertation, The Ohio State University, 1970

## Radiation Characteristics of a Monopole Mounted on a Conducting Planar Screen Cut with an Annular Slot of Finite Depth

Gong Chengquan

(Department of Electronic Technology)

### Abstract

A monopole is mounted on a perfectly conducting (PEC) planar screen of infinite extent in which an annular slot of finite depth is cut. A pair of coupled integral equations are derived for this configuration. The electric current on the monopole and the electric field (or equivalent magnetic current) at the interface between the slot and the half space are determined as the solution of these integral equations. The input impedance of the monopole and the far field pattern are computed from these electric current and equivalent magnetic current.

**Key words:** monopole antenna, integral equation, annular slot, input impedance, field pattern