## 国防科技大学学报

# 混合物薄膜折射率与膜孔洞率关系研究

# 陈 哲 高伯龙 石秀瑜 王纪武

#### (应用物理系)

摘 要 本文对TiO<sub>2</sub>和Ta<sub>2</sub>O<sub>5</sub>混合膜进行了单源共蒸发实验研究。在实验结果的基础 上,提出了一个拟合TiO<sub>2</sub>、Ta<sub>2</sub>O<sub>5</sub>混合膜系孔洞率的经验公式,并对混合膜的折射率的计算 过程进行了改进。结果表明:理论计算与实验数据符合较好,混合物 薄膜可能形成孔洞率较 小的膜层,从而导致混合物薄膜折射率随混合百分比的变化曲线出现峰值。

关键词 混合物薄膜,折射率,孔洞率,TiO<sub>2</sub>,Ta<sub>2</sub>O<sub>5</sub>

**分类号** 0484.4

通常人们都用Lorentz-Lorenz公式和Drude公式<sup>[1]</sup>等去计算混合物薄膜折射率的预 期值,但实验得出的曲线有时与理论值相差较远。直观地看,这种差异可以认为是由于 膜中的孔隙造成的,但理论上却难以正确解释。在本文的工作里,作者从引入一个孔洞 率的经验公式入手,进一步完善了 Lorentz-Lorenz 公式的计算过程,得到了与实验数 据拟合较好的计算值,验证了膜中孔隙的变化是混合物薄膜折射率随混合浓度的变化曲 线出现峰值的原因之一。

1 混合物的折射率理论公式

随着混合物材料的广泛使用,已经出现了多种计算混合物材料折射率的 方 法 和 公式<sup>[1]</sup>,其中人们常用的主要是 Lorentz—Lorenz公式和Drude 公式,这两个 公 式 写成一 个表达式时为<sup>[2]</sup>:

$$n^2 = \frac{\sum_{i} a_i n_i^2 f_i}{\sum_{i} a_i f_i} \tag{1}$$

式中,

 $a_i = \begin{cases} \frac{1}{n_i^2 + 1} & (\text{Lorentz-Lorenz}) \\ 1 & (\text{Drude}) \end{cases}$ 

 $n_i$ 、 $f_i$ 分别为第i种材料的固体折射率、体积百分比。

学术论文 1988年12月19日收稿

在文献[2]、[3]、[4]中常用此式估计混合物折射率,而且近似认为,对于m元混合, 式(1)中的求和个数为m。

对于作者在研究工作中所选用的 (1-x)(TiO<sub>2</sub>):x(Ta<sub>2</sub>O<sub>5</sub>)二元混合膜系, 如果认为TiO<sub>2</sub>的固体折射率为2.5( $\lambda$ = 0.633µm),Ta<sub>2</sub>O<sub>5</sub>的固体折射率为2.2,则 由式(1)计算的折射率n随混合物中 Ta<sub>2</sub>O<sub>5</sub>重量百分比C变化的曲线如图1所 示。可见两条曲线都随混合物中Ta<sub>2</sub>O<sub>5</sub>的 重量百分比的上升而单调下降。



2 混合物薄膜折射率的实验结果

许多人研究过混合物薄膜系统,但是有关膜中混合比与折射率对应关系曲线的报道 却不多见,而且在所报道的单源蒸发混合的结果中也常以坩埚中混合比为依据<sup>[2]</sup>。为 了了解混合膜的折射率变化情况,作者采用单源固相混合方法,在DMDE-450型镀膜机 上,用 *e* 电子枪制备了不同混合比的TiO<sub>2</sub>:Ta<sub>2</sub>O<sub>5</sub>混合系单层薄膜,其制备条件一般为氧 压约1.333×10<sup>-2</sup>Pa,基片加温约150℃.

制成的薄膜利用 JSM-35C 扫描电子显 微 镜上的电子探针波谱仪测量 了 膜 中 混合 比,为了提高精度,可对电子探针测量的数 据进行理论修正<sup>[5]</sup>。同时,用TP-83型椭 偏仪测量所制备的混合物单层 膜 的 折 射 率,测量波长为 λ=0.633μm。测量、修 正后的结果在图 2 中以圆圈标出。

由图 2 中数据可以看出,随着混合膜





中Ta<sub>2</sub>O<sub>5</sub>的重量百分比C的少量增加,折射率开始逐渐增高,在Ta<sub>2</sub>O<sub>5</sub>的重量百分比达 到12.3%时,折射率出现极值点。这个现象与图1的预期值的折射率变化趋势有较大的 差异。显然,这种偏差是难以用误差因素去解释的。类似的这种变化趋势上的差异,在 其它一些材料的混合膜中也发现过<sup>[1]、[2]</sup>。

3 孔洞模型及孔洞率经验公式的引入

对于实验结果和理论预测值的偏差,Jacobsson<sup>[2]</sup>曾经猜测,其原因可能是混合物 薄膜在结构上发生了变化,导致填充密度提高。Feldman<sup>[1]</sup>等人为了证实这种解释提出 了一个孔洞模型。认为在实际薄膜中孔洞存在也占有一定的体积百分比,因而在(1)式 的右边,各组元的折射率按体积百分比求和不仅应计算混合物中几种组成成分的体积百 分比f<sub>i</sub>(对二元组合,*i*=1,2)及其折射率,也应计入膜中孔洞的体积百分比P(也即 孔洞率)以及吸水后水的折射率(*n*<sub>H2</sub>0=1.3333)即:

$$f_1 + f_2 + P = 1$$

(2)

第12卷

为了求得 $f_1$ 、 $f_2$ 、P 三者的值,他们根据折射率的实验数据,提出了一个孔洞率的经验公式:

$$P = P_2 \cdot \exp\left[-\left(\frac{f_1}{A_1}\right)^2\right] + P_1 \cdot \exp\left[-\left(\frac{f_2}{A_2}\right)^2\right]$$
(3)

其中 $P_1$ 、 $P_2$ 分别为混合组分1、组分2单独成膜时的孔洞率,参量 $A_1 \ll 1, A_2 \ll 1$ .

在研究工作中,为了解释TiO<sub>2</sub>:Ta<sub>2</sub>O<sub>5</sub>混合膜系的实验值与理论预 测 值 的 不一致, 作者也引入了孔洞模型,并尝试用Feldman的表达式计 算 TiO<sub>2</sub>:Ta<sub>2</sub>O<sub>5</sub> 混 合 膜系,同时 也用(3)式去验算ZrO<sub>2</sub>:SiO<sub>2</sub>混合膜系。结果发现Feldman 的经验表达 式 有一个严重的 缺陷,就是无论哪两种材料混合制备薄膜,也无论 $P_1$ 、 $P_2$ 为哪些实际值,当用式(1)、 (2)、(3)计算出的折射率值与实验值拟合时,式(3)得到的孔洞 率P 却 有 可 能 存 在

P < 0.1%,甚至P = 0的情况,也即存在填充密度约为1的情况,见图3、图4.这是与目前所报道的各种混合膜的实验结果相矛盾的 [8] [7] [8]。

为了避免这一缺陷,并满足TiO2:Ta2O5混合膜系,作者尝试用一些唯象分析,加上







图 4 C:膜中 Ta<sub>2</sub>O<sub>5</sub> 重量百分比; P: 膜中孔洞率;曲线为式(3)的计算值;  $\circ$  : 为实验数据推算值; TiO<sub>2</sub>: Ta<sub>2</sub>O<sub>5</sub> 混合膜系, P<sub>1</sub>=0.23; P<sub>2</sub>=0.13;  $A_1$ =0.34;  $A_2$ =0.03;  $\rho_{TiO_2}$ =3.83g/cm<sup>3</sup>;  $\rho_{Ta_2O_5}$ =8.73g/cm<sup>3</sup>

所做的实验结果,提出了一个拟合TiO<sub>2</sub>:Ta<sub>2</sub>O<sub>5</sub> 混合膜的经验公式。其拟合 推 导 的过程 如下:

首先,利用实验值推算已制备膜的孔洞率。根据固体重量百分比 C<sub>i</sub>(i=1,2) 的定 义有

$$\begin{cases} C_{1} = \frac{\rho_{1}V_{1}}{\rho_{1}V_{1} + \rho_{2}V_{2}} \\ C_{2} = \frac{\rho_{2}V_{2}}{\rho_{1}V_{1} + \rho_{2}V_{2}} \end{cases}$$
(4)

式中 $\rho_1$ 、 $\rho_2$ 、 $V_1$ 、 $V_2$ 分别为组分1、2的固体密度及固体体积。由(4) 式及体积百分比的定义可得到finCi(i=1,2)的关系式:

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{C_1 \rho_2}{C_1 \rho_2}$$
(5)

 $C_1: C_2$ 的值在本研究工作中已用电子探针测得[5],而且有关系 $C_1 + C_2 = 1$ 存在。把

第1期

实验测得的折射率值代入式(1),并联立式(2)、式(5)。计算时取参数<sup>[9]</sup> $\rho_{TiO_2}=3.83$  (om),g/ $\rho_{Ta2O_2}=8.73$ (g/cm)。另外取近似值,( $\lambda=633$ nm), $n_{TiO_2}=2.5$ ,

 $n_{\mathrm{Ta}_{2}\mathrm{O}_{5}} = 2.2;$   $n_{\mathrm{H}_{2}\mathrm{O}} = 1.33.$ 

推算得到一组与不同Ta<sub>2</sub>O<sub>5</sub>重量百分比C<sub>2</sub>对应的 孔洞率P.这些 对应点以 圆圈标在 图4、图5中。显然, Feldman经验表达式的计算曲线与实验值推算的P值结果相差很远。

其次,根据实验推算的孔洞率值,推导适合于TiO<sub>2</sub>:Ta<sub>2</sub>O<sub>5</sub>混合膜 的 经 验 公 式。作 如下设想:

(1) 混合膜的两种材料各自单独成膜时的孔洞率P<sub>1</sub>、P<sub>2</sub> 将对混合膜的孔洞率P 作出 贡献;同时,适当的增加f<sub>2</sub>,有可能使P改变,也就是说 P还应与f<sub>1</sub>、f<sub>2</sub>有关。另外,对 TiO<sub>2</sub>:Ta<sub>2</sub>O<sub>5</sub>等一些混合膜而言,就目前所报道的结果,应有 P>0,所以可以设 想存 在 以下形式:

$$P = A_0 + H_1(P_2, f_1) + H_2(P_1, f_2)$$
(6)

其中 $A_0$ 为一常数参量。为保证 $0 \le P \le 1$ ,所以有

 $0 < A_0 \leq 1; \ 0 \leq H_1 \leq 1; \ 0 \leq H_2 \leq 1.$ 

(2) 由图 4 中的实验数据点可以看出,少量的增加 $f_2$ ,将导致P的下降,因而可以 取式(6) 中的含 $f_1$ 、 $f_2$ 因子为负指数形式,即满足 $0 \leq e^{-\alpha(f_1,f_2)} \leq 1$ .所以可取

$$\begin{cases} H_1 = G_1(P_1) \cdot \exp\left[-(f_2/A_2)^2\right] \\ H_2 = G_2(P_2) \cdot \exp\left[-(f_1/A_1)^2\right] \end{cases}$$
(7)

其中A<sub>1</sub>≪1; A<sub>2</sub>≪1.

(3)参考混合物薄膜的两个极端情况,即分别为两种纯材料薄膜时的情况。

(a) 当 $f_2=0$ 时, 有 $P=P_1=A_0+G'_1(P_1)$ . 因为在一定的实验 条 件 下,  $P_1, A_0$ 为常数, 所以 $G'_1(P_1)$ 也为常数。

(b) 同理, 当 $f_2 = 0$ 时, 有 $P = P_2 = A_0 + G'_2(P_2)$ ,  $G'_2(P_2)$ 亦为常数。

由于不同材料的各种特性不相同,所以可以认为:  $P_1 > P_2$ ,因而有,  $G'_1(P_1) - G'_2(P_2) > 0$ .

(4) 由图 4 还可以看出,除 $C_2 = 9.14\%$ 的实验点外,一般的实验点有 $P_1 \ge P \ge P_2$ 成 立。因此可以估计 $G'_1, G'_2$ . 当 $(f_2/A_2)^2 \ge 1, (f_2/A_2)^2 \ge 1$ 时,由(7)式得: $H_1 = 0, H_2 = 0$ . 所以此时 $P = A_0$ ,则存在关系: $A_0 + G'_1 \ge A_0 \ge A_0 + G'_2$ ,即: $G'_1 \ge 0$ ; $G'_2 \le 0$ .

令  $|G'_1| = D^2$ ,  $|G'_2| = B^2$ , 则  $P_1$ ,  $P_2$ 可写成

$$P_1 = A_0 + D^2$$
;  $P_2 = A_0 - B^2$ .

根据以上四点的考虑,把G<sub>1</sub>(P<sub>1</sub>),G<sub>2</sub>(P<sub>2</sub>)在形式上尝试写成:

$$\begin{cases} G_1(P_1) = [1 - (1 - F_2) \times (1 + F_1)] \times D \\ G_2(P_2) = [1 - (1 - F_2) \times (1 + F_1)] \times B \end{cases}$$
(8)

其中 
$$\begin{cases} F_1 = B \times \exp[-(f_1/A_1)^2] \\ F_2 = D \times \exp[-(f_2/A_2)^2] \end{cases}$$

 $A_0$ 、B、D是与组分1、组分2单独成膜时的孔洞率 $P_1$ 、 $P_2$ 有关的参量。

把式(7),式(8)代入式(6),则可写出拟合TiO₂:Ta₂O₅混合膜系 的一个 孔洞率经验 表达式:

(9)

(10)

 $P = A_0 + [1 - (1 - F_2) \times (1 + F_1)] \times (F_1 + F_2)$ 

式中 $F_1$ 、 $F_2$ 的形式如式(9)所示。在(10)式中,只要 $A_0 > 0$ ,则P > 0,就可避免P = 0的情况出现。

为了讨论式(10) 拟合的合理性, 假定式(5)中的 $C_2$  为自由参量,这时,利用式(2)、(5) 以及式(10),可计算出一组不同 $C_2$ 时的 $P_x f_1, f_2$ .

对于取 $A_1=0.34$ ;  $A_2=0.03$ ;  $P_{TiO_2}=P_1=0.23$ ;  $P_{Ta_2O_5}=P_2=0.13$ ;  $A_0=0.18$ 时, 计算得到在 TiO<sub>2</sub>中掺入不同 Ta<sub>2</sub>Q<sub>5</sub> 重量百分比时的一组混合膜的P值,关系曲线如图 5 中所示。可以看出,由式(10)算出的曲线较好地拟合了那些实验数据推算点。唯一例外的是Ta<sub>2</sub>O<sub>5</sub> 浓度为 9.14%的点。这点的偏差显然不会是误差因素造成的。要想解释这点的出现,很可能需要引入其它的物理模型,或者找到更好的拟合经验表达式。



利用式(10)计算出的P、f<sub>1</sub>、f<sub>2</sub>值再代人公式(1)的Lorentz-Lorenz 公式,可算出掺入 不同Ta<sub>2</sub>O<sub>5</sub> 重量百分比时,对应的膜折射率曲线,曲线如图 2 所示。可见折射 率计算曲线 也与实验数据较好的拟合。当然,Ta<sub>2</sub>O<sub>5</sub>重量百分比为9.14%的点的计算值为例外。由 此可见,只有把孔洞率引入Lorentz-Lorenz公式的计算中去,才有可能使理论预测值与实 验值较为接近。由图 5 还可以看出,无论是实验结果还是利用式(10)的计算结果,都有 这样一种趋势:适当地少量增加Ta<sub>2</sub>O<sub>5</sub>的浓度,可以导致填充密度的增加。这与作者的 计算机模拟混合薄膜生长的结果是一致的<sup>[5]</sup>。

4 TiO2:Ta2O5混合膜系折射率讨论

利用(10)式,结合Lorentz-Lorenz公式,就可以讨论混合重量比变化时所制备的 TiO<sub>2</sub>:Ta<sub>2</sub>O<sub>5</sub>混合物薄膜的折射率。为了方便讨论 $P, f_1, f_2$  三者各自对膜层折射率 n 的影 啊,可把Lorentz-Lorenz公式在形式上写成:

$$g(n) = \sum_{i} f_{i} g(n_{i}) \qquad (11)$$

式中 
$$g(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 2}$$
  $x = n, n_i (i = 1, 2)$ 

则 
$$n^2 = \frac{1+2g(n)}{1-g(n)}$$
 (12)

式(12)经微分后为:  $2n(dn) = \frac{3(dg)}{(1-g)^2} > 0$ 

即膜层折射率 n 随函数g(n)的值的增加而单调增加。所以,只要讨论了  $f_i \times g(n_i)$ 对g(n)的影响,也就定性地知道了对 n 的影响。 把图 5 中的**P**的理论计算值以及计算 中同时得到的 $f_1$ 、 $f_2$ 的理论值代入式(11), 则可绘出随Ta<sub>2</sub>O<sub>5</sub> 重量百分比增加时,  $f_i \times g(n_i)$ 的变化曲线,如图6所示。由 图中可以看出,初始的膜折射率项g(n)的 增加,主要是由于孔洞中水折射率项 $P \times g(n_{H_2O})$ 的下降和固体材料折 射率项 $f_1 \times g(n_{TiO_2})$ 、 $f_2 \times g(n_{Ta_2O_3})$ 增加的综合效应 引起的。当 $f_1 \times g(n_{TiO_2})$ 上升到一定值时



又开始下降,但同时 $f_2 \times g(n_{T_{4,2}O_5})$ 仍在增大,  $P \times g(n_{H_{3,0}})$ 仍在减小(对照图 5),因而 总的效果是使膜的折射率增加。也就是,在这段重量百分比区域里,Ta<sub>2</sub>O<sub>5</sub>的混人,"填 充"了部分膜的孔洞,使膜的折射率有了提高。当膜中 Ta<sub>2</sub>O<sub>5</sub>的重量百分比约为13%以 后,Ta<sub>2</sub>O<sub>5</sub>的分子此后"填充"孔洞的量增加很少,(这可由 $P \times g(n_{H_{2}O})$ 几乎不变 了看出),而是把新混入的 Ta<sub>2</sub>O<sub>5</sub> 分子去占据 TiO<sub>2</sub>分子的几何位置(这可由 $f_1 \times g(n_{T_{1}O_2})$ 下降、 $f_2 \times g(n_{T_{4,2}O_5})$ 上升看出),这导致膜层的折射率开始下降。此后虽有少量的孔 洞被 Ta<sub>2</sub>O<sub>5</sub> 分子占据,但因膜中的 Ta<sub>2</sub>O<sub>5</sub> 分子越来越多,这就造成了膜 折射率的持续下 降,一直到全是 Ta<sub>2</sub>O<sub>5</sub> 的纯膜为止。当 Ta<sub>2</sub>O<sub>5</sub> 重量百分比大于 13% 以后,孔 洞 率 减小 很少的原因可能是由于 Ta<sub>2</sub>O<sub>5</sub> 的分子较大,在少量掺入主体 TiO<sub>2</sub> 中时,可以"填充"一 部分大的孔洞,但不能有效地"填充"大量的孔洞,因而当孔洞减小到一定程度后,其 变化就很小了。综上所述,混合物薄膜折射率出现峰值的主要原因,就是膜中孔洞率的 减小,填充密度的提高。

# 5 结 论

用 Lorentz—Lorenz 公式计算混合物薄膜的折射率,除了考虑两种用于混 合的材料 的各自折射率因素外,还应当考虑膜中孔洞吸水后对膜折射率的影响,才有可能使理论预 测值尽可能地接近实验值,适当地引入膜孔洞率经验表达式将有助于完善这个过程。另 外,理论预测和实验都表明,TiO<sub>2</sub> 中少量地掺入 Ta<sub>2</sub>O<sub>5</sub> 制成的薄膜,在相同的实验条件 下,有可能制备成比 TiO<sub>2</sub> 薄膜更致密,且折射率较高的薄膜。同时,混合物薄膜折射 率随混合百分比变化的曲线出现峰值的原因之一是混合薄膜中孔洞的减少。

感谢曾淳同志在椭偏计算上给予的帮助。

## 参考文献

- [1] Feldman A, et al. J.Vac. Sci. Technol. A, 1986; (A4): 2969
- [2] Jacobsson R. Physics of Thin Film. edited by G.Hass, et al, New York: Academic, 1978: 51
- [3] Chopra K N, et al. Appl. Opt. 1979; 18: 1750
- [4] 顾培夫.光学薄膜技术 (上册),浙江大学光仪系, 1984: 112
- [5] Chen Zhe, et al. Optical Coatings, edited by Tang Jinfa, et al, Beijing, International Academic Publisher, 1989: 98

```
[6] Farabaugh E N, et al. J.Vac. Sci. Technol. A, 1987, A5: 1671
[7] 陈字明等. 光学学报, 1986, 6 (1): 70
[8] 王纪武等. 第二屆全國光學薄膜学术会议论文. 南京: 1984
[9] Samsonow G V. The Oxide Handbook. IFI/Plenum Data Compony, 1982; 19
```

# The Study of the Relations Between Refractive Index and Porosity in Mixed Films by Coevaporation

Chen Zhe Gao Bolong Shi Xiuyu Wang Jiwu (Department of Applied Physics)

### Abstract

In order to further understand the relations between refractive index and porosity in mixed films, we did the experiments of mixed film system  $TiO_2:Ta_2O_5$ , using coevaporation. On the basis of our experimental results, we put forward an empirical porosity expression to fit the data of  $TiO_2:Ta_2O_5$ system, and we also improved the calculating procedure of the refractive index of mixed films. The results of theoretical calculations using our empirical porosity expression agree with those of experiments. The results of experiments and theoretical analysis show that it is possible that the mixed films have less porosity than pure thin films, and those films cause a peak in the curve of refractive index of mixed films versus the ratio of the mixed weight.

Key words, refractive index, mixed films, porosity, TiO<sub>2</sub>, Ta<sub>2</sub>O<sub>5</sub>