

带横向射流的绕后台阶超音速外流场的数值模拟

王正华 王承尧

(航天技术系)

摘要 将一股射流喷入超音速外流是飞行器飞行控制的常用方法。本文通过应用Mac Cormack显格式和Ba/dwin-Lomax代数湍流模型求解二维可压缩的RANS方程,对带横向射流的绕后台阶的超音速外流场进行了数值模拟,并给出了流场的速度向量图、等压线图和等马赫线图。与无喷射的情形相比,台阶底部压力增加了一倍左右。

关键词 超音速流动, 横向射流, 分离, 数值模拟

分类号 V211.1

自70年代以来,对超音速燃烧冲压式发动机(SCRAMJET)^[1]的研究在美国引起了广泛的兴趣。J. P. Drummond 分别于1979年^[1]和1981年^[2]用有限差分法计算了二维平板和二维燃烧室带垂直喷氢射流的超音速干扰流场。1982年Anderson, Jr. 及他的学生G. A. Sullins和H. A. Berman与Drummond一起先后进行了后台阶带水平和垂直喷氢射流的超音速内干扰流场的数值计算^{[3][4]}。随后关于SCRAMJET的实验报告相继发表,进一步将数值模拟由二维推向三维。然而对航天飞机反作用控制系统(RCS)^[5]及机动弹头底部喷流外干扰流场的研究主要在地面实验和实际试飞中进行^[6],数值计算结果很少。在

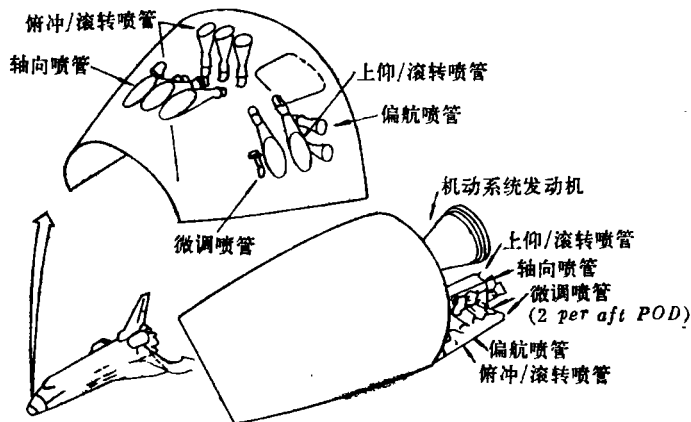


图1 航天飞机前、后反作用控制系统喷管的安装位置示意图

公开的文献上仅看到J. S. Shang等人^[7]1987年发表的在尖头体和钝头体的弹身前部将一股圆孔射流喷入 M_∞ 为12的高超音速流中的三维干扰流场的数值计算结果。为得到一个稳

态解,在CRAY-2机上需运行40个CPU小时左右。这在我国目前的计算条件下是难以达到的。为了积累经验,我们对二维平板及绕后台阶的超音速外干扰流场的数值模拟作了一些尝试性的工作。

1 数学分析

1.1 控制方程

由于喷流干扰流场较为复杂,用可压缩的RANS方程求解比较合适。在忽略彻体力和热源的情况下,该方程可写成如下的强守恒形式:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

其中:

$$U = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ e \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$F = \begin{bmatrix} \rho u & \rho u^2 + \sigma_x & \rho uv + \tau_{xy} & (e + \sigma_x)u + \tau_{yx}v - k \frac{\partial T}{\partial x} \end{bmatrix}^T \quad (3)$$

$$G = \begin{bmatrix} \rho v & \rho uv + \tau_{yx} & \rho v^2 + \sigma_y & (e + \sigma_y)v + \tau_{xy}u - k \frac{\partial T}{\partial y} \end{bmatrix}^T \quad (4)$$

$$\sigma_x = p - \lambda \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) - 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} \quad (5)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = -\mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (6)$$

$$\sigma_y = p - \lambda \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) - 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} \quad (7)$$

$$\mu = \mu_l + \mu_t \quad (8)$$

$$\lambda = -\frac{2}{3}\mu \quad (9)$$

$$e = p/(\gamma - 1) + 0.5\rho(u^2 + v^2) \quad (10)$$

$$k = \frac{\gamma R}{\gamma - 1} \left(\frac{\mu_l}{p_r} + \frac{\mu_t}{p_{r,t}} \right) \quad (11)$$

在计算过程中假定气体是完全气体,服从状态方程

$$p = \rho RT \quad (12)$$

其中 u, v, p, T, ρ, μ 分别代表 x 方向的分速、 y 方向的分速、压力、温度、密度和总粘性系数;取气体常数 R 为 $287(\text{m}^2/\text{s}^2 \cdot \text{K})$;层流普朗特数 p_r 为 0.72 ;湍流普朗特数 $p_{r,t}$ 为 0.90 ;比热比 γ 为 1.4 。层流粘性系数 μ_l 由Sutherland公式给出,湍流粘性系数 μ_t 由Baldwin-Lomax代数湍流模型^[8]给出。整个方程组是封闭的。

1.2 边界条件

固壁边界用粘性无滑移条件，法向温度梯度为零（绝热壁），且将壁面法向压力梯度近似处理为零。喷口处的物理量固定为喷射条件所给定的值。出口边界上让所有物理量沿流动方向的一阶导数为零。上边界值由超音速特征关系式求得。入口处物理量的值均固定。假定在入口处湍流边界层已形成，入口与转换点的距离为 l' ，横坐标 x 的零点定在入口处，则在边界层内 u 的表达式有如下的指数形式：

$$\frac{u}{u_\infty} = \left(\frac{y}{\delta}\right)^{1/7} \quad (13)$$

其中 δ 为边界层厚度，由下式给出

$$\delta = 0.37(x+l')^{0.8} \left(\frac{\rho_\infty u_\infty}{\mu_t}\right)^{-0.2} \quad (14)$$

根据边界层理论，可假定在边界层内压力值不变（为 p_∞ ）；温度分布由等熵假定给出，从而求出密度分布。通过积分定常可压连续方程，本文导出了边界层内 v 的表达式：

$$v = 0.8 \frac{u_\infty \delta}{x+l'} \left[1 + \frac{1}{2}(\gamma-1)M_\infty^2(1-t^2)\right] \cdot \int_0^t \frac{1 + \frac{1}{2}(\gamma-1)M_\infty^2(1+t^2)}{\left[1 + \frac{1}{2}(\gamma-1)M_\infty^2(1-t^2)\right]^2} dt \quad (15)$$

式中：
$$t = \left(\frac{y}{\delta}\right)^{1/7} \quad (16)$$

在边界层外， u, v, p, T, ρ 的值固定为 $y = \delta$ 上的值。

1.3 座标变换

为了使壁面及喷口附近的网格点分布较密以分辨大梯度的物理量变化，本文应用了文献[1]所给出的网格生成法，使方程组(1)~(12)由物理平面 (x, y, t) 变换到计算平面 (X, Y, t) 。但作了必要的改进，使之能适应绕后台阶的喷流干扰流场数值模拟的要求，能分段加密。改进后的座标变换为：

$$X = f(x) = X_{\min} + (X_{\max} - X_{\min}) \left\{ 0.5 + \frac{1}{0.5\beta_x} \sinh^{-1} \left[\left(\frac{2(x-x_{\min})}{x_{\max}-x_{\min}} - 1 \right) \cdot \sinh(0.5\beta_x) \right] \right\} \quad (17)$$

$$Y = g(y_1) = g\left(\frac{y-y_B(x)}{y_A(x)-y_B(x)}\right) \\ = Y_{\min} + (Y_{\max} - Y_{\min}) \left[1 - \alpha - \frac{(1-\alpha)}{c} \ln \frac{\beta_y + (1-y_1)(2\alpha+1) - 2\alpha}{\beta_y - (1-y_1)(2\alpha+1) + 2\alpha} \right] \quad (18)$$

其中：
$$c = \ln\left(\frac{\beta_y+1}{\beta_y-1}\right) \quad (19)$$

式中 x_{\min}, x_{\max} 是物理平面上被变换区间的左边界和右边界, X_{\min}, X_{\max} 是与之相对应的计算平面上的横坐标。 β_x 越大, 伸缩效应越显著, 在中点 $(x_{\min} + x_{\max})/2$ 左右的网络越密。而 $y_A(x), y_B(x)$ 分别代表物理平面上的上边界和下边界。函数 g 使得壁面附近网格加密。 $\alpha=0$ 对应单壁的情形, 一般用于外流场的计算; $\alpha=1/2$ 对应双壁的情形, 一般用于非对称壁的二维内流场的计算。 β_y 越小, 伸缩效果越明显。在本文的计算中, 取 β_x 为 5.0, β_y 为 1.002。通过变换后, 方程(1)变成

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{df}{dx} \frac{\partial F}{\partial X} - \frac{1}{y_A(x) - y_B(x)} \frac{dg}{dy_1} \cdot \left\{ \left[\frac{dy_B}{dx} + \left(\frac{y - y_B(x)}{y_A(x) - y_B(x)} \right) \left(\frac{dy_A(x)}{dx} - \frac{dy_B(x)}{dx} \right) \right] \frac{\partial F}{\partial Y} - \frac{\partial G}{\partial Y} \right\} = 0 \quad (20)$$

2 计算方法

本文采用的是 MacCormack 两步显式格式, 方法是时间相关法。为了抑制非线性的数值振荡, 加了文献[1]修改后的二阶(量级为四阶的)人工粘性。与传统方法不同的是, 在开关函数中还考虑了温度梯度的影响。一般取 $0 < \alpha < 0.8$ 。

3 计算结果

为了验证所编程序的可靠性, 我们首先计算了文献[1]中的平板喷流问题。所得结果与该文的计算结果几乎完全吻合, 其流动图案与文献[1]引用的 Thayer 的射流干扰实验结果(见图2)基本一致。在此基础上, 对绕后台阶的与主流方向成 60° 角的喷流干扰流场进行了数值计算, 并与无喷流的情形进行了比较。来流条件为:

$$M_\infty = 2.19, P_\infty = 120544 \text{ N/m}^2,$$

$$T_\infty = 1005.1 \text{ K}, R_{cA} = 70000;$$

喷口在台阶后 1.5 倍台阶高度处; 喷口宽为 0.004 倍台阶高度。台阶前(不含台阶)的网格点数为 15×16 ; 台阶后(含台阶)的网格点数, 在计算无喷流场时为 26×31 , 计算喷流干扰流场时为 16×31 。由于工作的尝试性, 网格点取得很少。由于喷口太窄, 仅有一个网格点落在其区间内; 同时, 仅有两到三个网格点来分辨湍流边界层。即使如此, 为得到一个喷流干扰流场的稳态解, 在 VAX-780 上仍需运行 16 个 CPU 小时。

图3为依据计算结果画出的绕后台阶流动的流场速度向量图(箭头是定长的, 仅代表速度的方向, 不表征速度的大小, 目的是看清分离和旋涡的情况)。从图3可看出, 由于台阶的存在, 流动在台阶后发生了急剧的膨胀, 发生了一次分离和二次分离。一次分离涡是顺时针的, 再附点到台阶的距离约为 3.15 倍台阶高度; 二次分离涡是顺时针

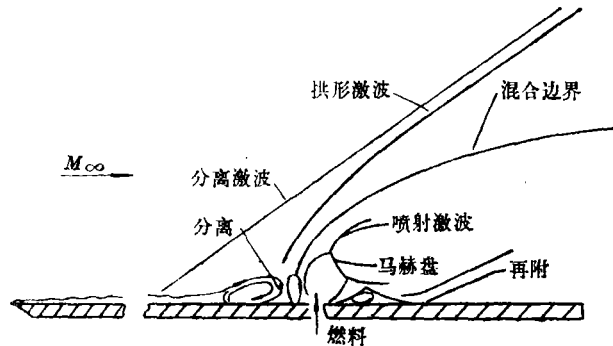


图2 Thayer平板喷流干扰流场的结构简图

的，分离点到台阶的距离约为1.2倍台阶高度。

图 4 为绕后台阶的喷流干扰流场的速度向量图。从图可看出，喷口上游有三个涡，下游有一个涡。与无喷流动的情形相比，一次分离涡变成了一中心涡，仍是顺时针的，二次分离涡仍是逆时针的，但变小了，被挤到了台阶的角上。与图 2 一样，上游紧挨喷

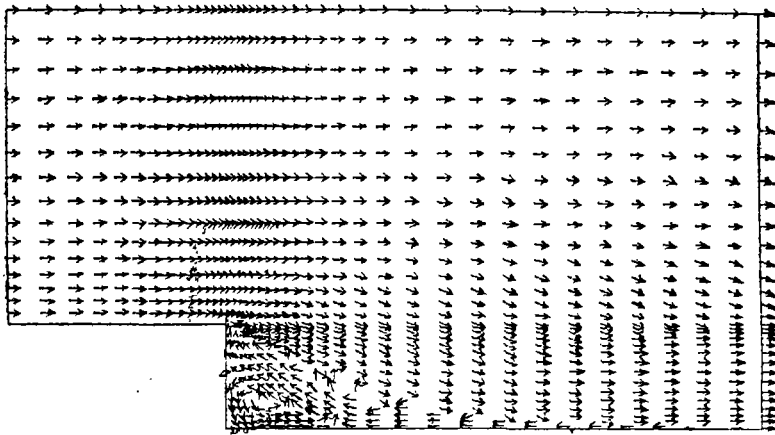


图 3 绕后台阶无喷超音速流场的速度向量图

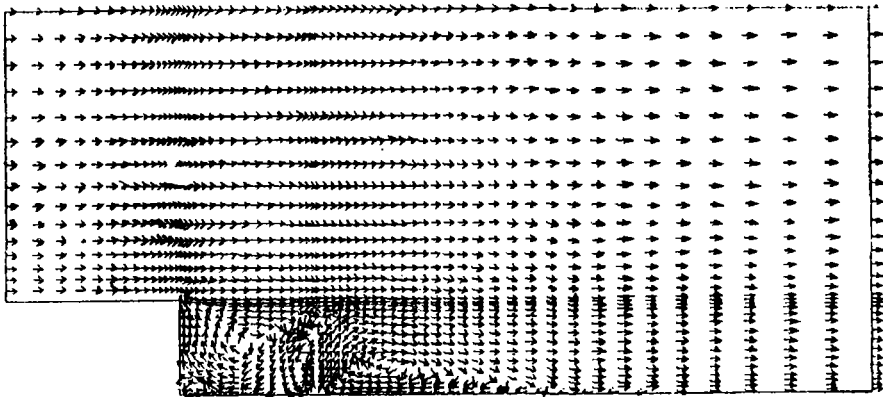


图 4 绕后台阶60°喷流干扰流场的速度向量图

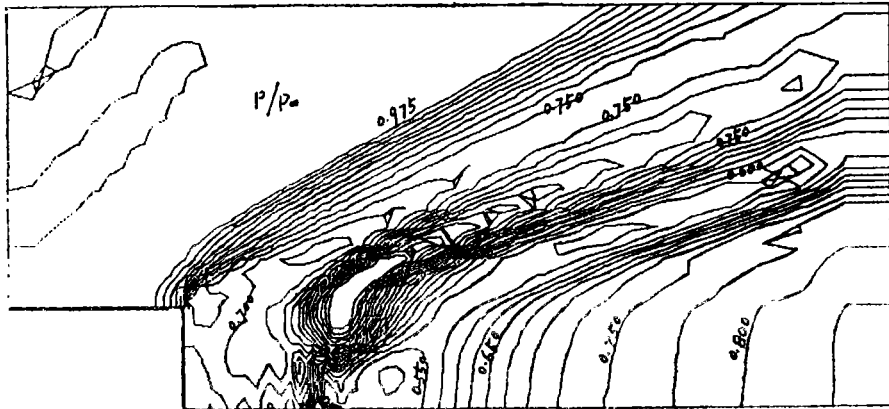


图 5 绕后台阶60°喷流干扰流场的等压线图

口处也有一逆时针方向的小旋涡，喷口下游有一分离区。图5给出了相应的等压线图，流动在台阶的肩部发生膨胀，压力减小，之后，由于喷流的存在，发生了一定程度的压缩。喷口后是一低压区，再往后，流动再压缩，强迫流动的方向最终与物面平行。图6是相应的等马赫线图。

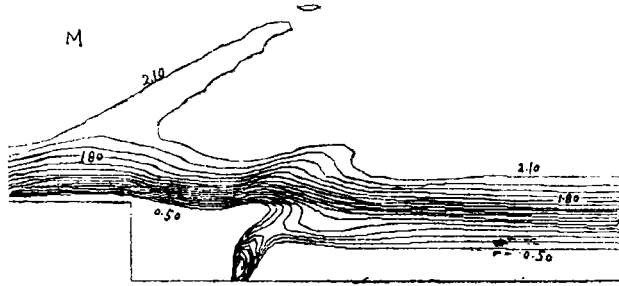


图6 绕后台阶 60° 喷流干扰流场的等马赫线图

数值计算结果还表明，由于喷流的存在，台阶底部又得到了一定程度的压缩，部分地抵消了由于台阶存在而引起的膨胀，使底部压力回升了一倍左右（由0.37回到0.74）。如果射流是垂直喷入的，回升值将更大。

4 结 论

数值计算结果表明，所编计算程序是可靠的。绕后台阶的喷流干扰流场的速度向量图能清楚地显示流场的旋涡和分离情况。数值模拟是成功的，为轴对称和三维喷流干扰流场的数值模拟打下了一个良好的基础。

参 考 文 献

- [1] Drummond J P. AIAA Paper, 79-1482
- [2] Drummond J P and Weidner E H. AIAA Paper, 81-0186
- [3] Sullins G A, Anderson J D, Jr and Drummond J P. AIAA Paper, 82-1001
- [4] Berman H A, Anderson Jr and Drummond J P. AIAA Paper, 82-1002
- [5] Kanip D B. AIAA Paper, 82-1319
- [6] Stone J S, Baumbach J J and Roberts B B. 1984, N84-10131
- [7] Shang J S, MaMaster D L, Scaggs N and Buck M. AIAA Paper, 87-0055
- [8] Baldwin B S and Lomax H. AIAA Paper, 78-257

The Numerical Simulation of the Supersonic External Flow over a Rearward Facing Step with Transverse Injection

Wang Zhenghua Wang Chengyao
(Department of Aerospace Technology)

Abstract

A jet stream injecting a supersonic external flow is a common technique for the flight control of an aerospace vehicle. In this paper, MacCormack explicit scheme and Baldwin-Lomax algebraic turbulent model are employed to

探空火箭级间段的CAD系统

李国光 黄建华

(航天技术系)

摘要 本文在 CADKEY 绘图软件包的支持下,开发了加筋圆柱结构 CAD 系统—Hcadx. 此系统通过菜单引导用户的操作,可用经验公式或解析法作轴压稳定分析,用罚函数法优化参数,可以在不退出Hcadx的情况下启动CADKEY,自动绘制设计草图.此草图经过适当地编辑、修改、便可成为工程中能接受的工作图纸。

关键词 CAD, 优化设计, 稳定分析

分类号 V421

主要符号

A_1, A_2	纵向加筋与环向加筋的横截面积	a, b	圆柱壳的长度与周长
E	弹性模量	e_1, e_2	纵向与环向加筋截面形心对蒙皮中面的偏心距
h	圆筒壳壁厚	I_1, I_2	纵向与环向加筋对蒙皮中面的转动惯量
h_1, h_2	纵向与环向加筋高度	m, n	圆筒屈曲波型在纵向的半波数与在环向的波数
J_1, J_2	纵向与环向加筋对其形心的扭转惯性矩	p_j	设计轴压
N_1, N_2	纵向与环向加筋数目	t_1, t_2	纵向与环向的加筋宽度
p	单位宽度上的轴向压力	μ	波桑比
R	圆柱壳半径		

计算机图形学、结构CAD和微型计算机等新技术的发展,为计算力学开辟了广阔的领域.在飞行器结构设计中,将结构分析、优化设计与这些新技术结合起来,开展设

1989年4月10日收稿

solve the 2D compressible RANS equations for the numerical simulation of the supersonic external flow over a rearward facing step with transverse injection. The velocity vector field, pressure contour and Mach contour of the field are given. The step bottom pressure increases by about one time as compared with the case without injection.

Key words: supersonic flow, separation transverse injection, numerical simulation