

桁梁式壁板结构优化设计

李书敏 王仲刚

(空军勤务学院)

摘要 文中把承受集中载荷的多桁单梁壁板,简化为单桁单梁壁板计算模型。用有限元素法对大梁进行强度分析和用数学规划法进行结构综合,提出了一个优化设计方法。用此方法计算的实例表明,与现有设计方法相比,在相同载荷作用下,可降低结构重量19.2%。

关键词 结构分析,优化设计,桁梁式壁板

分类号 V421

在导弹、运载火箭的结构设计中,承受集中载荷的干部段(Dry section),多采用桁梁式结构。这种结构设计的基本要求是,在最短的长度内,将集中载荷扩散为均布载荷,并在满足强度、刚度的条件下,重量最小,从而提高结构效率。显然,对于这种复杂的结构,进行精确计算,而后进行合理的结构设计是异常困难的。本文根据现有的资料,给出了一个工程上适用的分析和综合的方法。在给出设计情况和必要的初始数据的条件下,用本文提出的方法,借助于计算机,可以在大量的可行方案中,选择出最优设计方案。计算简便,方法易行,可供设计部门使用。

1 计算模型与结构分析

对于承受集中载荷的桁梁式结构,为了降低结构重量,大梁和蒙皮可设计成变剖面(等强度),桁条为等剖面。其计算模型,可以简化为单桁单梁壁板和多桁单梁壁板。由于大梁是主要承力件,所以在简化时,应特别注意真实地描述大梁和大梁附近的桁条、蒙皮的受力状态,对于多桁单梁壁板,可用‘代换桁条法’转化为单桁单梁壁板[2]。

代换后的单桁单梁壁板的桁条与大梁的间距,由下式求得:

$$b = \left(0.65 + \frac{0.35}{M^2} \right) \cdot b_0$$

式中 M ——桁条数; $b_0 = \frac{\sum A_{hi} b_i}{\sum A_{hi}}$; b_i —— i 桁条与大梁间距; A_{hi} —— i 桁条面

积。

把大梁做成等强度在工艺上是困难的。根据我国设计部门的经验^[5]，大梁横截面的变化规律，可用下式表示：

$$A_{dl} = A_{dl_0} - \frac{A_{dl_0} - A_{dl_m}}{(1 - e^{KL})^2} [1 + e^{2KL} - e^{KL} - e^{(2L-X) \cdot K}]$$

式中 K ——扩散系数， $K = \sqrt{\frac{G\delta}{Eb} \left(\frac{1}{A_{dl}} + \frac{1}{A_{ht}} \right)}$ ；

G ——剪切弹性模量； E ——弹性模量； δ ——蒙皮厚度； L ——蒙皮长度；

A_{dl_0} ——大梁大端头面积； A_{dl_m} ——大梁小端头面积；角标 dl 表示大梁；角标 ht 表示桁条。

将大梁分成 r 个单元（如图1），由集中载荷 P 在 $n-n$ 截面引起的平均应力：

$$\sigma_{ht_{n_1}} = \frac{P_{ht_{n_1}}}{A_{ht}} = \frac{P}{A_T}, \quad \sigma_{dl_{n_1}} = \frac{P_{dl_{n_1}}}{A_{dl}} = \frac{P}{A_T}$$

式中 $P_{ht_{n_1}}$ 、 $P_{dl_{n_1}}$ 分别表示 $n-n$ 截面上大梁和桁条受到的平均载荷； A_{ht} 和 A_{dl} 分别表示大梁和桁条的面积。且有

$$A_T = A_{dl} + A_{ht}$$

于是有：

$$P_{ht_{n_1}} = \frac{P A_{ht}}{A_T}, \quad P_{dl_{n_1}} = \frac{P A_{dl}}{A_T}$$

在 $n-n$ 截面，除了由 P 力引起的平均应力以外，还有由蒙皮承受剪切而引起的一对大小相等、方向相反的力，分别作用在梁桁上，记做 X_n 。此时，梁、桁中的应力为：

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{dl_n} &= \frac{(P_{dl_{n_1}} + X_n)}{A_{dl}} \\ \sigma_{ht_n} &= \frac{(P_{ht_{n_1}} + X_n)}{A_{ht}} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中 X_n 由 $n-n$ 截面变形协调条件求得（图1）。

对于 $n-n$ 截面，有

$$\gamma_n^{\text{左}} = \gamma_n^{\text{右}}$$

式中 $\gamma_n^{\text{左}}$ 表示作用在 n 单元的诸力，在 $n-n$ 截面上引起的变形； $\gamma_n^{\text{右}}$ 表示作用在 $n+1$ 单元的诸力，在 $n-n$ 截面上引起的变形。

$n-n$ 截面的变形协调方程为

$$\gamma_n^{\text{右}}(X_{n-1}) - \gamma_n^{\text{左}}(X_n) - \gamma_n^{\text{右}}(X_n) + \gamma_n^{\text{右}}(X_{n+1}) = \Delta\gamma_{n+1} - \Delta\gamma_n \quad (2)$$

式中 $\Delta\gamma_n$ 、 $\Delta\gamma_{n+1}$ 表示两相邻单元 n 、 $n+1$ 由于截面面积不同，而引起的剪切变形。

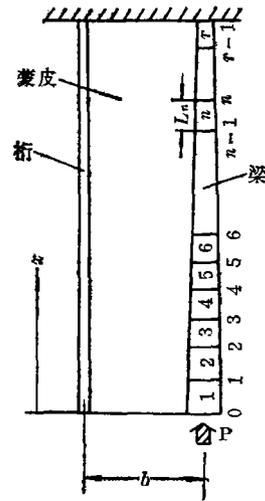


图1

$$\gamma_n^{\text{左}}(X_{n-1}) = \frac{X_{n-1} K_n}{G \delta} \cdot \frac{1}{\text{sh } K_n L_n}$$

$$\gamma_n^{\text{右}}(X_n) = \frac{X_n K_{n+1}}{G \delta} \cdot \frac{\text{ch } K_{n+1} L_{n+1}}{\text{sh } K_{n+1} L_{n+1}}$$

$$\gamma_n^{\text{左}}(X_n) = \frac{X_n K_n}{G \delta} \cdot \frac{\text{ch } K_n L_n}{\text{sh } K_n L_n}$$

$$\gamma_n^{\text{右}}(X_{n+1}) = \frac{X_{n+1} K_{n+1}}{G \delta} \cdot \frac{1}{\text{sh } K_{n+1} L_{n+1}}$$

$$\Delta \gamma_{n+1} = \frac{P A_{ht}}{G \delta L_{n+1}} \cdot \left(\frac{1}{A_{T(n+1)}} - \frac{1}{A_{T(n)}} \right)$$

$$\Delta \gamma_n = \frac{P A_{ht}}{G \delta L_n} \cdot \left(\frac{1}{A_{T(n)}} - \frac{1}{A_{T(n-1)}} \right)$$

将上述表达式代入 $n-n$ 截面的变形协调方程(2)中, 整理后, 得

$$A_n X_{n-1} + B_n X_n + C_n X_{n+1} = D_n \quad n=1, 2, \dots, r-1$$

式中
$$A_n = \frac{1}{G \delta} \cdot \frac{K_n}{\text{sh } K_n L_n}$$

$$B_n = - \left(\frac{K_n \text{ch } K_n L_n}{\text{sh } K_n L_n} + \frac{K_{n+1} \text{ch } K_{n+1} L_{n+1}}{\text{sh } K_{n+1} L_{n+1}} \right) \frac{1}{G \delta}$$

$$C_n = \frac{1}{G \delta} \cdot \frac{K_{n+1}}{\text{sh } K_{n+1} L_{n+1}}$$

$$D_n = \frac{P A_{ht}}{G \delta} \left[\frac{1}{L_{n+1} A_{T(n+1)}} - \left(\frac{1}{L_{n+1}} + \frac{1}{L_n} \right) \cdot \frac{1}{A_{T(n)}} + \frac{1}{L_n A_{T(n-1)}} \right]$$

引入边界条件:

在集中力作用处 (0-0 截面): $X_0 = \frac{P A_{ht}}{A_T}$

在根部 (r 截面): $X_r = 0$

于是, 有: $X_0 = \frac{P A_{ht}}{A_T}$

$$A_n X_{n-1} + B_n X_n + C_n X_{n+1} = D_n \quad n=1, 2, \dots, r-1$$

$$X_r = 0$$

即:

$$X = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5]^T$$

使目标函数 (结构重量)

$$W = W(\langle x \rangle) \rightarrow \min$$

且满足

$$g_1 = \sigma_{d_i} - \sigma_b \leq 0; \quad g_2 = \sigma_{h_i, \max} - \sigma_b \leq 0; \quad g_3 = \sigma_{d_i} - \sigma_{d_i, i, j} \leq 0; \quad g_4 = \sigma_{h_i, \max} - \sigma_{h_i, i, j} \leq 0$$

$$g_5 = \tau_{m_p} - \tau_{m_p, i, j} \leq 0$$

用可行方向法求解^[3]。在设计空间选取初始点 $X^{(k)}$, 沿重量梯度方向调参至 $X^{(k+1)}$;

$$X^{(k+1)} = X^{(k)} + \lambda_k S^{(k)}$$

式中 $S^{(k)}$ 为重量梯度方向, λ_k 为第 k 次调参步长。

当初始点选在可行域, 进行大步降调参时, 取单位负梯度方向:

$$S^{(k)} = - \frac{\nabla W(X^{(k)})}{\|\nabla W(X^{(k)})\|}$$

(如果初始点选在非可行域, 进行大步升调参。)

∇W 为重量梯度。对于本文所研究的结构, 目标函数比较简单, 可直接求导数得到:

$$\nabla W = \left\{ \frac{\partial W}{\partial x_1} \quad \frac{\partial W}{\partial x_2} \quad \frac{\partial W}{\partial x_3} \quad \frac{\partial W}{\partial x_4} \quad \frac{\partial W}{\partial x_5} \right\}^T$$

步长 λ_k 可取为

$$\lambda_k = \lambda_0 \cdot 2^k \quad k=1, 2, \dots, k$$

λ_0 为初始步长, 可取 $\lambda_0=1$ 。经大步升、降调参后, 若设计点穿过约束界面, 则采取步长减半的办法回调, 即 $\lambda_k = 0.5 \lambda_{k-1}$ 。

采用 Kuhn-Tucker 条件判别是否收敛:

$$\nabla G C + d = -\nabla W(X_A)$$

$$(\nabla G)^T d = 0$$

式中 X_A —— 约束界面上的点;

d —— 补偿向量, $d = \{d_1 d_2 \dots d_5\}^T$;

∇G —— 临界约束梯度组合矩阵,

$$\nabla G = \begin{pmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial x_1} & \frac{\partial g_2}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial g_l}{\partial x_1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial g_1}{\partial x_5} & \frac{\partial g_2}{\partial x_5} & \dots & \frac{\partial g_l}{\partial x_5} \end{pmatrix}$$

l —— 临界约束数; C —— 权数向量

$$C = - [(\nabla G)^T \nabla G]^{-1} \cdot \nabla G^T \cdot \nabla W(X_A)$$

当 $C \geq 0, d = 0$ 时, 为极值点。

若所求约束界面点 X_A , 不满足 $K-T$ 条件, 则继续侧移调整设计参数:

$$X^{(k+1)} = X^{(k)} \pm \lambda_k S_D$$

式中 S_D ——侧移向量:

$$S_D = d - \frac{[\nabla W(x)]^T \cdot d}{[\nabla W(x)]^T \cdot \nabla W(x)} \cdot \nabla W(x)$$

如果侧移所求得约束界面点 X_B , 仍不满足 $K-T$ 条件, 此时取

$$X_C = \frac{1}{2}(X_A + X_B)$$

以 X_C 为新的初始点, 交替使用按重量梯度和等重侧移方向调整参数, 到满足 $K-T$ 条件时为止, 即为所求的最优设计点。

3 算例

某型导弹后过渡段, 四个集中力 P , 分别对称的作用在四根大梁上。

已知: $P = 26t$, 导弹直径 $D = 225cm$, 材料为 $LY-12$, 过渡段长度 $L = 93cm$ 。

试选择此过渡段的最优结构方案。

经过方案论证, 在多组可行的结构方案中, 选取如图 2 的结构布局。用本文提出的方法, 在 IBM-PC 机上, 用多组初始数据, 进行了选优计算, 最后得到最优方案为:

桁条根数: 32; 蒙皮厚度: $0.11cm$; 桁条面积: $0.651cm^2$;

大梁面积: $A_{d10} = 4.805cm^2$, $A_{d1m} = 2.345cm^2$;

大梁剖面为 T 型; 桁条面积为 L 型。参考有关设计资料可得出: 若布置有前、后端框和中继框, 且考虑下端框与中继框间的剪切强度, 采用厚度为 $0.15cm$ 的蒙皮, 则整个过渡段的理论重量为 $34.65kg$ 。与原设计相比, 重量约降低 19.2% 。

按本文方法确定的结构参数, 没有考虑横向构件的影响, 经过 $L = 93cm$ 的扩散后, 扩散系数为 3% 。

大梁面积变化规律、应力分布和各截面强度剩余系数, 如图 3 所示。

讨论: (1) A_{d10} 和 A_{d1m} 对结构中应力的影响。 A_{d10} 增大, 会使靠近大梁根部蒙皮中剪应力下降。但 A_{d10} 过大, 会导致梁内应力出现峰值, 使整个结构重量增加, 结构效率降低, 所以, 酌情选取 A_{d10} 是很重要的。对本例而言, 经过计算 $A_{d10} < 8cm^2$ 为宜。在 A_{d10} 固定不变的情况下, A_{d1m} 增大, 会使蒙皮中 τ_{max} 下降, 此时结构重量略有增加。因此, 在工艺、强度允许的条件下, A_{d10} 、 A_{d1m} 的选取, 应以提高结构效率为原则。

(2) 蒙皮厚度的选取。蒙皮厚度的选取, 取决于 τ_{max} 。影响 τ_{max} 的因素是 A_{d10} 、 M 、 δ 、 b_i 。当桁条间距 b_i 一定时, 如果 τ_{max} 与 $\tau_{mp,ij}$ 相差不大时, 可以通过调整设计变量 A_{d10} 、 A_{d1m} 和 M 来降低 τ_{max} ; 当 τ_{max} 与 $\tau_{mp,ij}$ 相差比较大时, 只有通过调整布局方案 (b_i) 和改变 δ 。当 δ 增加时, τ_{max} 降低, $\tau_{mp,ij}$ 提高。但此时, 结构重量增加较快。当蒙皮剪切强度不够时, 调整蒙皮厚度。当蒙皮厚度增大时, τ_{max} 明显下降, $\tau_{mp,ij}$ 上升。蒙

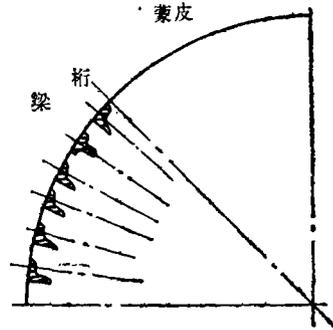


图 2

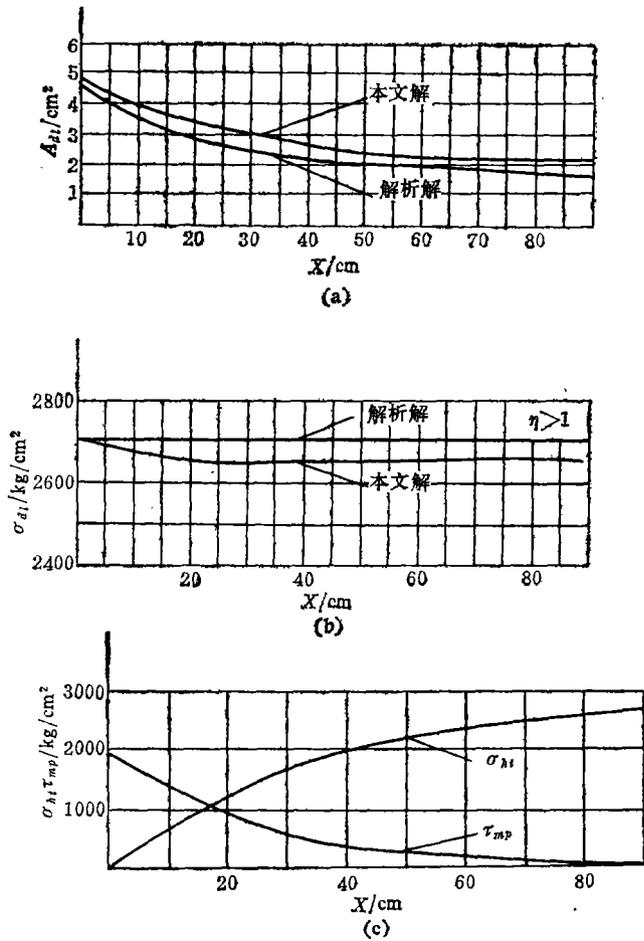


图3

皮厚度的增大对梁中应力影响较小，但使结构重量增加很快。

(3) 设计变量 M 对 σ_{d1} 、 τ_{max} 的影响较大。随 M 增加， σ_{d1} 越来越小，等强度效果越来越好。但 τ_{max} 却有所上升，从而会加速大梁根部蒙皮的失稳，不利于集中力扩散，因此 M 不宜过多。对本例而言，通过计算比较， $M \leq 48$ 。

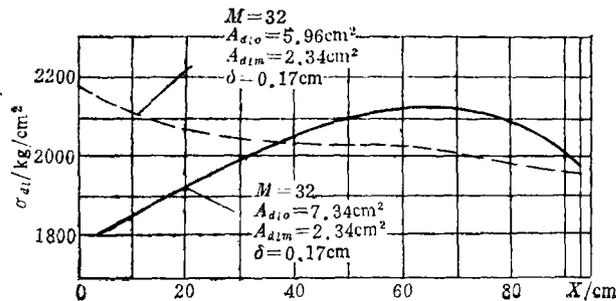


图4

(4) 对梁内应力出现峰值的讨论。计算结果表明, 当 $A_{d10} > 6.0\text{cm}^2$ 时, σ_{d1} 的分布曲线出现峰值。当 A_{d10} 较大时, τ_{\max} 较小, 集中力扩散缓慢, 以致造成大梁截面上应力的变化率低于大梁面积率变化, 使 σ_{d1} 上升。经过一段扩散后, σ_{d1} 下降, 在其分布曲线上出现峰值 (如图 4 所示)。这种情况应力力求避免。通过减少 A_{d10} , 增加 δ , 使梁内应力变化均匀, 从而提高梁的结构效率。在这种情况下, 远离大梁根部的蒙皮不能充分利用, 从提高整体结构效率观点, 在其他条件允许的情况下, 蒙皮应采用变厚度的。

参 考 文 献

- [1] 李书敏. 导弹结构工程计算 (讲义). 国防科技大学, 1984
- [2] Paul Kuhn. Stresses in Aircraft and Shell Structures, 1956
- [3] 李国光. 结构优化设计 (讲义). 国防科技大学, 1980
- [4] B. T. 利津, B. A. 皮亚特金著, 廖启端译, 薄壁结构设计, 北京: 国防工业出版社, 1983
- [5] Gallagher R H and Zienkiewicz J W, 陈孝安等译. 最佳结构设计. 北京: 国防工业出版社, 1978

The Optimum Design of Flange-Stringers Panels

Li Shumin Wang Zhonggang

(Air Force Logistics College of the PLA)

Abstract

In this paper a flange-multistringer panel subjected to concentrated force is simplified into a model of a flange-stringer panel. The optimum design method is set up by using the finite element method in strength analysis of the flange, and using the mathematical programming method in structural synthesis. The results of numerical examples by this method indicate that the weight of the structure decreases by 19.2% as compared with present design method under the same load.

Key words, structural analysis, optimum design, flange-stringer panel