

## 高空滑移条件对化学非平衡 粘性流动的影响

沈建伟 瞿章华

(航天技术系)

**摘要** 本文用数值方法计算了不同高度滑移边界条件对钝体绕流场特性的影响。采用化学非平衡粘性激波层控制方程,边界条件含壁面滑移、激波滑移和无滑移条件。计算结果表明,考虑滑移条件后,激波层较厚,激波处的电子数密度为一有限值。文中给出了计算结果,并与其它文献的结果作了比较。

**关键词** 高超音速流,粘性流,钝体,化学非平衡流,数值计算

**分类号** O357 O354

为了精确预计空间轨道运输器、航天飞机等航天飞行器返回大气层时,在高空低密度飞行条件下的气动力和气动热,应该考虑多组元非平衡化学反应和滑移条件对流场特性的影响。利用电子计算机对考虑上述影响因素的再入飞行流动进行数值模拟,是可行、有效的。

采用地面模拟实验的方法研究高空再入飞行流动有许多难以克服的困难。模拟实验需要考虑空气密度、飞行速度、模型尺寸等等。在再入飞行中,高焓低密度气体与极冷壁飞行器之间相互作用和非平衡化学反应的影响是十分重要因素,而小尺度的地面实验很难模拟高超音速飞行器在高空大气中飞行的非平衡效应。

在高空低密度飞行条件下,粘性激波层方法采用了连续介质这一基本假设。事实上在极冷壁面附近,流动接近于热力平衡态,即使当密度很低时也是如此。这就使得粘性激波层方法在很大范围内仍然有效。Dorrance<sup>[1]</sup>曾经指出,对多原子混合气体的流动,Navier-Stokes方程在气体压力和温度变化较大的范围内仍然成立。因此,在连续介质假设条件下的粘性激波层方程被广泛应用于复杂的物理流动问题<sup>[2][3]</sup>。

当密度较低时,激波与物面附近的粘性层掺杂在一起,形成一个混合层,此时激波已不是一间断面,必须考虑激波前后物理量变化的梯度。在壁面附近,滑移条件对流动特性也有明显影响。

本文计算了滑移边界条件对多组元化学非平衡粘性激波层流动特性的影响。考虑到

激波是一有限厚度的薄层, 因而采用激波滑移条件; 在壁面处有一Knudsen层, 壁面滑移条件用于Knudsen层外缘。数值计算采用空间推进法。为适应物面和激波附近物理量的剧烈变化, 采用了双向网格拉伸变换。

## 1 基本理论与数值计算

### 1.1 控制方程

化学非平衡粘性激波层方程包含欧拉方程以及边界层方程中的所有项, 因此对粘性区和无粘性区均可适用。由于它在整个激波层中采用了统一的形式, 所以避免了分层模型内外层相互匹配所遇到的困难, 在计算方法上也容易处理。

在物面坐标系中无量纲的化学非平衡粘性激波层控制方程是:

$$\text{连续方程: } \frac{\partial(h_3 \rho u)}{\partial s} + \frac{\partial(h_1 h_3 \rho v)}{\partial n} = 0 \quad (1)$$

切向动量方程:

$$\rho u \frac{\partial u}{h_1 \partial s} + \rho v \frac{\partial u}{\partial n} + \frac{\rho u v}{h_1} \frac{\partial h_1}{\partial n} = -\frac{\partial p}{h_1 \partial s} + \frac{\varepsilon^2}{h_1^2 h_3} \frac{\partial}{\partial n} \left[ h_1^2 h_3 \mu \left( \frac{\partial u}{\partial n} - \frac{u \partial h_1}{h_1 \partial n} \right) \right] \quad (2)$$

法向动量方程:

$$\rho u \frac{\partial v}{h_1 \partial s} + \rho v \frac{\partial v}{\partial n} - \frac{\rho u^2 \partial h_1}{h_1 \partial n} = -\frac{\partial p}{\partial n} \quad (3)$$

能量方程:

$$\begin{aligned} \rho u C_p \frac{\partial T}{h_1 \partial s} + \rho v C_p \frac{\partial T}{\partial n} - \frac{u \partial p}{h_1 \partial s} - v \frac{\partial p}{\partial n} = \varepsilon^2 \frac{\partial}{h_1 h_3 \partial n} \left( k h_1 h_3 \frac{\partial T}{\partial n} \right) \\ + \varepsilon^2 \mu \left( \frac{\partial u}{\partial n} - \frac{u \partial h_1}{h_1 \partial n} \right)^2 - \varepsilon^2 \sum_{i=1}^{ns} J_i C_{p,i} \frac{\partial T}{\partial n} - \sum_{i=1}^{ns} h_i W_i \end{aligned} \quad (4)$$

组元守恒方程:

$$\rho u \frac{\partial C_i}{h_1 \partial s} + \rho v \frac{\partial C_i}{\partial n} = W_i - \varepsilon^2 \frac{\partial J_i}{\partial n} - \varepsilon^2 \left( \frac{\partial h_1}{h_1 \partial n} + \frac{\partial h_3}{h_3 \partial n} \right) J_i, \quad i=1, \dots, ns \quad (5)$$

状态方程:

$$p = \frac{\rho R T}{M C p^*} \quad (6)$$

其中

$$J_i = -\frac{\mu}{Pr} L_{ei} \frac{\partial C_i}{\partial n}, \quad C_p = \sum_{i=1}^{ns} C_{p,i} C_i \quad (7)$$

$$h_1 = 1 + \kappa n, \quad h_3 = r + n \cos \phi \quad (8)$$

$u$ ,  $v$  分别是切向和法向速度,  $\rho$  是密度,  $p$  是压力,  $T$  是温度,  $C_i$  是组元浓度,  $\varepsilon$  是雷诺数参数,  $\varepsilon^2 = \mu_{ref} / (\rho_\infty U_\infty R_n)$ ,  $M$  是分子量,  $C_p$  是等压比热,  $k$  是热传导系数,  $\mu$  是粘性系数,  $Le$  是Lewis数,  $Pr$  是Prandtl数,  $R$  是气体常数,  $R_n$  是物体头部半径,  $h_1$  是比焓,  $s, n$  分别是物面切向坐标和法向坐标,  $W_i$  是组元生成项,  $r$  是径向坐标,  $\phi$  是物面角,  $\kappa$  是物面曲率, 下标  $\infty$  表示来流值, 下标  $i$  表示组元序号, 上标  $*$  表示有量纲值,  $ns$  是组元个数。

## 1.2 边界条件

### 激波条件

粘性激波层以激波作为外边界, 考虑激波滑移时, 激波条件中包含了法向梯度项的影响。激波关系式采用修正的Rankine—Hugoniot关系式:

$$\rho_{sh} \vartheta_{sh} = -\sin\sigma \quad (9)$$

$$a_s \varepsilon^2 \mu_{sh} \left( \frac{\partial \hat{u}}{\partial n} \right)_{sh} + \sin\sigma \hat{u}_{sh} = \sin\sigma \cos\sigma \quad (10)$$

$$p_{sh} = p_\infty + \sin\sigma (\sin\sigma + \vartheta_{sh}) \quad (11)$$

$$a_s \varepsilon^2 k_{sh} \left( \frac{\partial T}{\partial n} \right)_{sh} + \sin\sigma \sum_{i=1}^{ns} C_{i\infty} h_{i\infty} - \frac{\sin\sigma}{2} \quad (12)$$

$$[(\hat{u}_{sh} - \cos\sigma)^2 + \sin^2\sigma + \vartheta_{sh}^2] = \sin\sigma \sum_{i=1}^{ns} C_{i\infty} h_{i\infty}$$

$$a_s \frac{\mu L_{ci}}{P_r} \left( \frac{\partial C_i}{\partial n} \right)_{sh} + \sin\sigma C_{i\infty} = \sin\sigma C_{i\infty} \quad (13)$$

$$\rho_{sh} = \frac{p_{sh} \bar{M} C p_\infty^*}{(RT)_{sh}} \quad (14)$$

其中 $\sigma$ 是激波角, 下标sh表示激波值, 上标 $\wedge$ 表示激波参考系,  $a_s$ 是滑移条件控制参数, 无激波滑移时,  $a_s=0$ , 考虑激波滑移后,  $a_s=1$ 。

### 壁面条件

考虑壁面滑移时, 认为壁面附近存在一平均分子自由程量级的Knudsen层, 滑移边界条件在Knudsen层外缘给出<sup>[5]</sup>, 其物理量用带下标s的符号表示;

#### 速度滑移:

$$u_s = \varepsilon^2 \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left( \frac{2-a_1}{a_1} \right) \left( \frac{\mu}{\sqrt{\rho p}} \right)_s \frac{\sqrt{\bar{M}_\infty}}{\bar{M}_s} \frac{1}{\sum_{i=1}^{ns} \frac{C_{i,s}}{\sqrt{M_i}}} \left( \frac{\partial u}{\partial n} - \kappa u \right)_s \quad (15)$$

#### 温度滑移:

$$T_s = T_w + \left\{ \varepsilon^2 \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left( \frac{2-a_1}{a_1} \right) \left( \frac{\mu}{P_r \sqrt{\rho p}} \right)_s \left( \frac{\gamma}{\gamma-1} \right)_s \frac{\partial T}{\partial n} \right. \\ \left. + \varepsilon^2 \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left( \frac{\mu L_e}{P_r \sqrt{\rho p}} \right)_s \left[ \frac{5}{4} \left( \frac{2-a_1}{a_1} \right) T_s + T_w \right] \sum_{i=1}^{ns} X_{i,s} \right\} / \left[ \sum_{i=1}^{ns} \left( \frac{\bar{M}_s}{\bar{M}_i} \right)^{3/2} C_{i,s} \right] \quad (16)$$

#### 压力滑移:

$$p_s = p_w + \varepsilon^2 \frac{4}{5\sqrt{2\pi}} \left( \frac{2-a_1}{a_1} \right) \left( \frac{\gamma}{\gamma-1} \right)_s \frac{1}{P_r} \left( \frac{\mu}{T} \right)_s \left( \frac{\mu}{\rho} \right)_s \sum_{i=1}^{ns} \sqrt{\frac{\bar{M}_i}{\bar{M}_s}} \left( \frac{\partial T}{\partial n} \right)_s \\ + \varepsilon^2 \frac{4}{\sqrt{2\pi}} \left( \frac{2-a_1}{a_1} \right) \frac{L_e}{P_r} \frac{1}{(\sqrt{p\rho})_s} \sqrt{\frac{\bar{M}_\infty}{\bar{M}_s}} p_s \sum_{i=1}^{ns} \sqrt{\frac{\bar{M}_i}{\bar{M}_\infty}} \chi_{i,s} \quad (17)$$

其中:

$$X_{i,s} = \frac{\partial C_i}{\partial n} + (1 - C_i) \sum_{q=1}^{ns} \frac{M}{M_q} \frac{\partial C_q}{\partial n} \quad (18)$$

$$C_{i,s} = 1 + \left( \frac{\partial C_i}{\partial n} + \frac{M_A}{M_i} \psi_i \right) / \sum_{q=1}^{ns} \left( \frac{M}{M_q} \frac{\partial C_q}{\partial n} \right)_s \quad \text{当 } i=O, O_2 \text{ 时 } A=O, \\ \text{当 } i=N, N_2 \text{ 时 } A=N \quad (19)$$

$$\psi_A = -\frac{1}{\varepsilon^2} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left( \frac{\gamma_A}{2 - \gamma_A} \right) \left( \frac{\sqrt{p\rho}}{\mu} \right)_s \left( \frac{M_s}{M_A} \right)^{3/2} \frac{P_r}{L_s} C_{A,s} \quad (A=O, N) \quad (20)$$

$$\psi_M = -\psi_A \quad M=O_2 \quad A=O; \quad M=N_2, \quad A=N \quad (21)$$

$$\psi_i = 0 \quad \text{对其它组元} \quad (22)$$

对非催化壁：

$$\psi_i = 0, \quad \left( \frac{\partial C_i}{\partial n} \right)_s = 0 \quad (23)$$

其中  $\kappa$  是物面曲率， $M_i$  为组元分子量， $\gamma$  为等效比热比， $a_1$  是粘性调整系数， $\gamma_A$  是复系数，下标  $w$  表示壁面值。

对完全催化壁：

$$(C_i)_s = C_{i,w} \quad (24)$$

不考虑壁面滑移时，则有

$$\eta = 0, \quad u = v = 0, \quad T = T_w \quad (25)$$

### 1.3 输运特性和热力学特性

各组元的焓  $h_i$  和等压比热  $C_{p,i}$  引用 Browne<sup>[6]</sup> 给出的数表，粘性系数和热传导系数引用 Blottner<sup>[7]</sup> 的结果，混合气体的粘性系数和热传导系数采用 Wilke<sup>[8]</sup> 半经验公式计算。

### 1.4 化学反应模型

对于非平衡化学反应气体，考虑七种组元成份： $N_2, O_2, N, O, NO, NO^+, e^-$ ，以及它们之间的七个反应方程式，与组元生成率有关的化学反应速率常数  $K_{fr}, K_{br}$  取自 Blottner<sup>[7]</sup>。

### 1.5 数值计算

作坐标变换

$$\bar{\xi} = s, \quad \bar{\eta} = \frac{n}{n_{sh}(\bar{\xi})} \quad (26)$$

以上变换将物面至激波之间的区域变换成规则的矩形域， $\bar{\eta}=0$  对应物面， $\bar{\eta}=1$  对应激波。为了考虑物面和激波附近物理量的剧烈变化，再引入网格拉伸变换：

$$\xi = \bar{\xi}, \quad \eta = g(\bar{\eta}) \quad (27)$$

其中  $g(\bar{\eta})$  是拉伸函数：

$$g(\bar{\eta}) = 1 - \alpha - \left[ \frac{(1-\alpha)}{\ln \frac{\beta+1}{\beta-1}} \right] \ln \left[ \frac{\beta - \bar{\eta}(2\alpha+1) + 1}{\beta + \bar{\eta}(2\alpha+1) - 1} \right] \quad (28)$$

其中  $\beta$  是网格拉伸尺度因子， $\alpha$  是选择参数， $\alpha=0$  时仅在壁面处作网格拉伸， $\alpha=1/2$  时

在壁面和激波处同时作网格拉伸。

数值计算采用隐式有限差分法空间推进，并进行整体迭代。组元方程、能量方程和切向动量方程采用追赶法求解，连续方程和法向动量方程采用耦合方法求解<sup>[9]</sup>，激波层厚度由连续方程积分而得到。

数值计算从驻点线开始。为了得到较好的推进初值，在驻点线上将流场物理量和物面几何参数以流向距离 $\xi$ 为小参数作幂级数展开，代入控制方程后得到一组常微分方程，由此可求出驻点线上的解。

### 2 计算结果与讨论

本文计算了高超音速化学非平衡钝体绕流在不同边界条件下的流动，结果见图。

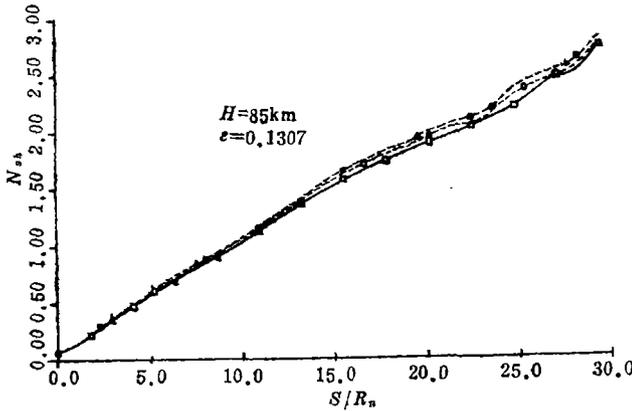


图 1 85公里滑移条件激波层厚度比较曲线 (非催化壁)

□无滑移 ○激波滑移 ▲壁面滑移 ·激波壁面滑移 (图1~6)

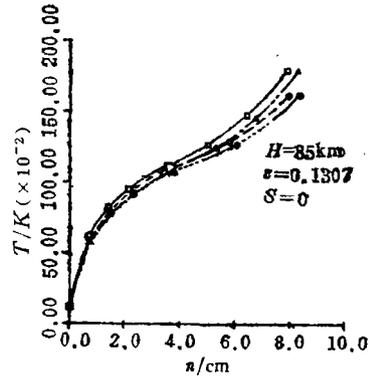


图 2 温度剖面曲线

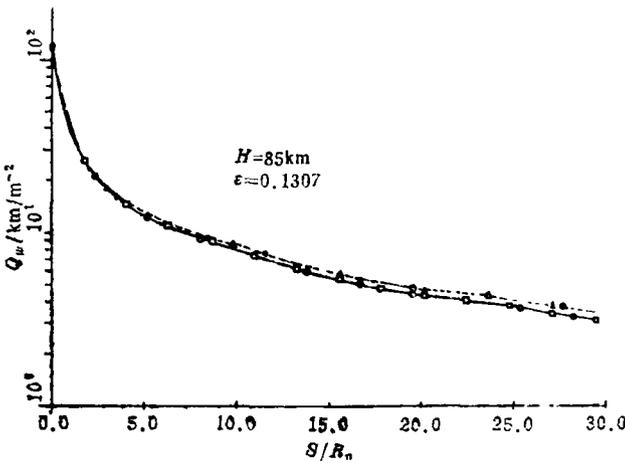


图 3 壁面传热率曲线

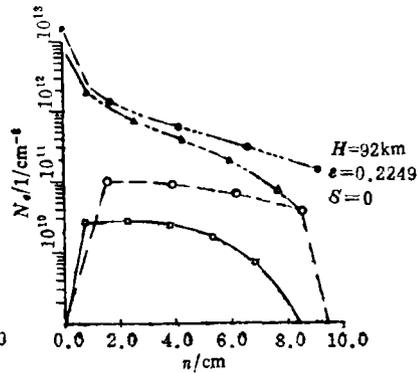


图 4 电子数密度分布曲线

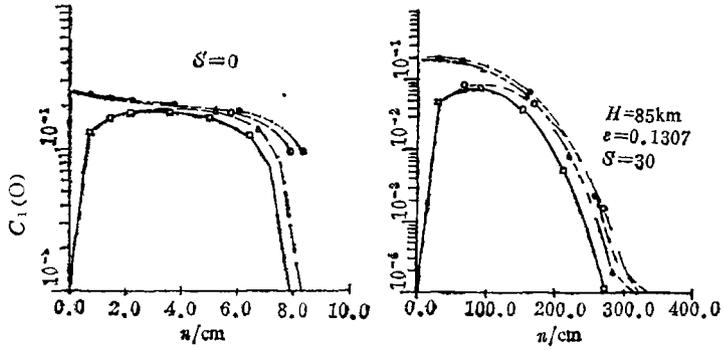


图5 氧原子浓度分布曲线

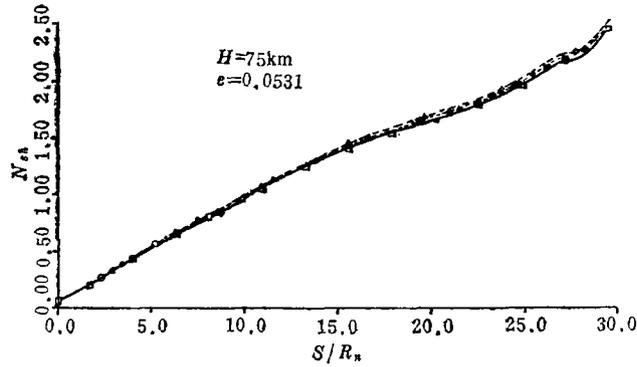
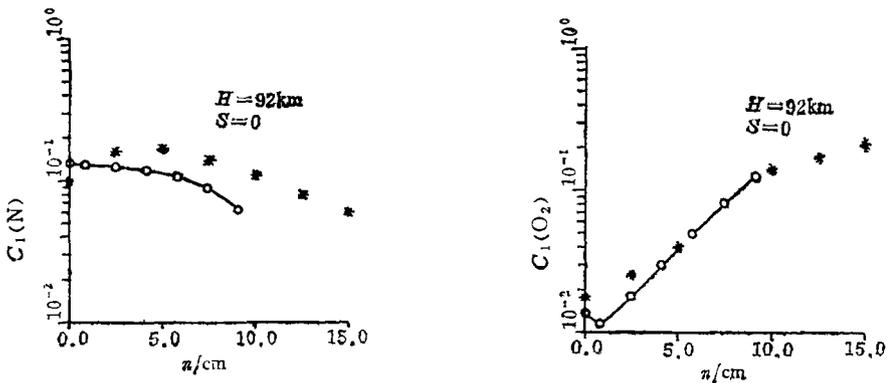


图6 75公里滑移条件激波层厚度比较曲线（非催化壁）



(a) 氮原子计算结果与直接模拟法结果之比较

(b) 氧分子计算结果与直接模拟法结果之比较

图7  
○ 激波壁面滑移 \* DSMC

图1~3是85公里高度的计算结果。来流条件是 $U_\infty=7.53\text{km/s}$ ,  $T_\infty=198.9\text{K}$ ,  $R_e=3712$ 。图1是激波层厚度比较曲线,由图中曲线可见,考虑滑移条件后,激波层厚度比无滑移时大。这是因为采用激移条件后,滑波层中的密度较小,使激波层偏厚。图2是温度剖面,由图可见,不考虑激波滑移的波后温度比激波滑移时的值大。由于在不考虑激波滑移时,跨过激波组元浓度处于冻结态,计算得到的等压比热 $C_p$ 较小,因此温度偏高。

图3是壁面传热分布曲线。考虑壁面滑移后,温度在壁面的法向梯度虽然减小,此时壁面附近温度较高,使输运系数增加,而且组元滑移项对壁面传热也有贡献。因此,在壁面滑移条件下的壁面传热值比无滑移时稍大。

图4是电子数密度分布曲线。高度是92km,来流条件是: $U_\infty=7.5\text{km/s}$ ,  $T_\infty=180\text{K}$ ,  $R_e=1303$ 。结果表明,考虑激波滑移条件后,电子数密度在激波处为一有限值。在壁面滑移条件下,壁面附近的电子数密度比无滑移时高1~2个量级。一方面这是因为考虑壁面滑移后,壁面附近的温度较高;另一方面,壁面滑移条件考虑了壁面处的梯度,所以壁面附近的电子数密度量级较高。

图5是氧原子浓度分布曲线,采用的是完全催化壁条件。从图中结果可以看出,在驻点线上,不同滑移条件结果之间的差别比 $s=30$ 处大。在头部区,激波强度大,流场温度也高,因此离解度大。在远下游区,靠近壁面附近的温度比激波处高,所以壁面附近的离解度比波后大,但总的离解程度比头部区小。

图6是75公里高度计算结果,来流条件是 $U_\infty=7.2\text{km/s}$ ,  $T_\infty=198.3\text{K}$ ,  $R_e=20566$ 。由图中结果可以看出,随高度的上升,滑移条件的影响增大,在75公里处,可以忽略滑移条件对流动特性的影响。

图7是本文结果与直接模拟法<sup>[12]</sup>计算结果比较。由于直接模拟法考虑了激波结构,因此激波层厚度比本文结果大。

### 3 结 论

通过本文的数值计算和结果比较,可得结论如下:

- (1) 在75公里以下的高度可以忽略滑移边界条件的影响。随高度的增加滑移条件的影响增大。
- (2) 考虑滑移条件后,激波层比无滑移时厚。激波波后温度在不考虑激波滑移时其值偏高。
- (3) 壁面滑移条件对壁面附近流动特性和组元分布有影响,与完全催化壁比较,电子数密度相差1~2个量级。

### 参 考 文 献

- [1] Dorrance W H. Viscous Hypersonic Flow. New York: McGraw-Hill Book Co. 1962. 274
- [2] Shinn J L, Moss J N and Simmonds A L. AIAA Paper, 1982, 82-0842
- [3] Gupta R N, Lee K P, Moss J N, Zoby E V and Tiwari S N. AIAA Paper, 1987, 87-2487

- [4] 沈建伟, 瞿章华. 空气动力学学报, 1986, 4(4)
- [5] Gupta R N, Scott C D and Moss J N. NASA, TP-2452, 1985
- [6] Browne W G. MSD Advanced Aerospace TM8, General Electric Co. Philadelphia, Pa, May 1962
- [7] Blottner F G. Johnson Margaret and Ellis Molly Sandia Laboratories Report SC-RR-70-754, 1971
- [8] Henry G L. AD-776032, 1973
- [9] 沈建伟, 瞿章华. 宇航学报, 1988, (3)
- [10] Shen Jianwei. IAF-ST-88-08, 1988
- [11] 沈建伟, 瞿章华. 航空学报, 1989, 10(1)
- [12] Moss J N and Bird G A. AIAA Paper, 84-0223

## Effects of High Altitude Slip Boundary Conditions on Chemical Non-equilibrium Viscous Shock-Layer Flows

Shen Jianwei    Qu Zhanghua

(Department of Aerospace Technology)

### Abstract

The numerical method is used for calculating the effects of slip boundary conditions on the viscous flows over blunt bodies at different altitude. The nonequilibrium viscous shock-layer equations are used as the governing equations, the boundary conditions include shock-slip, wall-slip and no slip conditions. The numerical results show that the shock stand-off distance is thicker as slip boundary conditions are considered, and the value of electron number density behind the bow shock is not zero. The numerical results are presented and compared with those from other methods.

**Key words:** hypersonic flow, viscous flow, blunt body, chemical reacting flow, numerical calculation