国防科技大学学报
JOURNAL OF NATIONAL UNIVERSITY OF DEFENSE TECHNOLOGY
第12卷第3期　1990年9月　Vol.12 No.3

人才结构系统分析的目标规划方法

吴　颖　瑜*
（厦门大学）

摘　要　本文把马尔可夫过程和目标规划结合起来，提出人才结构系统分析的单项控制和多项控制，并在单项控制模型的基础上发展成了多项控制模型，加强了模型的可信度和通用性。

关键词　结构，控制，马尔可夫过程，目标规划，单项控制，多项控制
分类号　O221.3

在人才结构中，按照某一特征（如年龄、职务）把某一类人员分为n个组，令$x_i(t)$为第t年第i组人员占该类人员的百分数，则该类人员的特征结构为

$$X(t)=[x_1(t),x_2(t),\cdots,x_n(t)]^T$$

则初始状态$X^0=X(0)$，理想状态为$X^*=X(k)$，其中k为计划期。定义参数如下：

(1) 晋升率$r_i(t)$：第t年系统内部由第i状态进入第$i+1$状态的人数占第i状态的百分数。

(2) 离去率$q_i(t)$：第t年系统内部第i状态进入系统外部的人数占第i状态未晋升人数的百分数。

(3) 留存率$s_i(t)=[1-r_i(t)][1-q_i(t)]$。

(4) 进入率$p_i(t)$：第t年由系统外部进入系统第i状态人数占第i状态人数的百分比。

易知：

$$x_i(t+1)=s_i(t)+p_i(t+1)+[1-q_{i-1}(t)]r_{i-1}(t)$$

即

$$X(t+1)=A(t)X(t)+P_I(t+1)$$

其中，$A(t)$为状态转移矩阵，$P_I(t+1)$为输入控制矩阵。
有

1988年9月5日收稿
*厦门大学89级研究生

$$A(t)=\begin{pmatrix} s_1(t) & 0 & \cdots\cdots & 0 \\ [1-q_1(t)]r_1(t) & s_2(t) & \cdots\cdots & 0 \\ 0 & [1-q_2(t)]r_2(t) & \ddots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots\ [1-q_{n-1}(t)]r_{n-1}(t) & s_n(t) \end{pmatrix}_{n\times n}$$

$$P_I(t)=[p_1(t),\ p_2(t),\ \cdots,\ p_n(t)]^T$$

假定系统的变化只与状态有关而与时间无关，则 $p_i(t)$、$q_i(t)$、$s_i(t)$、$A(t)$均可看作是常量，分别记为p_i，q_i，s_i，A.由递推关系及边界条件：

$$\begin{cases} X(t+1)=AX(t)+P_I \\ X(0)=X^0 \\ X(k)=X^* \end{cases}$$

易推知

$$X^*=A^k X^0+[A^{k-1}+A^{k-2}+\cdots+A+I]\cdot P_I$$

不难验证，对于足够大的正数 k，有近似式

$$A^{k-1}+A^{k-2}+\cdots+A+I\doteq(I-A)^{-1}$$

记$\tilde{A}=A^k$.

决策者的目标是使系统达到理想状态，并且使人员的总流动率趋于最小，人员总数也趋于合理。令 T^0为初始人员总数，T^* 为理想状态时的人员总数。根据目标规划的建模思想，我们可得单项最优控制模型为

$$\mathrm{Min}P_jD+P_{k_1}(d_{n+1}^-+d_{n+1}^+)+P_{k_2}(d_{n+2}^+)$$

$$\mathrm{s\cdot t}\begin{cases} X^*-\tilde{A}X^0-(I-A)^{-1}P_I+D=0 \\ (P_I-Q)X+d_{n+1}^--d_{n+1}^+=DT/[(T^0+T^*)/2] \\ \sum\limits_{i=1}^{n}(p_i+q_i)-d_{n+2}^+=0 \\ 1\geqslant p_i\geqslant 0,\ 1\geqslant q_i\geqslant 0,\ i=1,2,\cdots,n \end{cases}$$

其中：

$P_j\subset[P_1,P_2,\cdots,P_L]$为优先等级向量，$L$ 根据决策者需要多少个及如何安排优先等级而定。

$$D=[d_1^++d_1^-,d_2^++d_2^-,\cdots,d_n^++d_n^-]^T$$

$$1\leqslant k_1\leqslant L,1\leqslant k_2\leqslant L$$

$$DT=(T^*-T^0)/k$$

现在考虑两项特征结构同时进行最优控制。假设它们的维数均为 n，第一种特征结构有：$X_1(0)=X_1^0$, $X_1(k)=X_1^*$,转移矩阵为A；第二种特征结构有：$X_2(0)=X_2^0$, $X_2(k)=X_2^*$，转移矩阵为B.

由于这二种特征结构同是对于某一类人员而言的，因此要求它们的解要具有某种一致性，即第一种特征结构中离去本系统的人数与第二种特征结构离去的人数要相等；进入数亦然。也即要求有下列一致性约束：

$$Q_1(t)X_1(t)=Q_2(t)X_2(t) \qquad t=1,2,\cdots k$$

$$P_{I1}(t)X_1(t)=P_{I2}(t)X_2(t) \quad t=1,2,\cdots k$$

同样，我们可以把 $Q_1(t)$、$Q_2(t)$、$P_{I1}(t)$、$P_{I2}(t)$视为常数，并定义下列辅助参数：

$$C=\begin{bmatrix} A & \\ & B \end{bmatrix} \qquad \tilde{C}=\begin{bmatrix} \tilde{A} & \\ & \tilde{B} \end{bmatrix}$$

$$Y^*=\begin{bmatrix} X_1^* & \\ & X_2^* \end{bmatrix} \qquad Y^0=\begin{bmatrix} X_1^0 & \\ & X_2^0 \end{bmatrix}$$

$$P_I=\begin{bmatrix} P_{I1} \\ P_{I2} \end{bmatrix} \qquad D=\begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{bmatrix}$$

按单项最优控制的基本思路和建模思想，一方面要保证两种特征结构的比例，另一方面要明确总人数的变化趋势，加上上述的一致性约束，便可以建立多项最优控制模型：

$$\begin{aligned}\mathrm{Min}P_jD &+ P_{k1}(d_{2n+1}^+ + d_{2n+1}^- + d_{2n+2}^+ + d_{2n+2}^-) + P_{k2}(d_{2n+3}^+ + d_{2n+4}^+)\\ &+ P_{k3}(d_{2n+5}^+ + d_{2n+5}^- + d_{2n+6}^+ + d_{2n+6}^-)\end{aligned}$$

$$\text{s.t}\begin{cases} Y^* - \tilde{C}Y^0 - (I-C)^{-1}P_I + D = 0 \\ \begin{bmatrix} Q_1 & -Q_2 \\ P_{I1} & -P_{I2} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_{2n+1}^- & -d_{2n+1}^+ \\ d_{2n+2}^- & -d_{2n+2}^+ \end{bmatrix} = 0 \\ \sum_{i=1}^{n}(q_{1,i}+p_{1,i}) - d_{2n+3}^+ = 0 \\ \sum_{i=1}^{n}(q_{2,i}+p_{2,i}) - d_{2n+4}^+ = 0 \\ (P_{I1}-Q_1)X_1 + d_{2n+5}^- - d_{2n+5}^+ = 2DT/(T^*+T^0) \\ (P_{I2}-Q_2)X_2 + d_{2n+6}^- - d_{2n+6}^- = 2DT/(T^*+T^0) \\ 1 \geqslant p_{1,i}, p_{2,i}; q_{1,i}, q_{2,i} \geqslant 0;\ i=1,2,\cdots,n \end{cases}$$

其中 $P_j \subset (P_1, P_2, \cdots P_L)$；$1 \leqslant k_1, k_2, k_3 \leqslant L$；$DT=(T^*-T^0)/k$

多于二项的控制模型可按二项控制的模型进行类推，有关目标规划的方法可参见[1][2]，参数的说明参见[3]。

参 考 文 献

[1] Lee S M. Goal Programming for Decision Analysis.1972

[2] Ignizio J P. Goal Programming and Extension.1976

[3] 宣家骥. 人才结构的系统分析. 湖南高等教育，1985，(1)：71～83

A Target Planning Method for Manpower Structure System Analysis

Wu Yingyu
(Xiamen University)

Abstract

Combining the Markov process with target planning method, two concepts for manpower structure system analysis — monoterm control and multiterm control are presented in this paper. Based on monoterm control models, multiterm control models are developed, hence the models are more convincible and more general.

Key words: structure, control, Markov process, target planning monoterm control, multiterm control