

# 一种用AR模型参数自适应检测 瞬态信号的新方法

胡步发 陆仲良 郭桂蓉

(电子技术系)

**摘要** 本文研究AR模型参数特征用于瞬态信号自适应检测的问题。本文依据AR模型参数矢量长度为特征检测信号的思思,提出了一种具有良好地自适应抑制噪声扰动的参数估计方法,弥补了LS、SVDT方法的不足。理论分析和实验结果均表明,本文的方法具有很好的AR模型参数估计和瞬态信号检测性能。

**关键词** 检测,估计,信号/瞬态信号,建模,SVD技术

**分类号** TN911.23

瞬态信号是一种来源较广的观测信号类型,如地震波、水下声呐波、冲击雷达回波等均属于瞬态信号。由于冲击雷达的特点,它广泛地应用于测量冰层的厚度、探测埋地物体(管道、地雷等)、探井、探矿、汽车防撞、近程船舶导航和探测隐身飞行器等,导致瞬态信号检测问题成了近年来信号处理界的一个研究热点。本文研究瞬态信号的检测

1990年6月15日收稿

## Damped Nonlinear Least Squares Filtering Algorithm

Zhou Yiyu

(Department of Electronic Technology)

### Abstract

In order to improve the stability of a filter under weak observable condition, the nonlinear optimization method is used for recursive filtering and a damped least squares iterated filtering algorithm has thus been derived. The form of information square root filtering of the method is presented.

**Key words** kalman filtering, nonlinearity, least squares filtering

问题,提出了一种有效的利用AR模型参数<sup>[1][2]</sup>自适应检测瞬态信号的方法。

关于AR模型参数用于信号检测前人已做了不少工作。Boaz Porat 和 Benjamin Friedlander 曾用AR模型参数来研究高斯信号的检测问题<sup>[3]</sup>。Steven M Kay<sup>[4][5]</sup>研究过用AR模型参数来解决未知谱宽带信号的检测以及用AR模型参数来实现带有随机相位和未知多卜勒频移的平稳信员检测。Ketchum J W 和 Herrick D 曾做过用AR模型参数矢量长度直接检测单一复正弦的工作<sup>[6]</sup>, 这些工作给我们不少启示。我们知道,研究用AR模型参数来检测信号必须解决两个问题:(1)如何用参数来构造有效的检测判决统计量;(2)如何获得抑制噪声效果好,并在纯噪声时存在解的参数估计方法。对(1)来说又有两种方法:a)似然比法;b)非似然比法,本文叫它特征法。对(b)来说也可以归为两大类:i)基于数据阵法;ii)基于相关阵法。因为通过相关运算可以抑制一部分噪声,故本文考虑相关阵法。相关阵法包括矩估计法(CM)、最小二乘法(LS)和最大似然法(ML)。一般认为CM法过于粗糙、ML法又过于复杂,故常用LS法。

实际上LS算法受噪声扰动还比较大,对于瞬态信号更是如此,一般难以获得稳定解。现在时兴的改进方法是主奇异值法(PE),也称截断奇异值分解法(SVDT)<sup>[7]</sup>。一般瞬态信号所包含的衰减正弦波和的个数无法事先知道,必须通过判定;在低信噪比(SNR)情况下所判的有效阶与实际阶相去甚远,这样对抑制噪声扰动的效果并未得到多少的改善。本文为了解决LS、SVDT法的不足,提出了一种改进方案,称为广义规则化方案(GRS)。它使用多个规则化参数和一个先验估计,得到一个具有最小均方误差(MSE)最优参数估计,且在SVD中能自适应地舍去较小奇异值,这样大大地抑制了噪声的影响。

## 1 GRS估计AR模型参数矢量

首先对观测数据序列 $\{y(n) | n=1,2,\dots,N\}$ ,  $N$ 为数据长度,采用AR( $p_0$ )模型拟合并写成如下的矩阵代数关系式

$$Y = -G \cdot \underline{a} + W \quad (1)$$

其中观测数据矢量

$$Y = [y(p_0+1) \ y(p_0+2) \ \dots \ y(N)]^T \quad (2)$$

高斯白噪声数据矢量

$$W = [W(p_0+1) \ W(p_0+2) \ \dots \ W(N)]^T \quad (3)$$

AR模型参数矢量

$$\underline{a} = [a_1 \ a_2 \ \dots \ a_{p_0}]^T \quad (4)$$

观测数据关系矩阵

$$G = \begin{bmatrix} y(p_0) & y(p_0-1) & \dots & y(1) \\ y(p_0+1) & y(p_0) & \dots & y(2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ y(N-1) & y(N-2) & \dots & y(N-p_0) \end{bmatrix} \quad (5)$$

由(1)式求解 $\underline{a}$ 的问题一般采用LS估计算法,但LS算法存在着不足。本文提出了一种GRS估计算法。它是在LS基础上利用先验知识和规则化参数改进而成,代价函数如下:

$$c = \frac{1}{N} \|Y + G \cdot \underline{a}\|^2 + (\underline{a} - \underline{a}_0)^T \cdot Q \cdot (\underline{a} - \underline{a}_0) \quad (6)$$

其中 $\underline{a}_0$ 为 $\underline{a}$ 的某种先验初值或先验估计,  $Q$ 为待定的规则化参数矩阵。GRS估计就是改变 $\underline{a}$ 使(6)式代价函数 $c$ 获最小值时的估计 $\underline{a}_{GRS}$ ,即对(6)式求关于 $\underline{a}$ 的偏导并令其为零可以得到

$$\underline{a}_{GRS} = -D^{-1} \cdot g \quad (7)$$

其中

$$D \triangleq R + Q, \quad R \triangleq \frac{1}{N} G^T \cdot G$$

$$g \triangleq \underline{b} - Q \cdot \underline{a}_0, \quad \underline{b} \triangleq \frac{1}{N} G^T \cdot Y \quad (8)$$

显然,当 $p_e \times p_e$ 矩阵 $Q$ 为零矩阵时, $\underline{a}$ 的GRS估计退化为LS估计,此时有

$$\underline{a}_{GRS} | Q=0 = \underline{a}_{LS} = -R^{-1} \cdot \underline{b} \quad (9)$$

LS估计的最小均方误差为

$$\min E \{ \|\underline{a} - \underline{a}_{LS}\|^2 \} = \frac{\sigma_w^2}{N} \sum_{j=1}^{p_e} \frac{1}{\sigma_j} \quad (10)$$

其中 $\sigma_w^2$ 为零均值白高斯噪声 $W(n)$ 的方差, $\sigma_j (j=1, 2, \dots, p_e)$ 是相关阵 $R$ 的奇异值。由此可见LS估计性能受到噪声影响的严重性,噪声的扰动对应小的 $\sigma_j$ 值,小 $\sigma_j$ 却引进了大MSE值。为了克服这一不足,使其适合于低SNR情况,提高估计性能,本文的GRS估计算法引进了先验估计和规则化参数矩阵,(6)式右边的第二项即是对LS估计算法的改进项。所采用 $Q$ 矩阵的形式为:

$$Q = V \cdot P \cdot V^T \quad (11)$$

其中 $P = \text{diag}[\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_{p_e}]$ ,  $\rho_j (j=1, 2, \dots, p_e)$ 为规则化参数, $V$ 为相关阵 $R$ 的奇异矢量矩阵。所以下面的问题归结为求解参数 $\rho_j$ ,以(7)式GRS估计具有最小均方误差(MSE)为准则来确定 $\rho_j$ 。经过严格的推导得出<sup>[9]</sup>,当 $Q$ 具有(11)式的形式时,最佳 $\rho_j$ 为

$$\rho_j = \frac{\sigma_w^2}{N} \cdot (\underline{v}_j^T \cdot (\underline{a} - \underline{a}_0))^{-2} \quad (j=1, 2, \dots, p_e) \quad (12)$$

这时最小均方误差为

$$\min E \{ \|\underline{a} - \underline{a}_{GRS}\|^2 \} = \frac{\sigma_w^2}{N} \sum_{j=1}^{p_e} \frac{1}{\sigma_j + \rho_j} \quad (13)$$

其中 $\underline{v}_j$ 为 $V$ 的第 $j$ 列矢量。(10)式与(13)式比较可知,引进 $\rho_j (j=1, 2, \dots, p_e)$ 将使估计的MSE性能大大地得到改善。(12)式告诉我们要获得 $\rho_j$ ,必须要知道噪声方差 $\sigma_w^2$ 和参数真

值 $\underline{a}$ ,但这是不可能的。所以只能通过间接估计方法获得。本文将通过 $\underline{a}$ 和 $\sigma_w^2$ 的估计来获得 $\rho_j(j=1,2,\dots,p_e)$ 的估计。采用(7)式来估计 $\underline{a}$ , (1)式来估计 $\sigma_w^2$ 。可以看出,估计 $\underline{a}$ 、 $\sigma_w^2$ 与 $\rho_j(j=1,2,\dots,p_e)$ 互为函数关系。运用(7)式、(11)式和SVD分解技术我们得到 $\underline{a}$ 的估计为:

$$\hat{\underline{a}}(\{\rho_j\}) = - \left( \sum_{j=1}^{p_e} \frac{v_j \cdot v_j}{\sigma_j + \rho_j} \right)^T \cdot \hat{g}(\{\rho_j\}) \quad (14)$$

$$\text{其中} \quad \hat{g}(\{\rho_j\}) = \underline{h} - V \cdot \hat{P} \cdot V^T \cdot \underline{a}_0 \quad (15)$$

$$\hat{P} = \text{diag}[\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_{p_e}] \quad (16)$$

利用(1)式得到 $\sigma_w^2$ 的估计为

$$\hat{\sigma}_w^2(\{\rho_j\}) = \frac{1}{N} \|Y + G \cdot \hat{\underline{a}}(\{\rho_j\})\|^2 \quad (17)$$

把(14)、(17)式代入(12)式,经整理得到

$$\rho_j = \frac{\hat{\sigma}_w^2(\{\rho_j\})}{N} \cdot (\rho_j + \sigma_j)^2 \cdot (v_j^T \cdot \underline{h} + \sigma_j v_j^T \cdot \underline{a}_0)^{-2} \quad (18)$$

对于先验初值或先验估计 $\underline{a}_0$ ,当然可以根据不同的先验知识有各种不同的取法。根据(9)式知道, $\hat{\underline{a}}_{L_s}$ 是 $\hat{\underline{a}}_{gr_s}$ 的特例,采取 $\hat{\underline{a}}_{L_s}$ 为初始估计,作为先验值 $\underline{a}_0$ ,即

$$\underline{a}_0 = \hat{\underline{a}}_{L_s} \quad (19)$$

当噪声方差已知时,即 $\hat{\sigma}_w^2(\{\rho_j\}) = \sigma_w^2$ 时,(18)式是关于 $\rho_j$ 的一元二次方程,利用求根公式可以方便地求得规则化参数 $\rho_j$ 为

$$\rho_j = \frac{1}{2} (\alpha_j - 2\sigma_j \pm \sqrt{\alpha_j(\alpha_j - 4\sigma_j)}) \quad (j=1,2,\dots,P_e) \quad (20)$$

$$\text{其中} \quad \alpha_j = \frac{N}{\sigma_w^2} (v_j^T \cdot \underline{h} + \sigma_j v_j^T \cdot \underline{a}_0)^2 \quad (j=1,2,\dots,P_e) \quad (21)$$

当 $\alpha_j \geq 4\sigma_j$ 时, $\rho_j$ 有实数解,并由(20)式获得。当 $\alpha_j < 4\sigma_j$ 时, $\rho_j$ 没有实数解,此时取 $\rho_j$ 为 $\rho_j \gg \sigma_j$ 的一个实值,因为这样可使 $\min \text{MSE}$ 取较小值。 $\rho_j$ 无实根时的取值告诉我们:当 $\rho_j$ 大到一定程度时, $\sigma_j$ 得小至可以被忽略的程度,即可作为是由于噪声扰动引进的,我们将给予舍弃。所以GRS估计具有自适应舍去较小奇异值分量的能力,从而达到自适应抑制噪声的目的。当 $\sigma_w^2$ 未知时,表面上看,不能得到(20)式的显式,但有一种折衷方法:通过噪声参考元来估计,并把估计值做为真值代入估计参数算法,同样可用(20)显式。下面讨论如何利用估计出来的参数矢量来构造判决统计量的问题。

## 2 矢量长度特征检测方法

这里研究瞬态信号检测问题。

$$H_0: y(n) = W(n)$$

$$H_1: y(n) = S(n) + W(n) \quad (22)$$

如前所述,采用 $\text{AR}(p_e)$ 模型拟合接收数据序列 $\{y(n) | n=1,2,\dots,N\}$ ,即

$$y(n) = - \sum_{i=1}^{p_0} a_i \cdot y(n-i) + W(n) \quad (23)$$

其中  $W(n)$  是零均值、方差为  $\sigma_w^2$  的高斯白噪声,  $S(n)$  表示衰减正弦和瞬态信号。 $W(n)$  若为色噪声则可通过白化滤波后再处理, 这里不讨论。本文的检测方法是根据 (23) 式有无目标存在时所呈现的差异来进行检测的。显然, 没有目标回波时, (23) 式中的参数矢量  $\underline{a} = [a_1 a_2 \cdots a_{p_0}]^T$  只有零解, 记  $\underline{a}_{H_0} = \underline{0}$ ; 当存在目标时回波为信号和噪声的混合物, (23) 式中的  $\underline{a}$  参数存在非零解, 记为  $\underline{a}_{H_1} \neq \underline{0}$ 。因为  $\underline{a}_{H_1} \neq \underline{a}_{H_0}$ , 所以用参数矢量  $\underline{a}$  作为辨别观测中是否存在目标的检测统计量, 即用  $\underline{a}$  作为特征来检测目标。从而 (22) 式的二元检测问题转化为:

$$\begin{aligned} H_0: & \quad \underline{a} = \underline{0} \\ H_1: & \quad \underline{a} \neq \underline{0} \end{aligned} \quad (24)$$

为方便起见, 用参数矢量长度作特征来检测目标, 故构造检测判决统计量为:

$$r = 2N \cdot \sum_{i=1}^{p_0} \hat{a}_i^2 \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \text{即 } H_0: & \quad r < H_r \\ H_1: & \quad r \geq H_r \end{aligned} \quad (26)$$

$H_r$  为对应于某虚警概率时的门限值。Mann 和 Wald 认为在大样本情况下许多估计方法, 如最小二乘估计 (LS) 都可以被认为是渐近最大似然估计, AR 模型参数矢量  $\underline{a}$  的最大似然估计是一个渐近联合高斯分布<sup>[6][8]</sup>, 所以可以认为 LS 估计  $\hat{\underline{a}}_i$  也可用一个联合高斯分布来近似描述。

$$f(\hat{\underline{a}}) = (\pi)^{-\frac{p_0}{2}} |c_{\underline{a}}^{\wedge}|^{-\frac{1}{2}} \cdot e^{-\frac{1}{2}(\hat{\underline{a}} - \underline{a}_0)^T \cdot c_{\underline{a}}^{\wedge}{}^{-1} \cdot (\hat{\underline{a}} - \underline{a}_0)} \quad (27)$$

其中估计方差阵

$$c_{\underline{a}}^{\wedge} = \frac{\sigma_w^2}{N} \cdot R^{-1} \quad (28)$$

对于 GRS 估计, 经过数学推导和变换得出, 在  $H_0$  条件下,  $\sqrt{2N}\hat{a}_i$  满足正态分布  $N(0, 1)$ , 且互相独立<sup>[9]</sup>, (25) 式的  $r$  服从自由度为  $p_0$  的中心  $\chi^2$  分布, 即

$$f_0(r) = \left( 2^{\frac{p_0}{2}} \cdot \Gamma\left(\frac{p_0}{2}\right) \right)^{-1} \cdot r^{\frac{p_0}{2}-1} \cdot e^{-\frac{r}{2}}, \quad r \geq 0 \quad (29)$$

其中  $\Gamma(\cdot)$  是 Gamma 函数。给定虚警概率  $P_f$ , 可由下式求得相应门限  $H_r$ :

$$\begin{aligned} P_f &= \int_{H_r}^{+\infty} f_0(r) dr \\ &= 1 - I\left(H_r/2, \frac{p_0}{2}\right) / \Gamma\left(\frac{p_0}{2}\right) \end{aligned} \quad (30)$$

其中  $I(\cdot, \cdot)$  是 Pearson Incomplete Gamma 函数。在  $H_1$  条件下, 求  $r$  的分布比较困难。研究表明,  $\sqrt{2N}\hat{a}_i$  满足独立正态分布  $N(\mu_i, d_i)$ <sup>[9]</sup>, 其中

$$\begin{aligned} \mu_i &= \sqrt{2N} \cdot \sum_{j=1}^{2p} v_j(i) \cdot \underline{v}_j^T \cdot \underline{a} \\ d_i &= \sum_{j=1}^{2p} v_j^2(i) \cdot \frac{\sigma_w^2}{\sigma_j + \rho_j} \quad (i=1, 2, \dots, p_e) \end{aligned} \tag{31}$$

其中  $p$  为瞬态信号衰减正弦波的个数， $v_j(i)$  表示奇异矢量  $\underline{v}_j$  的第  $i$  元素， $\sigma_j$  为理论相关阵  $R_T$  的奇异值。 $r(H_1)$  是由  $p_e$  个变均值、变方差的独立正态分布的平方和构成，其分布可以求出，暂时记为  $f_1(r)$ ， $r \geq 0$ 。故检测概率为

$$P_d = \int_{H_r}^{+\infty} f_1(r) dr \tag{32}$$

检测过程流程图如图1。



图 1

### 3 实验与结论

下面通过仿真实验来评价检测器的性能。瞬态信号形式为

$$s(n) = \sum_{i=1}^p A_i \cdot e^{-\alpha_i \cdot n} \cdot \cos(2\pi f_i n + \phi_i) \tag{33}$$

定义信噪比为

$$SNR = 10 \cdot \log \left( \frac{\sum_{n=1}^N S^2(n)}{N \cdot \sigma_w^2} \right) \text{ (dB)} \tag{34}$$

设置参数  $p=2, N=128, p_e=10$

$$\begin{aligned} A_1 &= 1, & A_2 &= 1 \\ \alpha_1 &= 0.01, & \alpha_2 &= 0.015 \\ f_1 &= 0.2, & f_2 &= 0.3 \text{ (Hz)} \\ \phi_1 &= \frac{\pi}{2}, & \phi_2 &= 0 \text{ (rd)} \end{aligned}$$

并以100次独立实验来统计检测器的性能。

图2(FIG1)表示用LS估计法的模型参数矢量长度特征检测器的性能曲线；

图3(FIG2)表示用SVDT估计法的模型参数矢量长度特征检测器性能曲线；

图4(FIG3)表示采用GRS估计法的模型参数矢量长度特征检测器的性能曲线；

图5(FIG4)表示  $SNR = -5\text{dB}$  时，LS、SVDT、GRS三种方法所对应的检测器性能比较曲线；

图6(FIG5)表示  $P_f = 0.01$  时，GRS估计法对应的检测器与常规检测器性能比较曲线；

图7(FIG6)为一个非相干雷达船目标回波；

图8(FIG7)关于船目标回波，采用GRS估计法的模型参数矢量长度特征检测器性能曲线。

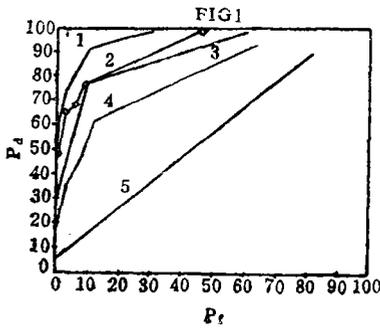


图 2 Detector Using LS Estimation

1: -3dB; 2: -4dB; 3: -5dB; 4: -6dB; 5: -10dB

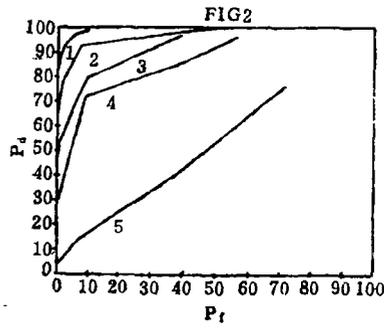


图 3 Detector Using SVDT Estimation

1: -3dB; 2: -4dB; 3: -5dB; 4: -6dB; 5: -10dB

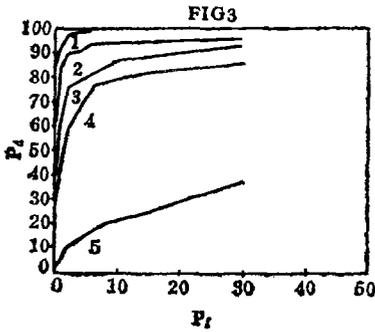


图 4 Detector Using GRS Estimation

1: -3dB; 2: -4dB; 3: -5dB; 4: -6dB; 5: -10dB

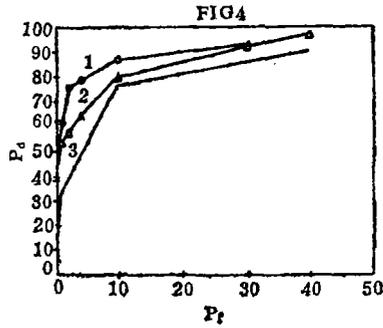


图 5 Comparison of Performance(-5dB)

1: using GRS estimation  
2: using SVDT estimation  
3: using LS estimation

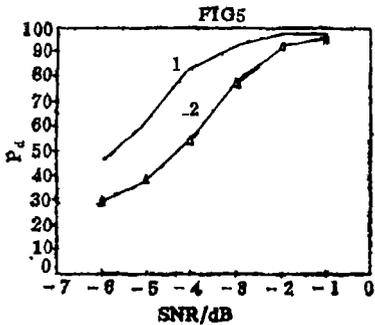


图 6 Comparison of Performance

1: using GRS estimation  
2: energy detection

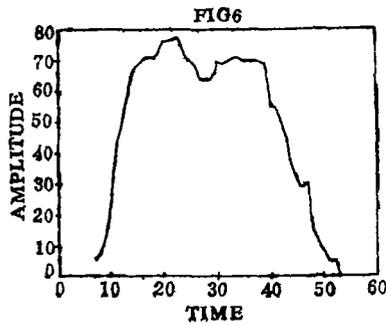


图 7 Ship Target Return

从理论分析和仿真实验结果不难得出如下结论:

(1) 以模型参数矢量长度为特征的检测器是一个恒虚警检测器(CFAR);

(2) GRS估计法对应的特征检测器性能优于LS估计法、SVDT估计法所对应的特征检测器性能,同时也远优于常规检测器(ED)性能;

(3) 本方法适合于“时间序列”的检测;

(4) 对于信号检测问题,尤其是弱信号检测问题,可以说特征检测方法是一个很有吸引力的研究方向。

致谢 本文在算法的仿真过程中,杨忠东同学做了大量的工作,在此向他表示感谢!

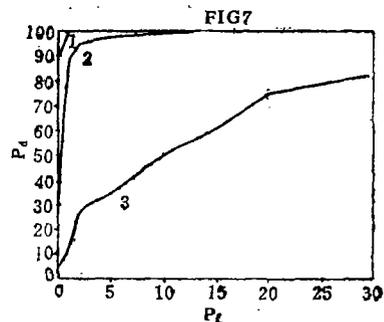


图8 舰船目标回波使用GRS估计法的检测性能

1: -2dB; 2: -5dB; 3: -10dB

### 参 考 文 献

- [1] Volakis John L, Leon Peters JR. IEEE Trans., AP-31(2): 190~196
- [2] Hussian Malek G M. IEEE IC-RADAR 1985: 334~340
- [3] Boaz Porat, Benjamin Friedlander, IEEE Trans. 1984, ASSP-32(4): 780~790
- [4] Steven M Kay, IC-ASSP, 1985 2: 1263~1265
- [5] Steven M Kay. IEEE Trans. ASSP-30, 1982, (2): 256~268
- [6] Ketchum J W, Herrick D. IEEE IC-ASSP 1985, 1: 331~334
- [7] Cadzow J A. Proc. IEE, 1987, 134(1): 69~78
- [8] Mann H B, Wald A. ECONOMETRICA 1943, 11(3-4)
- [9] 胡步发, 陆仲良, 郭桂蓉. 技术报告: 研究AR模型参数在雷达信号检测中的应用

## A New Method of Adaptive Detection of Transient Signals Using Autoregressive Parameters

Hu Bufa Lu Zhongliang Guo Guirong

(Department of Electronic Technology)

### Abstract

The problem of adaptive detection of transient signals is studied. Based on the idea of using vector length feature of autoregressive parameters, a method of estimation of parameters is presented. This method is of good performance of adaptive noise control and it can make up the deficiency of LS and SVDT methods. Theoretical analysis and simulation results show that

# 一种新的雷达恒虚警(CFAR)处理器

吉书龙 皇甫堪 周良柱 孙仲康

(电子技术系)

**摘要** 如何维持雷达检测系统恒定的虚警率是现代雷达技术和信号处理技术中重要的问题之一。为使雷达检测系统在复杂的杂波环境中获得恒定的虚警率,就需要有高性能的恒虚警(CFAR)处理器。本文提出的新型CFAR处理器选择一个与被检测距离单元的值相接近的均值来作为CFAR的门限,从而使这种处理器具有能够及时反映外部杂波环境变化的自适应性;它硬件实现简单,具有很好的抗多目标效应、抗杂波边缘效应、抗大目标“吃”小目标效应以及降低(CFAR)损失的性能。

**关键词** 雷达信号, 信号处理, 虚警率

**分类号** TN951

常用的单元平均恒虚警方法是采用滑动参考窗口技术,凡是进入参考窗口的数据都参与形成门限值的计算。这也将是本文所述新方法的一个基本出发点。常见CFAR处理器的结构图如图1所示。第一步是估计出杂波的均值 $z$ ,第二步是与一个系数因子 $T$ 相乘,这个系数因子 $T$ 由虚警率 $P_{fa}$ 所决定,然后把乘积结果 $T * Z$ 用做CFAR的门限。事实上,如何选择能够代表杂波强弱变化情况的均值 $Z$ 是CFAR技术的一个关键,这个值的好坏直接影响CFAR处理器的性能。本文提出的一种新型CFAR处理器在形成被估计的 $Z$ 值上与以往技术有所不同,采用所谓的选接近值办法来实现。由此CFAR处理器性能得到提高。其余的信号处理过程基本上与图1保持不变。

## 1 自适应CFAR门限的形成

已有的CFAR处理方法,诸如选大CFAR方法(GO-CFAR)和排序CFAR方法(OS-CFAR),其门限都具有自适应特性。由于它们形成自适应门限的方法不同,所以CFAR

1990年7月2日收稿

this method is of good performance of autoregressive parameter estimation and transient signal detection.

**Key words** detection, estimate, signals/transient signals, AR model, SVD technique