国 防 科 技 大 学 学 报
JOURNAL OF NATIONAL UNIVERSITY OF DEFENSE TECHNOLOGY
第12卷第4期　1990年12月　Vol.12 No.4

弹道计算系统中的FFT技术与仿真

万建伟　皇甫堪　周良柱

（电子技术系）

摘　要　本文论述了采用FFT技术进行弹丸速度测定。这种技术优于传统的模拟滤波器，可以同时测定位于天线波束内的多个弹丸的速度；经数字滤波器过滤后的信号具有更高的信杂比和信噪比，从而测速距离有较大的提高。仿真表明，应用FFT技术测速，也有较高的精度。

关键词　数据处理，滤波器，弹道/快速付里叶变换

分类号　TN953.1

1　FFT弹道计算系统构成与测速、精度和抑制杂波原理

1.1　测速原理

根据

$$f_d=\frac{2V_d}{\lambda} \tag{1}$$

其中λ为发射信号波长。只要知道信号的多卜勒频率，便可得到弹丸速度V_d.

现对天线头的多卜勒信号进行采样。如果采样频率为f_s，则采样后信号$x(n)$的FFT可表示为

$$X(k)=\sum_{n=0}^{N-1}x(n)W_N^{nk},\ k=0,1,\cdots,N-1 \tag{2}$$

其中N为FFT点数。又$W_N=e^{-j\frac{2\pi}{N}}$，上式也可写成：

$$X(k)=\sum_{n=0}^{N-1}x(n)W_N^{-(N-n)k}$$

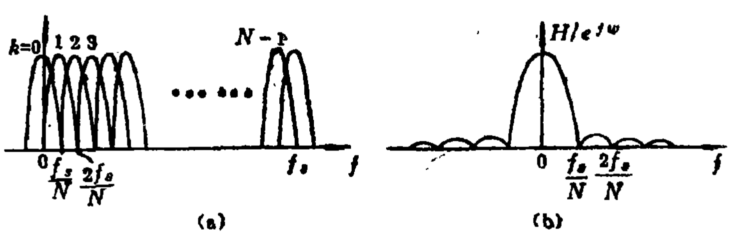

图 1

（a）滤波器组的频率响应　　（b）单个滤波器($k=0$)的频率响应

1989年2月13日收稿

由此可见，$X(k)$等效于$x(n)$通过一组数字滤波器后的输出。根据其频谱，我们便可得到弹丸速度。图1分别画出了该滤波器组及其单个滤波器的频率响应。

1.2 测速精度

如果第k个滤波器输出具有最大值，则多卜勒频率

$$f_d=\frac{kf_s}{N} \tag{3}$$

相应弹丸速度为

$$V_d=(\lambda kf_s)/2N \tag{4}$$

这种测频方法的测频精度为

$$\Delta f_d=\frac{f_s}{2N} \tag{5}$$

测速精度为

$$\Delta V_d=\frac{\lambda f_s}{4N} \tag{6}$$

为了避免频谱混迭，采样频率f_s应满足：

$$f_s=kf_d \qquad (k\geqslant 2.5) \tag{7}$$

(7)式代入(6)式，可得：

$$\Delta V_d=\frac{kf_d\lambda}{4N}=\frac{kV_d}{2N} \tag{8}$$

表1列出了在不同的K和N值时，对应各种弹丸速度V_d的测速精度ΔV_d。

表1

K	N	$V_d=2000\text{m/s}$	$V_d=1000\text{m/s}$	$V_d=500\text{m/s}$
	512	4.88	2.44	1.22
$K=2.5$	1024	2.44	1.22	0.61
	2048	1.22	0.61	0.305
	512	6.83	3.417	1.709
$K=3.5$	1024	3.417	1.709	0.854
	2048	1.709	0.854	0.427

1.3 杂波抑制

实际上，在弹道分析器的输入端除了有信号外，还有强的杂波和噪声。杂波谱通常具有低的频率分量，一般可假定其具有零中频的高斯分布。抑制杂波的有效方法可采用二种：一种是模拟通道内加带通滤波器，另一种方法是采用加权FFT法。下面就加权FFT进行讨论。

由于采用经典FFT法，图1所示的滤波器组的频率特性具有较高的旁瓣电平。这种特性对于杂波的抑制是十分不利的。因此必须对(2)式进行修正，即采用加权FFT。对$x(n)$进行加权，再求其FFT，其表示式为：

$$X(k)=\sum_{n=0}^{N-1}x(n)w(n)w_N^{nk},\ k=0,1,\cdots,N-1 \tag{9}$$

其中$w(n)$为加权函数。根据$w(n)$的对称性有

$$X(k)=\sum_{n=0}^{N-1}x(n)w(N-n)w_N^{-(N-n)k} \tag{10}$$

由此可见，$X(k)$同样等效于$x(n)$通过一组数字滤波器以后的输出，而该数字滤波器的单位脉冲响应为：

$$h_k(n)=w(n)W_N^{-nk},\ n=0,1,\cdots,N-1 \tag{11}$$

其中k为滤波器组中滤波器的编号，而该滤波器组的频率响应为加权函数$w(n)$的付里叶变换。目前已找出许多具有优越性能的加权函数。如采用凯塞(kaiser)加权，取系数$\alpha=7.865$，其滤波器频率特性的第一旁瓣相对主瓣降低57dB，而阻带最大衰减可达-80dB，如图2所示。这是模拟跟踪滤波器无法与之相比的。因此，回波信号经过加权FFT后，信杂比有相当大的改善。

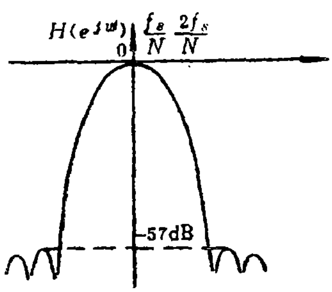

图 2

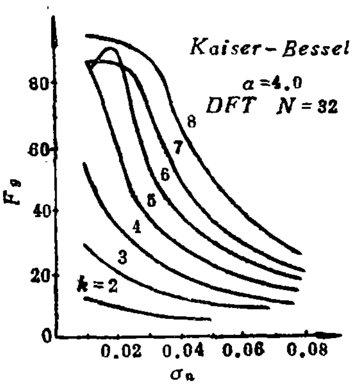

图 3

现假定输入杂波具有高斯形式的功率谱，其表示式为

$$c(f)=M_0\exp(-K^2f^2)$$

其中K为杂波谱宽系数，M_0表示杂波强度。

定义第k个FFT滤波器输出端信杂比FFT与输入端信杂比为改善因子$F_{杂}$，即

$$F_{杂}=(s_0/c_0)/(s_i/c_i)$$

根据理论推导：

$$F_{杂}=\left[\sum_{n=0}^{N-1}w(n)\right]^2\Big/\sum_{n,m=0}^{N-1}\sum w(n)w(m)\exp\{-[\sqrt{2}\pi(n-m)\sigma_n]^2\}\cdot\cos[2\pi k(n-m)/N]$$

其中σ_n是归一化的杂波谱宽度，k是滤波器编号。典型的改善因子$F_{杂}$与σ_n、k的关系曲线如图3所示。图中的FFT点数$N=32$。随着N的增加，改善因子$F_{杂}$有相应的增加。另外，随着k的增加，改善因子有很大的增长。

1.4 系统构成

典型的采用FFT法进行速度测定的系统方块图如图4所示。这是一个弹道分析器独立构成系统的方块图。图中的信号处理器模块如图5所示。前置放大、后置放大是将天线头输出的多卜勒信号放大到A/D变换器所需的信号幅度；带通滤波器是对所需测定的速度范围进行滤波，以防在A/D变换时，产生信号频谱混迭；可编程A/D控制器用以产

生所要求的采样信号；数据存贮器根据弹道分析器的最大测速距离取定为4MB. 这样就可在测速过程中，定时录取到弹道上的所有数据。

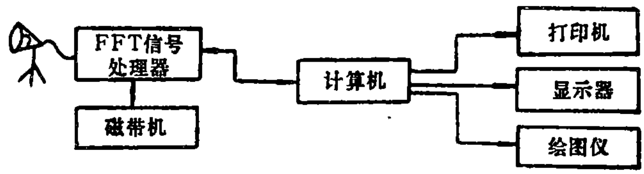

图 4　系统方框图

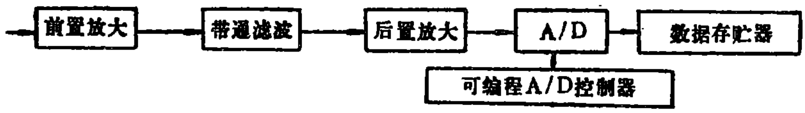

图 5　信号处理器方框图

2　FFT弹道计算系统的测速仿真

2.1　测速仿真与精度

(1) 模拟两个弹丸，其初速分别为$V_{01}=900$m/s, $V_{02}=700$m/s，对应的多卜勒频率分别为$f_{01}=60$kHz，$f_{02}=46.7$kHz. 多卜勒信号的幅度取为$A_{s1}=A_{s2}=3$，也即信号功率$s_i=9/2$. 模拟一个白噪声背景，噪声幅度的最大值取为$A_N=2$，也即噪声功率$N_i=4/3$. 因此信噪比$s_i/N_i=5.28$dB. 现取采样频率$f_s=133.4$kHz，FFT点数$N=256$. 表2列出了这两个弹丸在弹道上诸点的理论速度值与用FFT测定后得到的速度值。由表可见,理论速度值与测量速度值的误差小于4m/s, 与(8)式所得的相符合。图6给出了这两个弹丸的三维速度—时间曲线。

(2) 仿真条件与上相同，而将FFT的点数取成$N=1024$，表3列出了这两个弹丸在弹道上各点的理论速度值与测定后得到的速度值。由表可见，理论速度值与测量速度值的误差小于1m/s.与(8)式所得的相符合。图7给出了这两个弹丸的三维速度—时间曲线。

2.2　速度分辨的仿真

(1) 模拟两个弹丸，其初速分别为$V_{01}=900$m/s, $V_{02}=895$m/s，对应的多卜勒频率分别为$f_{01}=60$kHz，$f_{02}=59.67$kHz. 多卜勒信号幅度取为$A_{s1}=A_{s2}=1$. 即信号功率$s_i=\frac{1}{2}$. 模拟一个白噪声背景，噪声幅度最大值取为$A_N=1$，即噪声功率$N_i=\frac{1}{3}$. 因此信噪比为$s_i/N_i=1.76$dB. 现取采样频率$f_s=133.4$kHz，$N=1024$. 图8给出了这两个弹丸的三维速度—时间曲线。由图可见，这两个弹丸可得到很好的分辨。

(2) 仿真条件与(1)相同，$V_{01}=900$m/s，$V_{02}=895$m/s. 信号幅度取成$A_{s1}=1$，$A_{s2}=0.25$，即信号功率比为$s_{i1}/s_{i2}=12$dB. 此时，速度差仍为5m/s. 图9示出了这种情况的三维速度—时间图。

(3) 仿真条件与(1)相同，$V_{01}=900$m/s, $V_{02}=895$m/s.但信号幅度取成$A_{s1}=1$，

$A_{s_2}=0.125$，即信号功率比为 $s_{i1}/s_{i2}=18\text{dB}$. 图 10 示出了这种情况的三维速度—时间图。

由仿真(2)和(3)可以看出，两个不同幅度的信号分辨与等幅度信号的分辨未发生多大的变化。但若有一个信号幅度太小时，会被大信号的旁辨或噪声淹没掉。

表2　$N=256$

单论值	实测值
899.923	898.436
699.908	703.125
893.779	690.625
692.535	695.313
887.635	890.625
685.162	687.5
881.491	882.813
677.789	679.687
875.347	875.000
670.417	671.875
869.203	867.186
663.044	664.063
863.059	859.375
655.671	656.250

表3　$N=1024$

理论值	实测值
899.693	900.391
699.631	699.219
893.549	892.578
692.256	691.406
887.405	886.719
684.886	685.547
881.261	880.859
677.513	677.734
875.117	875.000
670.140	669.923
868.973	869.141
662.767	662.109
862.629	863.281
655.395	656.25

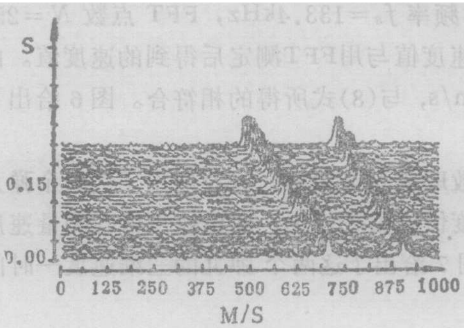

图 6

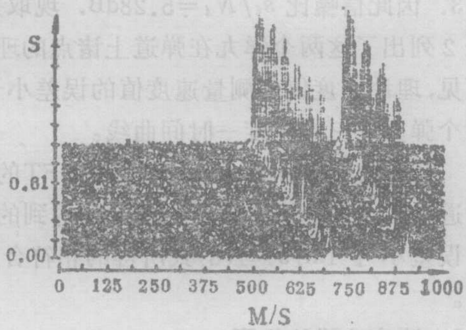

图 7

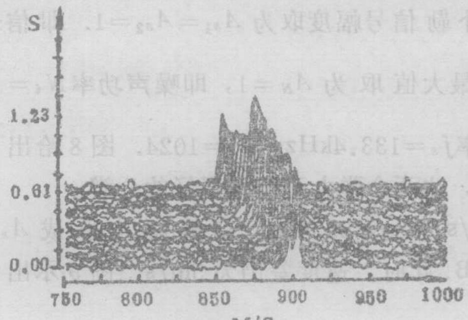

图 8

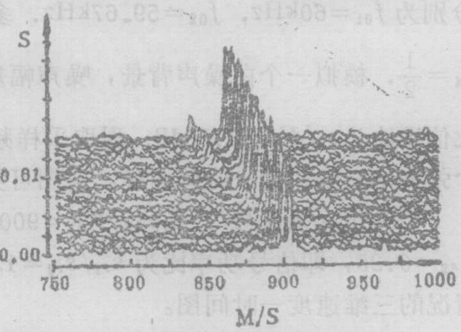

图 9

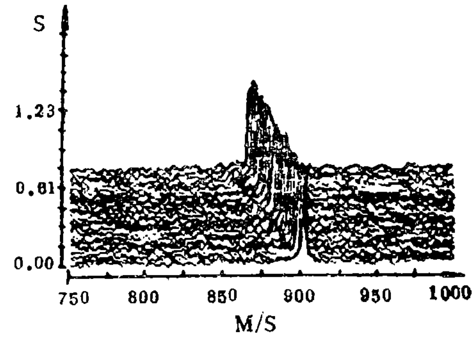

图 10

参 考 文 献

[1] A.V.奥本海姆，R.W.谢弗.数字信号处理.科学出版社，1983

[2] Harris F J. On the Use of Windows for Hamonic Analysis with the DFT. PIEEE,1978, 66

[3] Rieded N K, etc. A Signal Processing Jmplementatin for an IBM/PC Based Workstation. IEEE MICRO,1985

The Research of FFT Technology in the Ballistic Analyzer

Wan Jianwei　Huangfu Kan　Zhou Liangzhu
(Department of Electronic Technology)

Abstract

The paper discusses the technology of speed measurement of projectiles with FFT method. This method is superior to that of the traditional analog filter speed measurement. It can measure the speeds of many projectiles in the antenna. The signal, which was filtered by the digital filter, has higher signal-to-clutter ratio and noise ratio. Thus, the distance of measuring speed can be increased greatly. The simulation results show that the higher accuracy can be obtained by using FFT technology.

Key words　data processing, filter, ballistics/FFT