

爆轰波在可压缩金属板面上 斜反射初始参数的计算

王诚洪 李剑 王聪彬

(国防科技大学) (中国科技大学) (漳州市公安局)

摘要 本文计算了爆轰波在可压缩金属板面上斜反射时的初始参数。计算中选用的五种炸药是TNT(ρ_0 为1.64g/cm³, 1.45g/cm³)、RDX(ρ_0 为1.59g/cm³, 1.76g/cm³, 1.80g/cm³)、RDX/TNT(77/23)(ρ_0 为1.75g/cm³)、Pentolite(ρ_0 为1.65g/cm³, 1.68g/cm³)和B炸药(ρ_0 为1.71g/cm³)；三种介质是铁、铜和铝。

关键词 爆轰波, 正规反射, 马赫反射, 普朗佗-迈益尔膨胀, 初始参数

分类号 O382.3

爆轰波在可压缩金属板面上斜反射时的初始参数的计算具有重要的实际意义。因为若要确定炸药爆炸在周围介质中所形成的冲击波的衰减规律及整个作用场的动力学参数, 首先必须确定冲击波的初始参数。

实际遇到的爆炸作用情况多属于爆轰波对介质表面的斜冲击。例如, 碎甲弹撞击坦克后, 塑性炸药对装甲表面的作用, 以及在轴心进行点引爆的战斗部爆炸时, 爆轰波对壳体侧壁面的作用等都属于爆轰波对金属平板的斜冲击问题。另外, 在爆炸焊接、爆炸粉末压实中也涉及到类似的问题。作者参阅文献[1]计算了爆轰波在可压缩金属板面上斜反射时的初始参数。

1 物理模型

设爆轰波阵面 OA 以爆速 D 向装药与介质的分界面斜入射, 入射角为 φ_0 , 在爆轰波的作用下, 介质内将形成一斜冲击波(当介质发生相变时, 有可能要出现两个或两个以上的波)。同时, 介质表面在爆轰波的作用下, 发生压缩变形, 变形角 ε 的大小取决于爆轰压力及介质的可压缩性。对于一定的炸药和介质, 根据爆轰波入射角的不同, 爆轰产物中可以发生正规反射, 非正规马赫反射和普朗佗-迈益尔膨胀(参见图1)。非相

变时的情形见图(a)、(b)、(c)；相变时的情形见图(d)、(e)、(f)。

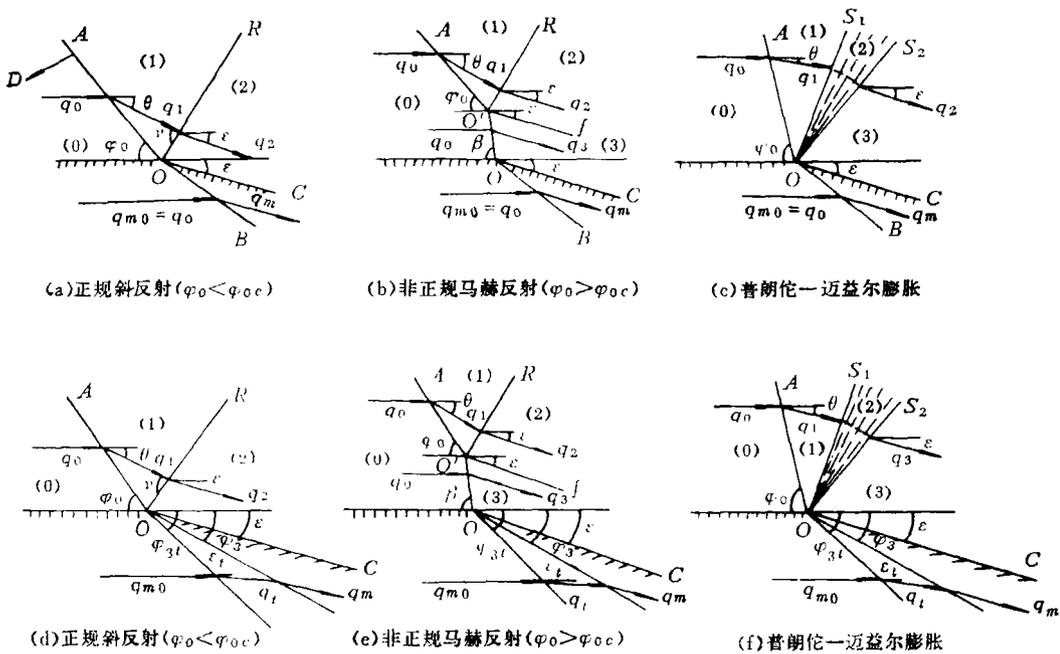


图 1

将坐标系取在入射爆轰波阵面与界面交点 O 处，这时爆炸物以 D 的速度垂直流入爆轰波阵面，而爆轰产物以 $(D - u_j)$ 的速度 (u_j 为爆轰产物在实验室坐标系中的速度) 流入(1)区。从另一角度看，平行于原始分界面的炸药流以速度 $q_0 = D / \sin \varphi_0$ 穿过爆轰波阵面 OA 而后向分界面方向内折一个 θ 角，并以 q_1 的速度流入(1)区。而爆轰产物流 q_1 穿过反射冲击波 OR ，而后，若能顺利地外折 $(\theta - \varepsilon)$ 角，并以 q_2 的速度平行于变形后的分界面 OC 进行流动，这时发生的反射为正规反射。反之，若 $(\theta - \varepsilon)$ 大于与 q_1 相对应的最大可能的折转角，将形成被推离壁面的反射波，即发生非正规的马赫反射现象。当入射角 φ_0 超过某一角度时，随着 φ_0 的继续增大，折转角 θ 也逐渐减小。当 θ 小于壁面变形角 ε 时，爆轰波冲击壁面后，将不再反射回冲击波，而是反射回稀疏波。这就是说，在壁面处发生了爆轰产物的膨胀，而在爆轰产物中出现了扇形的普朗特—迈益尔流动区。

在动参考系中，介质以速度 $q_{m0} = q_0$ 平行于分界面流入介质中的斜冲击波阵面之后，以 q_m 的速度平行于变形后的界面流出。

2 计算公式

2.1 介质中冲击波参数关系

当介质中有一斜冲击波传播时，由波阵面两侧的速度几何关系，并由质量和动量守恒关系可得到：

$$q_m = \frac{\rho_{m0} q_0 \sin \varphi_3}{\rho_m \sin(\varphi_3 - \varepsilon)} \quad (1)$$

$$P_m = \rho_{m0} q_0^2 \sin \varphi_3 \left(1 - \frac{\rho_{m0}}{\rho_m}\right) \quad (2)$$

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{(1 - \rho_{m0}/\rho_m) \operatorname{tg} \varphi_3}{1 + (\rho_{m0}/\rho_m) \operatorname{tg}^2 \varphi_3} \quad (3)$$

式中, ρ_{m0} 为波前介质的密度, ρ_m 和 P_m 分别为波后介质的密度和压力。

根据实验得到的金属及其它凝聚介质的 Hugoniot 关系为:

$$D_m = a + b u_m$$

并考虑到质量守恒, 可得到:

$$\frac{\rho_{m0}}{\rho_m} = 1 - \frac{1}{b} + \frac{a}{b q_0 \sin \varphi_3} \quad (4)$$

对于铁而言, 当压力 P 在 12.8~32.5 万巴范围内时, 要发生相变, 在其中要产生两个塑性冲击波: 第一个冲击波将铁压缩到相变时的压力 12.8 万巴; 第二个冲击波将铁由相变压力压缩到终态。出现塑性双波时, 设第一个冲击波后的参数用下标 i 表示, 则^[2]

$$P_i = 12.8 \text{ 万巴}, \quad V_i = 1/\rho_i = 1.196 \times 10^{-4} (\text{m}^3/\text{kg})$$

将(1)~(3)式中的 P_m 和 ρ_m 用 P_i 和 ρ_i 代替, 则可求得 φ_{3i} , ε_i 和 q_i 。

进一步可求得第二个冲击波后的参数, 即

$$q_m = q_i \frac{\rho_i \sin(\varphi_3 - \varepsilon_i)}{\rho_m \sin(\varphi_3 - \varepsilon)} \quad (5)$$

$$P_m = P_i + \rho_i q_i^2 \sin^2(\varphi_3 - \varepsilon_i) \left(1 - \frac{\rho_i}{\rho_m}\right) \quad (6)$$

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{\operatorname{tg} \varphi_3 - \frac{\rho_i}{\rho_m} \operatorname{tg}(\varphi_3 - \varepsilon_i)}{1 + \frac{\rho_i}{\rho_m} \operatorname{tg} \varphi_3 \operatorname{tg}(\varphi_3 - \varepsilon_i)} \quad (7)$$

$$\frac{\rho_i}{\rho_m} = 1 - \frac{1}{b} + \frac{a + (b-1)[q_0 \sin \varphi_3 - q_i \sin(\varphi_3 - \varepsilon_i)]}{b q_i \sin(\varphi_3 - \varepsilon_i)} \quad (8)$$

2.2 爆轰波在可压缩金属板面上的正规斜反射

如图 1 中的(a)和(d)所示, 爆轰波阵面后(1)区参数为 CJ 参数, 在本文中均假设爆轰产物遵守多方气体定律, 状态方程为 $E = pV/(K-1)$, 则

$$p_j = \frac{\rho_0 D^2}{K+1}, \quad \rho_j = \frac{K+1}{K} \rho_0, \quad c_j = \frac{K}{K+1} D, \quad u_j = \frac{1}{K+1} D$$

于是可得:

$$q_1 = c_j \sqrt{\left(\frac{K+1}{K}\right)^2 c \operatorname{tg}^2 \varphi_0 + 1}$$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\operatorname{tg} \varphi_0}{K \operatorname{tg}^2 \varphi_0 + K + 1}, \quad M_1 = q_1 / c_j$$

$$q_2 = \frac{\rho_j}{\rho_2} \frac{q_1 \sin \nu}{\sin [\nu - (\theta - \varepsilon)]} \quad (9)$$

$$\frac{p_2}{p_j} = \frac{2K}{K+1} M_1^2 \sin^2 \nu - \frac{K-1}{K+1} \quad (10)$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_j} = \frac{(K+1) M_1^2 \sin^2 \nu}{(K-1) M_1^2 \sin^2 \nu + 2} \quad (11)$$

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{\left(1 + \frac{\rho_j}{\rho_2} \operatorname{tg}^2 \nu\right) \operatorname{tg} \theta - \left(1 - \frac{\rho_j}{\rho_2}\right) \operatorname{tg} \nu}{\left(1 - \frac{\rho_j}{\rho_2}\right) \operatorname{tg} \nu \operatorname{tg} \theta + \left(1 + \frac{\rho_j}{\rho_2} \operatorname{tg}^2 \nu\right)} \quad (12)$$

在分界面处，界面两边的压力相等，即

$$p_2 = p_m \quad (13)$$

以上，我们对于非相变和相变情况，分别建立了(1)~(13)方程式，其中含有 p_2 , ρ_2 , q_2 , ε , ν , p_m , ρ_m , φ_3 和 q_m 9个未知参数，因此可以用上述方程来分别求解爆轰波在分界面处发生正规反射（相变和非相变两种情况）时分界面初始冲击波参数。

对于一定的人射角 φ_0 ，可求得一组 θ , ε , ν 。如 $\theta < \varepsilon$ ，则此时发生普朗佉—迈益尔膨胀。将 θ , ε , ν 代入公式

$$\operatorname{tg}(\theta - \varepsilon) = \frac{M_1^2 \sin^2 \nu - 1}{M_1^2 \left(\frac{K+1}{2} - \sin^2 \nu\right) + 1} \operatorname{ctg} \nu$$

若两边不等，则此时发生马赫反射，使得刚开始马赫反射时的人射角 φ_0 为临界角 φ_{0c} 。

2.3 爆轰波在可压缩金属板面上的非正规马赫反射

如图1中(b)和(e)所示，把马赫杆 oo' 近似处理为一斜冲击波，马赫杆的速度为 $D_3 = q_0 \sin \beta$ 。由守恒关系可得：

$$\frac{p_3}{p_j} = (K+1) \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho_3}\right) \left(\frac{\sin \beta}{\sin \varphi_0}\right)^2 \quad (14)$$

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{\left(1 - \frac{\rho_0}{\rho_3}\right) \operatorname{tg} \beta}{1 + \frac{\rho_0}{\rho_3} \operatorname{tg}^2 \beta} \quad (15)$$

$$q_3 = \frac{\rho_0 D \sin \beta}{\rho_3 \sin \varphi_0 \sin(\beta - \varepsilon)} \quad (16)$$

$$E_3 = E_0 + \frac{1}{2} (p_3 + p_0) \left(\frac{1}{\rho_0} - \frac{1}{\rho_3}\right) = \frac{p_3}{(K-1)\rho_3} \quad (17)$$

式中 E_0 可由 CJ 参数求得：

$$E_0 = \frac{p_j}{(K-1)\rho_j} - \frac{1}{2\rho_0}(p_j + p_0)\left(1 - \frac{\rho_0}{\rho_j}\right)$$

以上我们建立了(14)~(17) 4个方程, 再加上方程(1)~(4)和边界压力连续条件

$$p_m = p_3 \quad (18)$$

共9个方程, 来求解非相变时的9个未知参数 $q_m, p_3, \rho_3, \beta, \varepsilon, \varphi_3, \rho_m, p_m, q_3$. 为了求解相变时的这9个未知参数, 要用方程(5)~(8)代替方程(1)~(4).

2.4 爆轰产物在可压缩金属板面上的普朗格—迈益尔膨胀

物理图象如图1中的(c)和(f)所示。由稀疏波理论可推得:

$$\varepsilon - \theta = \left[\sqrt{\frac{K+1}{K-1}} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{K-1}{K+1}(M_3^2 - 1)} - \operatorname{arctg} \sqrt{M_3^2 - 1} \right] - \left[\sqrt{\frac{K+1}{K-1}} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{K-1}{K+1}(M_1^2 - 1)} - \operatorname{arctg} \sqrt{M_1^2 - 1} \right] \quad (19)$$

$$\frac{p_3}{p_j} = \left[\left(\frac{K-1}{2} M_1^2 + 1 \right) / \left(\frac{K-1}{2} M_3^2 + 1 \right) \right]^{K/(K-1)} \quad (20)$$

上面, 我们建立了(19)和(20)两个方程, 它们当中含有 ε, M_3, p_3 3个未知数, 为了解这些参数, 必须满足介质中冲击波参数的基本关系式(1)~(4) (非相变情况), 或式(5)~(8) (相变情况), 以及界面处的压力连续条件(18)式, 这时7个方程式含有7

个未知参数: $\varepsilon, M_3, p_3, q_m, \varphi_3, \rho_m, p_m$. 求得上述参数后, 由 $\frac{\rho_3}{\rho_j} = \left(\frac{p_3}{p_j} \right)^{\frac{1}{K}}, \frac{c_3}{c_j} =$

$\left(\frac{p_3}{p_j} \right)^{\frac{K-1}{2K}}, \sin \mu_3 = \frac{1}{M_3}$, 可求得 ρ_3, c_3, μ_3 .

3 计算结果及讨论

(1) 图2给出了 $\theta \sim \varphi_0$ 和 $\varepsilon \sim \rho_0$ 关系曲线, 对方程 $\operatorname{tg} \theta = \operatorname{tg} \varphi_0 / (K \operatorname{tg}^2 \varphi_0 + K + 1)$ 进行简单的数学运算可知, θ 存在极大值, 并且此极大值与炸药的 K 值成反比。从图中可以看出, 当 $\varphi_0 = \varphi_{0c}$ 时, ε 有一个突跃; 当 $\varphi_0 = \varphi_{0c}$ 时, $\varepsilon \sim \varphi_0$ 曲线与 $\theta \sim \varphi_0$ 曲线相交, 此时 $\theta = \varepsilon$, 无反射波产生, (2)区的压力与(1)区的压力相等, 为 CJ 压力。在交点之后, $\varepsilon > \theta$, 发生普朗格—迈益尔膨胀。

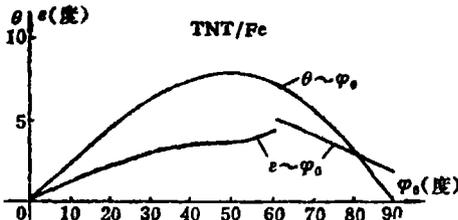


图 2

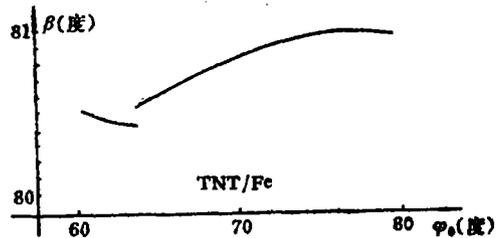


图 3

(2) 当 $\varphi_0 = \varphi_{0c}$ 时, 发生马赫反射, 介质中的压力有一突跃。由于铁、铜等都是可压缩介质, 所以马赫杆与介质表面的夹角 β 不可能象冲击波作用在刚性壁上那样为 90° ,

否则马赫杆后的气流就不能向变形后的壁面折转，这样在变形后的壁面附近会出现真空。 β 角的值在铁出现相变时不连续，而对于铜等不发生相变的介质，就不出现 β 值不连续的情况，见图 3。

(3) 对于 Pentolite ($\rho_0 = 1.682\text{g/cm}^3$)，当 $\varphi_0 \leq 72.2^\circ$ 时，铁中压力 $p_m > 32.5$ 万巴，此时铁中只有一个塑性冲击波；当 $72.2^\circ < \varphi_0 \leq 90^\circ$ 时， 12.8 万巴 $< p_m < 32.5$ 万巴，此时铁中有两个塑性冲击波。对于 TNT ($\rho_0 = 1.64\text{g/cm}^3$)，当 $60.9^\circ \leq \varphi_0 \leq 63.8^\circ$ 时， $p_m > 32.5$ 万巴，此时铁中只有一个塑性冲击波；当 $0^\circ < \varphi_0 < 60.9^\circ$ 和 $63.8^\circ < \varphi_0 \leq 90^\circ$ 时， 12.8 万巴 $< p_m < 32.5$ 万巴，此时铁中出现塑性双波。对于 RDX ($\rho_0 = 1.59\text{g/cm}^3$)，当 $\varphi_0 \leq 70^\circ$ 时，铁中只有一个塑性冲击波；当 $70^\circ \leq \varphi_0 \leq 90^\circ$ 时，铁中有两个塑性冲击波，见图 4 和图 5。

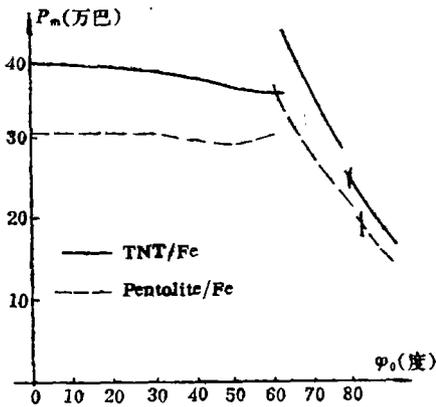


图 4

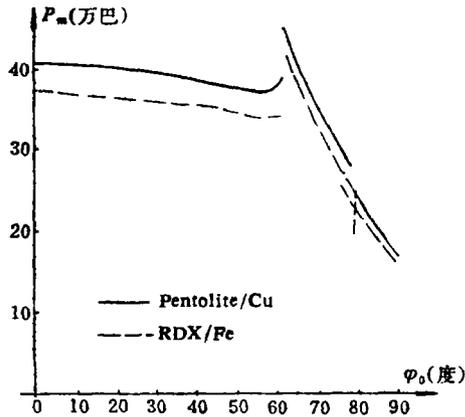


图 5

(4) 爆轰波与可压缩介质相互作用时，一般来说，随着入射角 φ_0 的变化，会出现正规反射、马赫反射和普朗佉一迈益尔膨胀三种情况(见图 4)，但是，有些炸药的爆轰波冲击某些介质时(RDX($\rho_0 = 1.767\text{g/cm}^3$)/Fe, RDX/TNT(77/23)/Fe, Pentolite/Al, B 炸药/Al)，在介质中只出现正规反射和普朗佉一迈益尔膨胀，而无马赫反射产生(见图 7)。

参加本工作的还有刘利、盛洪江同志。

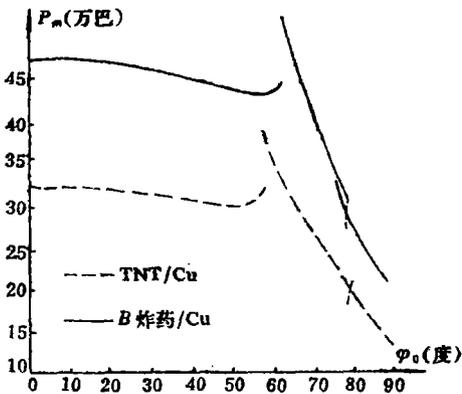


图 6

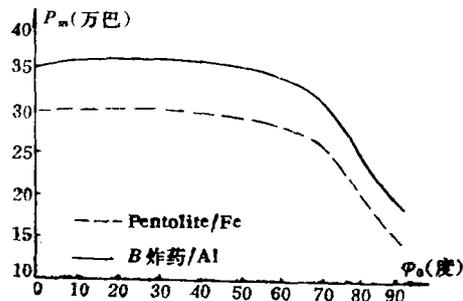


图 7

参 考 文 献

- [1] 北京工业学院八系《爆炸及其作用》编写组. 爆炸及其作用. 北京: 国防工业出版社, 1979
[2] Sternberg H M, et al. 斜爆波与铁的相互作用. J. Phys. Fluids, 1966, 9(7)

Initial Parameter Computation of Detonation Wave Oblique Reflection on a Compressible Metal Plate

Wang Chenghong

(National University of Defence Technology)

Li Jian

(China University of Science and Technology)

Wang Congbin

(Zhangzhou Public Security Bureau)

Abstract

Initial parameters of detonation wave oblique reflection on a compressible metal plate have been computed in this paper. When the computation is made, five kinds of explosives: TNT (ρ_0 : 1.64g/cm³, 1.45g/cm³), RDX (ρ_0 : 1.59g/cm³, 1.76g/cm³, 1.80g/cm³), RDX/TNT(77/23) (ρ_0 : 1.75g/cm³), Pentolite(ρ_0 : 1.65g/cm³, 1.68g/cm³) and B explosive, and three kinds of media, Fe, Cu and Al are selected.

Key words detonation wave, regular reflection, Mach reflection, Prandtl-Meyer rarefaction, initial parameter