

载人飞船返回段的最优控制

程国采

(自动控制系)

摘 要 本文介绍空间飞船再入段最优制导方法。纵向制导采用二次型性能指标最优的线性系统, 得到最优控制规律。侧向制导利用庞特里亚金最小原理, 得到最优开关曲线。结果表明, 这些控制规律优于 Rodney C. 所介绍的制导方法。

关键词 空间飞船, 轨道, 最优控, 再入段制

分类号 V448.235

引 言

作为天地往返运输系统的载人飞船, 必须解决好返回段的控制问题, 以确保宇航员安全着陆。返回段的制导方式可分为两大类。即

(1) 预测落点的制导方法

在飞船上, 根据现时的轨道参数, 实时计算落点, 根据实际落点对预定落点的偏差, 对飞船进行控制。

(2) 利用标准轨道的制导方法

事先选择好一条满足返回段约束条件, 通过预定落点的标准轨道, 在飞行中, 利用实际轨道对标准轨道的偏差, 对飞船进行控制。

对于非弹道式再入的飞船, 很难估计落点, 不宜采用预测落点的控制方法。本文只研究利用标准轨道的最优控制方法。

载人飞船的返回舱外形示意图如图 1 所示。它没有翼和空气动力控制面, 因而在返回过程中往往利用重心偏移的方法, 来产生控制力。如图 1, 设重心偏移量为 $\overline{oo'}$ $= \Delta(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$, 如果设沿体坐标系 $ox_1y_1z_1$ 三个轴方向的空气动力为 F_{x_1} 、 F_{y_1} 、 F_{z_1} , 则

$$\begin{cases} F_{x_1} = -C_D q s \cos \alpha \cos \beta + C_L q s \sin \alpha + C_N q s \cos \alpha \sin \beta \approx -C_D q s + C_L^2 q s \alpha - C_N^2 q s \beta \\ F_{y_1} = C_D q s \sin \alpha \cos \beta + C_L q s \cos \alpha - C_N q s \sin \alpha \sin \beta \approx C_D q s \alpha + C_L q s \\ F_{z_1} = -C_D q s \sin \beta - C_N q s \cos \beta \approx -C_D q s \beta - C_N q s \end{cases} \quad (1)$$

式中 C_D 、 C_L 、 C_N 分别为阻力、升力和侧力的系数; $q = \frac{\rho v^2}{2}$; ρ 为空气密度; S 为特征面;

α, β 为迎角和侧滑角。

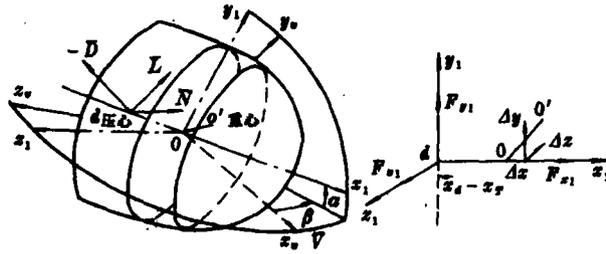


图 1

设由于重心偏移引起的空气动力矩为 $\Delta M_{x_1}, \Delta M_{y_1}, \Delta M_{z_1}$, 则

$$\begin{cases} \Delta M_{x_1} = -F_{x_1} \Delta y + F_{y_1} \Delta z \approx (C_D + C_N^k) q s \beta \Delta y + (C_D + C_L^z) q s \alpha \Delta z \\ \Delta M_{y_1} = -F_{x_1} \Delta z + F_{z_1} \Delta x \approx (C_D - C_L^z \alpha + C_N^k \beta) q s \Delta z - (C_D + C_N^k) q s \beta \Delta x \\ \Delta M_{z_1} = F_{x_1} \Delta y - F_{y_1} \Delta x \approx -(C_D - C_L^z \alpha + C_N^k \beta) q s \Delta y - (C_D + C_L^z) q s \alpha \Delta x \end{cases} \quad (2)$$

ΔM_{x_1} 将引起飞船绕纵轴旋转, 为此需要利用姿态控制系统来稳定。但如果 $\Delta z = 0, \beta = 0$, 则 $\Delta M_{x_1} = 0$ 。

ΔM_{y_1} 引起飞船绕 oy_1 轴转动, 则将引起横向安定力矩, 产生配平角 β_{\mp} , 在稳态情况下有

$$(C_D - C_L^z \alpha + C_N^k \beta_{\mp}) q s \Delta z - (C_D + C_N^k) q s \beta_{\mp} \Delta x = m_{y_1}^q q s l \beta_{\mp} = C_N^k q s [(x_d - x_r) + \Delta x] \beta_{\mp} \quad (3)$$

可近似写成

$$C_D \Delta z = C_N^k (x_d - x_r) \beta_{\mp}$$

故

$$\beta_{\mp} = \frac{C_D \Delta z}{C_N^k (x_d - x_r)} \quad (4)$$

如果 $\Delta z = 0, \beta = 0$, 则 $\Delta M_{y_1} = 0$ 。

ΔM_{z_1} 引起飞船绕 Oz_1 轴转动, 则将引起纵向安定力矩, 产生配平角 α_{\mp} , 在稳态情况下有

$$(-C_D + C_L^z \alpha_{\mp} - C_N^k \beta_{\mp}) q s \Delta y - (C_D + C_L^z) q s \alpha_{\mp} \Delta x = m_{z_1}^q q s l \alpha_{\mp} = C_L^z q s [(x_d - x_r) + \Delta x] \alpha_{\mp} \quad (5)$$

可近似写成

$$\alpha_{\mp} = - \frac{C_D \Delta y}{C_L^z (x_d - x_r) + C_D \Delta x} \quad (6)$$

实际上, 为了简化控制, 往往只使飞船重心在 oy_1 方向上偏移 Δy , 而使 $\Delta x = \Delta z = 0$, 则

$\Delta M_{z_1} = 0, \Delta M_{y_1} = 0, \beta_{\pi} = 0$, 只产生配平攻角 α_{π} , 则

$$\alpha_{\pi} = - \frac{C_D}{C_L^2(x_d - x_r)} \Delta y \quad (7)$$

在飞行过程中 $C_D(M, h), C_L^2(M)$ 和压心至重心距离 $x_d - x_r$ 随 M 数和高度 h 略有变化, 可近似认为 α_{π} 为常数。

如果设当滚动角 $\gamma = 0$ 时, 体坐标系 $ox_1y_1z_1$ 与当地直角坐标系 $ox_ry_rz_r$ 一致, ox_1y_1 为当地垂直平面, 则当飞船绕纵轴 ox_1 滚动 γ 角时 (如图 2 所示), 则由于 α_{π} 的作用, 在飞船体坐标系对称平面 $ox_1^*y_1^*$ 内产生配平升力 \bar{L}_{π} 。由于存在滚动角 γ , 在垂直平面内产生升力 \bar{L} 和侧平面内产生侧力 \bar{N} , 有

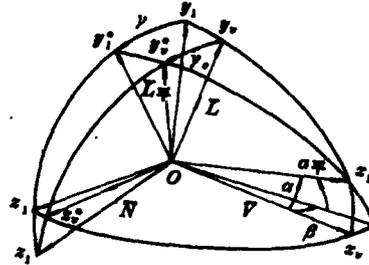


图 2

$$\begin{cases} L = \bar{L}_{\pi} \cos \gamma_c \approx \bar{L}_{\pi} \cos \gamma = C_L^a q s \alpha_{\pi} \cos \gamma \\ N = \bar{L}_{\pi} \sin \gamma_c \approx \bar{L}_{\pi} \sin \gamma = C_L^a q s \alpha_{\pi} \sin \gamma \end{cases}$$

(8)

\bar{L}, \bar{N} 为控制力, 可以看出当配平攻角 α_{π} 和滚动角 γ 变化时, \bar{L} 和 \bar{N} 将随之改变, 可以实现对返回飞船的控制。

通常载人飞船的重心偏移量是不变的, 故只有滚动角 γ 是控制变量, γ 角有大小和正负的变化。我们是通过 γ 角的大小来控制 \bar{L} , γ 角正负的变化来改变 \bar{N} 的符号以实现纵向和侧向的控制。本文研究利用标准轨道的制导方法。所谓标准轨道, 即是“满足返回再入各种约束条件并通过预定落点的一条轨道”。因为载人飞船的重心偏移量是不能改变的, 其所对应的配平攻角 α_{π} 的变化规律也是确定的, 所以选择再入返回轨道, 实际上是给定返回过程中滚动角的变化规律, 以 $\gamma^*(t)$ 表之。当 $\gamma^*(t)$ 给定后, \bar{L} 和 \bar{N} 均确定, 也就确定了返回轨道。这里不叙述标准返回轨道的选择方法, 只研究以升阻比 $\frac{\bar{L}}{\bar{D}}$ 和侧阻比 $\frac{\bar{N}}{\bar{D}}$ 作为控制参数时的最优制导方法。

1 返回段运动方程的建立

如图 3 所示, 取当地直角坐标系 $ox_ry_rz_r$, 速度 \bar{v} 在此坐标系上的投影为 v_x, v_y, v_z , \bar{v} 与 $ox_ry_rz_r$ 的关系由 θ_r, σ_r 来确定。

设引力加速度

$$\bar{g} = -g_{\bar{\omega}_r}$$

空气动力为 \bar{F} , 由图 3, 阻力 \bar{D} , 升力 \bar{L} 和侧力 \bar{N} 由下式决定:

$$\begin{cases} \bar{D} = -D_{\bar{\omega}_r} = -D \cos \theta_r \cos \sigma_r \bar{\omega}_r - D \sin \theta_r \cos \sigma_r \bar{\omega}_r + D \sin \sigma_r \bar{\omega}_r \\ \bar{L} = L_{\bar{\omega}_r} = -L \sin \theta_r \bar{\omega}_r + L \cos \theta_r \bar{\omega}_r \\ \bar{N} = N_{\bar{\omega}_r} = N \cos \theta_r \sin \sigma_r \bar{\omega}_r + N \sin \theta_r \sin \sigma_r \bar{\omega}_r + N \cos \sigma_r \bar{\omega}_r \end{cases} \quad (9)$$

因
$$\frac{d\bar{v}}{dt} = \frac{dv_x}{dt} + \bar{\omega} \times \bar{v}_x + \frac{dv_y}{dt} + \bar{\omega} \times \bar{v}_y + \frac{dv_z}{dt} + \bar{\omega} \times \bar{v}_z \quad (10)$$

$$\bar{\omega} = \frac{v_x}{r} \bar{ox}_T - \frac{v_z}{r} \bar{oz}_T \quad (11)$$

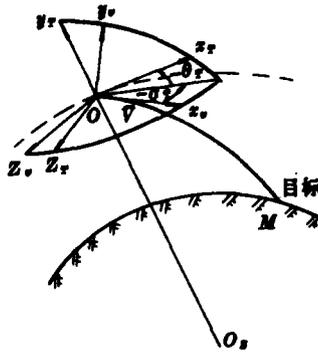


图 3

则

$$\begin{cases} \bar{\omega} \times \bar{v}_x = -\frac{v_x^2}{r} \bar{oy}_T \\ \bar{\omega} \times \bar{v}_y = \frac{v_x v_y}{r} \bar{ox}_T + \frac{v_x v_y}{r} \bar{oz}_T \\ \bar{\omega} \times \bar{v}_z = -\frac{v_z^2}{r} \bar{oy}_T \end{cases} \quad (12)$$

$$\frac{d\bar{v}}{dt} = \bar{g} + \frac{\bar{F}}{m} \quad (13)$$

故

$$\begin{cases} \dot{v}_x = -\frac{v_x v_y}{r} - \frac{D}{m} \cos\theta_T \cos\sigma_T - \frac{L}{m} \sin\theta_T + \frac{N}{m} \cos\theta_T \sin\sigma_T \\ \dot{v}_y = \frac{v_x^2 + v_z^2}{r} - g - \frac{D}{m} \sin\theta_T \cos\sigma_T + \frac{L}{m} \cos\theta_T + \frac{N}{m} \sin\theta_T \sin\sigma_T \\ \dot{v}_z = -\frac{v_y v_z}{r} + \frac{D}{m} \sin\sigma_T + \frac{N}{m} \cos\sigma_T \\ \dot{\beta} = \frac{v_x}{r} \\ \dot{r} = v_y \\ \dot{z} = v_x \end{cases} \quad (14)$$

式中 β 为落程角

$$R = r\beta \quad (15)$$

为落程, 由图 3 知

$$\begin{cases} v_x = v \cos \sigma_T \cos \theta_T \\ v_y = v \cos \sigma_T \sin \theta_T \\ v_z = -v \sin \sigma_T \end{cases} \quad (16)$$

如果 $v_x \ll v$, 可近似认为 $\sin \sigma_T \rightarrow 0$, $\cos \sigma_T \rightarrow 1$, 则可将纵平面运动与侧平面运动分开。以下分别来研究纵平面和侧平面的最优控制方法。

2 纵平面运动的最优控制

在 $v_x \ll v$ 的假设下, 由方程组(14), 可得纵平面运动方程

$$\begin{cases} \dot{v}_x = -\frac{C_D S \rho_0}{2m} e^{-\beta r} (v_x^2 + v_y^2) \left[\frac{v_x}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}} + \frac{L}{D} \frac{v_y}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}} \right] - \frac{v_x v_y}{r} = f_1 \left(v_x, v_y, r, \frac{L}{D} \right) \\ \dot{v}_y = -g - \frac{C_D S \rho_0}{2m} e^{-\beta r} (v_x^2 + v_y^2) \left[\frac{v_y}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}} - \frac{L}{D} \frac{v_x}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}} \right] + \frac{v_x^2}{r} = f_2 \left(v_x, v_y, r, \frac{L}{D} \right) \\ \dot{\beta} = \frac{v_x}{r} = f_3(v_x, r) \\ \dot{r} = v_y = f_4(v_y) \end{cases} \quad (17)$$

式中引入空气密度的近似表达式

$$\rho = \rho_0 e^{-\beta r} \quad (18)$$

其中升阻比

$$\frac{L}{D} = \left(\frac{L}{D} \right)_\pi \cos \gamma(t) \quad (19)$$

为控制变量。如果给定滚动角程序 $\gamma = \gamma^*(t)$, 则可以确定一条纵向标准返回轨道。

设实际纵向返回轨道与标准返回轨道的运动参量之差为小量, 由标准轨道线性化方程组(17)得

$$\begin{cases} \Delta \dot{v}_x = a_{11} \Delta v_x + a_{12} \Delta v_y + a_{13} \Delta r + b_1 \Delta \left(\frac{L}{D} \right) \\ \Delta \dot{v}_y = a_{21} \Delta v_x + a_{22} \Delta v_y + a_{23} \Delta r + b_2 \Delta \left(\frac{L}{D} \right) \\ \Delta \dot{\beta} = a_{31} \Delta v_x + a_{33} \Delta r \\ \Delta \dot{r} = a_{42} \Delta v_y \end{cases} \quad (20)$$

如果略去 C_D^H , C_D^A , 且近似认为 $g = \frac{fM}{r^2}$, 则

$$\begin{aligned} a_{11} &= \frac{\partial f_1}{\partial v_x} = -\frac{C_D S \rho_0}{2m} e^{-\beta r} \left[\frac{2v_x^2 + v_y^2}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}} + \frac{L}{D} \frac{v_x v_y}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}} \right] - \frac{v_y}{r} \\ a_{12} &= \frac{\partial f_1}{\partial v_y} = -\frac{C_D S \rho_0}{2m} e^{-\beta r} \left[\frac{v_x v_y}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}} + \frac{L}{D} \frac{v_x^2 + 2v_y^2}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}} \right] - \frac{v_x}{r} \\ a_{13} &= \frac{\partial f_1}{\partial r} = \frac{C_D S \rho_0 B}{2m} e^{-\beta r} \left[v_x \sqrt{v_x^2 + v_y^2} + \frac{L}{D} v_y \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \right] + \frac{v_x v_y}{r^2} \\ b_1 &= \frac{\partial f_1}{\partial \left(\frac{L}{D} \right)} = -\frac{C_D S \rho_0}{2m} e^{-\beta r} v_y \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
a_{21} &= \frac{\partial f_2}{\partial v_x} = -\frac{C_D S \rho_0}{2m} e^{-Br} \left[\frac{v_x v_y - \frac{L}{D} (2v_x^2 + v_y^2)}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}} \right] + \frac{2v_x}{r} \\
a_{22} &= \frac{\partial f_2}{\partial v_y} = -\frac{C_D S \rho_0}{2m} e^{-Br} \left[\frac{(v_x^2 + 2v_y^2) - \frac{L}{D} v_x v_y}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}} \right] \\
a_{23} &= \frac{\partial f_2}{\partial r} = \frac{2f_M}{r^3} + \frac{C_D S \rho_0 B}{2m} e^{-Br} \left[v_y - \frac{L}{D} v_x \right] \sqrt{v_x^2 + v_y^2} - \frac{v_x^2}{r^2} \\
b_2 &= \frac{\partial f_2}{\partial (L/D)} = \frac{C_D S \rho_0}{2m} e^{-Br} v_x \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \\
a_{31} &= \frac{\partial f_3}{\partial v_x} = \frac{1}{r}, \quad a_{33} = \frac{\partial f_3}{\partial r} = -\frac{v_x}{r^2}, \quad a_{42} = \frac{\partial f_4}{\partial v_y} = 1
\end{aligned}$$

式中运动参量均为标准轨道运动参量。

方程组(20)中, $\Delta(L/D)$ 为控制作用量。为了实现对误差的控制, 很多文献都提出误差信号控制规律中应包含切向过载偏差量, 令

$$n_x = \frac{D}{mg} = \frac{C_D S \rho_0}{2mg} e^{-Br} (v_x^2 + v_y^2) \quad (21)$$

则

$$\frac{dn_x}{dt} = \frac{C_D S \rho_0}{2mg} e^{-Br} (2v_x v_x + 2v_y v_y) - \frac{C_D S \rho_0 B}{2mg} e^{-Br} r (v_x^2 + v_y^2) \quad (22)$$

将(17)式代入(22)式, 则得

$$\begin{aligned}
\frac{dn_x}{dt} &= -2 \left(\frac{C_D S \rho_0}{2mg} \right)^2 e^{-2Br} (v_x^2 + v_y^2)^{3/2} - 2 \frac{C_D S \rho_0}{2m} v_x e^{-Br} - \frac{C_D S \rho_0 B}{2mg} e^{-Br} v_y (v_x^2 + v_y^2) \\
&= f_5(v_x, v_y, r) \quad (23)
\end{aligned}$$

对标准轨道线性化, 得

$$\Delta \dot{n}_x = a_{51} \Delta v_x + a_{52} \Delta v_y + a_{53} \Delta r \quad (24)$$

式中

$$\begin{aligned}
a_{51} &= \frac{\partial f_5}{\partial v_x} = -6 \left(\frac{C_D S \rho_0}{2mg} \right)^2 e^{-2Br} v_x (v_x^2 + v_y^2)^{1/2} - \frac{C_D S \rho_0 B}{mg} e^{-Br} v_x v_y \\
a_{52} &= \frac{\partial f_5}{\partial v_y} = -6 \left(\frac{C_D S \rho_0}{2mg} \right)^2 e^{-2Br} v_y (v_x^2 + v_y^2)^{1/2} - \frac{C_D S \rho_0 B}{mg} e^{-Br} v_y^2 - \frac{2C_D S \rho_0}{2m} e^{-Br} \\
a_{53} &= \frac{\partial f_5}{\partial r} = 4 \left(\frac{C_D S \rho_0}{2mg} \right)^2 B e^{-2Br} (v_x^2 + v_y^2)^{3/2} + \frac{C_D S \rho_0 B}{m} v_x e^{-Br} + \frac{C_D S \rho_0 B^2}{2mg} e^{-Br} v_y (v_x^2 + v_y^2)
\end{aligned}$$

将(19)式与(24)式联立, 且令

$$X = (\Delta v_x \quad \Delta v_y \quad \Delta \beta \quad \Delta r \quad \Delta n_x)^T \quad (25)$$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & 0 & 0 \\ a_{31} & 0 & a_{33} & 0 & 0 \\ 0 & a_{42} & 0 & 0 & 0 \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (26)$$

则得矢量形式的方程

$$\dot{X} = AX + B\Delta\left(\frac{L}{D}\right) \quad (27)$$

这是线性微分方程，可以用二次型性能指标最优理论来进行研究。

选择二次型性能指标

$$J_{\min} = \frac{1}{2} X^T(t_f) F X(t_f) + \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} \left\{ X^T(t) Q X(t) + R \left[\Delta\left(\frac{L}{D}\right) \right]^2 \right\} dt \quad (28)$$

式中 F 为 5×5 对称半正定常值矩阵， Q 为 5×5 对称半正定阵，选择

$$F = \begin{bmatrix} \frac{1}{(\delta v_x)_f^2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{(\delta v_y)_f^2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{(\delta \beta)_f^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{(\delta r)_f^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{(\delta n_x)_f^2} \end{bmatrix}, \quad (29)$$

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{(\delta v_x)_m^2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{(\delta v_y)_m^2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{(\delta \beta)_m^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{(\delta r)_m^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{(\delta n_x)_m^2} \end{bmatrix}$$

这里 δX_f 表示终端所期望的精度， δX_m 表示允许的最大偏差。

$$R = \frac{1}{\left[\delta\left(\frac{L}{D}\right) \right]_m^2} \quad (30)$$

这里 $\left[\delta\left(\frac{L}{D}\right) \right]_m^2$ 表示允许的最大控制误差，则最优控制为

$$\Delta\left(\frac{L}{D}\right)_m = -\frac{1}{R} (b_1 \quad b_2 \quad 0 \quad 0 \quad 0) P X \quad (31)$$

式中 P 为对称矩阵，由黎卡提方程

$$\begin{cases} \dot{P}(t) + P(t)A(t) + A^T(t)P(t) - P(t)B(t)R^{-1}B^T(t)P(t) + Q(t) = 0 \\ P(t_f) = F \end{cases} \quad (32)$$

解之，即可求出矩阵 P ，其终端时间 t_f ，可近似用标准轨道终端时间 t_f^* 来代替。如果令

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & p_{14} & p_{15} \\ p_{12} & p_{22} & p_{23} & p_{24} & p_{25} \\ p_{13} & p_{23} & p_{33} & p_{34} & p_{35} \\ p_{14} & p_{24} & p_{34} & p_{44} & p_{45} \\ p_{15} & p_{25} & p_{35} & p_{45} & p_{55} \end{bmatrix} \quad (33)$$

则可得结构方块图如图 4 所示。

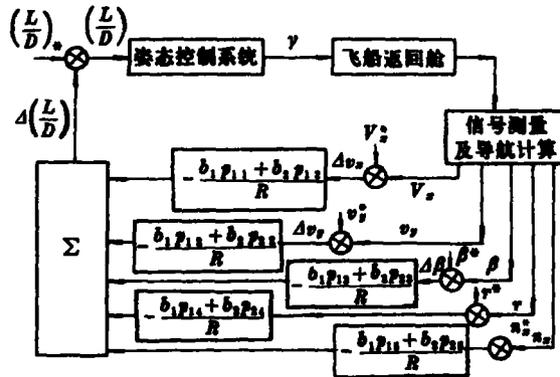


图 4

由图 4 可以看出，此时

$$\begin{aligned} \Delta\left(\frac{L}{D}\right) &= -\left(\frac{b_1 p_{11} + b_2 p_{12}}{R}\right) \Delta v_z - \left(\frac{b_1 p_{12} + b_2 p_{22}}{R}\right) \Delta v_y - \left(\frac{b_1 p_{13} + b_2 p_{23}}{R}\right) \Delta \beta \\ &\quad - \left(\frac{b_1 p_{14} + b_2 p_{24}}{R}\right) \Delta r - \left(\frac{b_1 p_{15} + b_2 p_{25}}{R}\right) \Delta n_z \\ &= -K_1 \Delta v_z - K_2 \Delta v_y - K_3 r \Delta \beta - K_4 \Delta r - K_5 \Delta n_z \end{aligned} \quad (34)$$

与参考文献[2]的控制规律比较，此时 $\Delta h = \Delta v_y$ ， $\Delta A = \Delta n_z$ ， $\Delta R = r \Delta \beta$ 。(34)式中多了 Δv_z 和 Δr 的信号，由于 r 的偏差较小，可以略去； Δv_z 则表示 ΔR ，有时必须考虑。

3 侧平面运动的最优控制

由(14)式，如果纵向运动参数用标准轨道参数表示，则

$$\begin{cases} \dot{v}_z = -\frac{\dot{r}^*}{r^*} v_z - \frac{D}{m v^*} v_z + \frac{\sqrt{v_z^{*2} + v_y^{*2}}}{v^*} \frac{N}{m} \\ \dot{z} = v_z \end{cases} \quad (35)$$

近似认为 $\frac{\sqrt{v_z^{*2} + v_y^{*2}}}{v^*} \approx 1$, 则

$$\begin{cases} \dot{v}_z = - \left(\frac{\dot{r}^*}{r^*} + \frac{C_D S \rho v^*}{2m} \right) v_z + \frac{L_{\overline{x}}}{m} \sin \gamma(t) \\ \dot{Z} = v_z \end{cases} \quad (36)$$

由于 $\gamma(t)$ 的大小, 已由纵平面控制确定, 故只能用改变 $\gamma(t)$ 符号的方法来控制侧向偏差量 Z , 故侧向控制类似于 bang-bang 控制。

设选择性能指标

$$J_{\min} = \frac{1}{2} (Z_f - Z_f^*)^2 \quad (37)$$

则哈密顿函数

$$H = - \lambda_1 \left(\frac{\dot{r}^*}{r^*} + \frac{C_D S \rho v^*}{2m} \right) v_z + \lambda_1 \frac{L_{\overline{x}}}{m} \sin \gamma(t) + \lambda_2 v_z \quad (38)$$

其中共轭变量 λ_1, λ_2 由下式确定:

$$\begin{cases} \dot{\lambda}_1 = - \frac{\partial H}{\partial v_z} = \lambda_1 \left(\frac{\dot{r}^*}{r^*} + \frac{C_D S \rho v^*}{2m} \right) - \lambda_2 \\ \dot{\lambda}_2 = - \frac{\partial H}{\partial Z} = 0, \lambda_2 = \lambda_{20} \end{cases} \quad (39)$$

终端条件:

$$t = t_f, \lambda_{1f} = 0, \lambda_{2f} = Z_f - Z_f^*$$

由极小原理, 最优控制

$$\sin \gamma(t) = - |\sin \gamma(t)| \operatorname{sign} \lambda_1 \quad (40)$$

为此需解出 λ_1 , 由(39)式得

$$\dot{\lambda}_1 = \lambda_1 \left(\frac{\dot{r}^*}{r^*} + \frac{C_D S \rho v^*}{2m} \right) - \lambda_{20} \quad (41)$$

可以看出, λ_1 的解为非周期单调函数, 在控制过程中, 只可能变号一次。为此在相平面 (Z, \dot{Z}) 内来研究开关曲线, 由(36)式得

$$\dot{Z} = - \left(\frac{\dot{r}^*}{r^*} + \frac{C_D S \rho v^*}{2m} \right) Z + \frac{L_{\overline{x}}}{m} \sin \gamma(t) \quad (42)$$

$$\dot{Z} \frac{dZ}{dZ} = - \left(\frac{\dot{r}^*}{r^*} + \frac{C_D S \rho v^*}{2m} \right) Z + \frac{L_{\overline{x}}}{m} \sin \gamma(t) \quad (43)$$

令

$$A = - \left(\frac{\dot{r}^*}{r^*} + \frac{C_D S \rho v^*}{2m} \right) \quad (44)$$

A 是随时间变化的变系数。以某一 $\gamma^* = 30^\circ$ 的标准轨道为例, 此时 $C_D = 1.326$, $\frac{L}{D} = 0.344$, $m = 313.64 \frac{\text{kg} \cdot \text{s}^2}{\text{m}}$, $S = 6.1575$, 则得表 1。

表 1

$t(\text{s})$	0	180	300	390	450	540
$r(\text{m})$	6455254.0	6448402.0	6447176.0	6435808.0	6429564.0	6420258.0
$v(\text{m/s})$	7963.3	6823.7	6317.8	5436.0	4246.7	2343.9
$\frac{\dot{r}}{r} (1/\text{s})$	-3.2277×10^{-5}	-1.0141×10^{-5}	-1.1472×10^{-5}	-1.8082×10^{-5}	-1.124×10^{-5}	-2.0512×10^{-5}
$\frac{C_D S \rho v^2}{2m}$	2.217×10^{-4}	8.400×10^{-4}	7.777×10^{-4}	3.413×10^{-3}	4.742×10^{-3}	9.406×10^{-3}
A	-1.895×10^{-4}	-8.501×10^{-4}	-7.662×10^{-4}	-3.395×10^{-3}	-4.731×10^{-3}	-9.386×10^{-3}
$\frac{L_{\text{平}}}{m}$	0.6074	1.9718	1.6902	6.3822	6.9279	7.5843

由表上可以看出, A 虽然随 t 变化, 但绝对值与 $\frac{L_{\text{平}}}{m}$ 比很小。如果略去 AZ 项, 且逐段近似认为 $\frac{L_{\text{平}}}{m}$ 为常数, 则

$$Z^2 = Z_0^2 + 2 \frac{L_{\text{平}}}{m} \sin \gamma(t) (Z - Z_0) \quad (45)$$

为一抛物线。当 (Z_0, Z_0) 变化时, 对于 $\gamma(t) > 0$ 和 $\gamma(t) < 0$ 分别得一簇抛物线, 如图 5 所示。图中实线表示 $\gamma(t) > 0$ 的相迹, 虚线表示 $\gamma(t) < 0$ 的相迹, 其中 DO 和 CO 两条抛物线通过原点。为了使 (Z, Z) 趋于 $(0, 0)$, 可选择 DO 和 CO 两条抛物线作为开关曲线, 如图 6 所示。此两条抛物线将相平面分成两部分, 凡落在 DOC 曲线之右的相点, 应使 $\gamma(t) < 0$, 在 $\gamma < 0$ 作用下相点沿抛物线移动。当其与 CO 抛物线相遇时, 立刻使 γ 变号, $\gamma > 0$, 则相点将沿 CO 趋于 $(0, 0)$ 点。

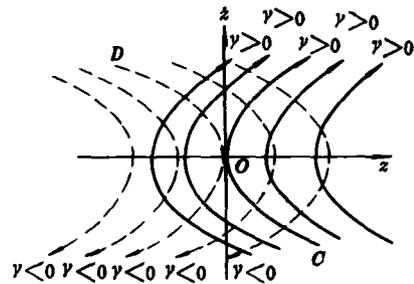


图 5

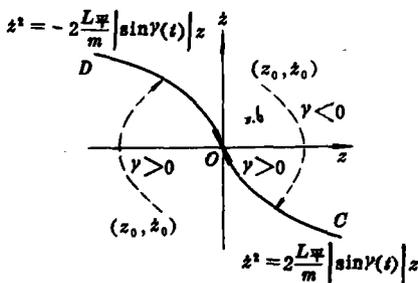


图 6

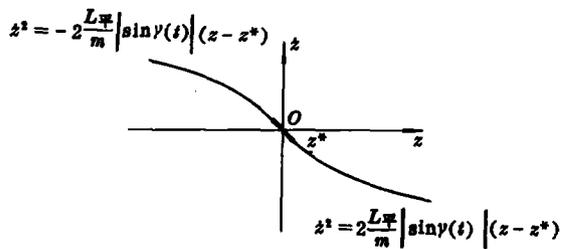


图 7

有时由于纵平面轨道要求,不要求控制到(0,0)点,而是要求控制到(Z^* ,0)点,则开关曲线的方程为

$$\begin{cases} Z^2 = 2 \frac{L_{\mp}}{m} |\sin\gamma(t)| (Z - Z^*) & \text{当 } \gamma > 0 \text{ 时} \\ Z^2 = -2 \frac{L_{\mp}}{m} |\sin\gamma(t)| (Z - Z^*) & \text{当 } \gamma < 0 \text{ 时} \end{cases} \quad (46)$$

开关曲线如图7所示。

如果考虑 AZ 项的影响,则

$$Z \frac{dZ}{dZ} = AZ + \frac{L_{\mp}}{m} \sin\gamma(t) \quad (47)$$

因为 $|A|$ 为小量,亦将其逐段固化,则

$$Z - Z_0 = \frac{Z - Z_0}{A} - \frac{L_{\mp} \sin\gamma}{A^2 m} \ln \left(\frac{AZ + \frac{L_{\mp}}{m} \sin\gamma}{AZ_0 + \frac{L_{\mp}}{m} \sin\gamma} \right) \quad (48)$$

此时,通过(Z^* ,0)的两条开关曲线为

$$\begin{cases} Z - Z^* = \frac{Z}{A} - \frac{L_{\mp} |\sin\gamma|}{A^2 m} \ln \left(\frac{mAZ}{L_{\mp} |\sin\gamma|} + 1 \right) & \gamma > 0, Z < 0 \\ Z - Z^* = \frac{Z}{A} + \frac{L_{\mp} |\sin\gamma|}{A^2 m} \ln \left(-\frac{mAZ}{L_{\mp} |\sin\gamma|} + 1 \right) & \gamma < 0, Z > 0 \end{cases} \quad (49)$$

由前例,如果取 $A = -3 \times 10^{-3}$, $\frac{L_{\mp}}{m} |\sin\gamma| = 3$,则由(46)式得:

$$Z_1 - Z^* = \pm \frac{1}{6} Z \quad (50)$$

由(49)式

$$Z_2 - Z^* = -\frac{Z}{3 \times 10^{-3}} \mp \frac{1}{3 \times 10^{-6}} \ln(\mp 10^{-3} \cdot Z + 1) \quad (51)$$

(50)、(51)式区别如表2所示。

表 2

Z	-100	-50	-10	-1	0	1	10	50	100
$Z_1 - Z^*$	1666.7	416.67	16.667	0.1667	0	-0.1667	-16.667	-416.67	-1666.7
$Z_2 - Z^*$	1563.3	403.28	16.556	0.1666	0	-0.1666	-16.556	-403.28	-1563.3

可以看出，两曲线当 $|Z|$ 愈小时，区别愈小，完全可以用(46)式所确定的开关曲线来代替(49)式。

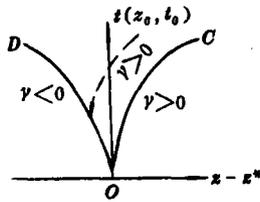


图 8



图 9

如果在 $Z-Z^* \sim t$ 平面上绘制开关曲线，则由(46)式，可得

$$\begin{cases} Z - Z^* = \frac{L_{\pi}}{2m} |\sin \gamma| (t - t^*)^2 & \gamma > 0 \text{ 时} \\ Z - Z^* = -\frac{L_{\pi}}{m} |\sin \gamma| (t - t^*)^2 & \gamma < 0 \text{ 时} \end{cases} \quad (52)$$

如果起始瞬间，在 $C(Z_0, t_0)$ ，则将沿由 $\gamma > 0$ 所确定的抛物线运动至与DO相遇， γ 变号为 $\gamma < 0$ ，则将沿DO曲线趋于原点，如图8所示。

参考文献[2]以 $\bar{u} = v_z / \sqrt{gr}$ 为纵坐标， Z 为横坐标，给出开关曲线如图9所示。可以看出，两者是相似的，但参考文献[2]并未给出开关曲线方程，故使用起来是不方便的。

以上我们利用 понтрягин 极小原理，给出了飞船返回段纵平面和侧平面的最优控制，可供飞船返回舱在返回段进行控制时采用。

参 考 文 献

- [1] 程国采. 弹道导弹制导方法与最优控制. 国防科技大学出版社, 1987
- [2] Rodney C, Wingrove and Robert E. Coate. Lift Control During Atmosphere Entry from Supercircular Velocity. NASA, Ames Research centres, Moffett Field Calif
- [3] Rodney C, Wingrove. 再入大气层制导和控制方法综述, 国防科技大学专题技术译丛。

Optimal Control of the Re—entry Stage of a Manned Spaceship

Cheng Guocai

(Department of Automatic Control)

Abstract

This paper presents the optimal guidance method for the re—entry stage of a manned spaceship. The longitudinal guidance uses an optimal linear system with quadratic criteria, from which the law of optimal guidance can be obtained. The lateral guidance uses the Pontryagin minimum principle, from which the switch curve of lateral control can be obtained. The control laws obtained here are better than those described in reference [2].

Key words spacecraft, orbit, optimal control, reentry stage

我国 120 公里探空火箭首发成功 标志我国探空火箭研制跃上新台阶

我国第一枚 120 公里高空低纬度探空运载火箭——“织女三号”，今天在海南探空发射场首发试验成功。这标志着我国探空火箭研制跃上了一个新台阶。

1 月 22 日下午 6 点 23 分，“织女三号”携带着试验装置，进入预定高度，并发回了多种数据，遥测、定位等仪器全部正常工作。火箭长 4.87 米，直径 0.25 米，重 285 公斤，有效载荷为 50 公斤。它可对 60 公里至 120 公里的高空电离层、高层大气等进行探测，为运载火箭、弹道导弹、人造卫星、载人飞船等的研制提供必要的环境参数。

长期以来，我国只能在 60 公里以下的空间进行探空测试，60 公里以上的高空环境资料获得极少，“织女三号”探空火箭的发射成功填补了我国在空间领域这一空白。

1988 年 12 月，我国成功发射“织女一号”气象探空火箭。“织女三号”在探空高度、载荷重量、头壳脱离方面，均比“织女一号”跨进了一大步，并首次采用二级火箭发射。

“织女三号”由中科院空间科学与应用研究中心、国防科技大学、江西 620 单位所属经纬化工厂、南昌长征机器厂等联合研制。

(摘自《人民日报》1991 年 1 月 22 日)