国防科技大学学报
JOURNAL OF NATIONAL UNIVERSITY OF DEFENSE TECHNOLOGY
第13卷第2期 1991年6月 Vol. 13 No. 2

系统状态方程的信流图描述

邸 振 国
（张家口通信学院）

摘 要 本文从基本概念出发，结合两个具体电路讨论如何用信流图建立系统标准状态方程的方法。

关键词 网络，状态方程，信流图，系统描述
分类号 TM13

网络或系统的描述，常采用内部法或外部法又称输入—输出法。通常选取电流或电压作为变量写出描述电路或系统激励—响应关系的方程，称为单一变量方程。对于多输入—多输出系统，用混合方程来描述系统更方便些。

混合方程又称状态方程，它用状态变量(电压、电流、混合变量)描述电路。用直观编写法或拓扑法可方便地建立给定系统的状态方程。当给定网络反馈回路较多时，各电流电压关系相当复杂，消去非状态变量一般是很麻烦的。因此，寻求一种有效且方便的解决这个问题的方法是人们所普遍关心的。本文讨论用信号流图建立系统状态方程的方法，这种方法的基础在于：当网络或系统用信流图表示时，可较方便地用 Mason's 公式进行化简，进而方便地消去非状态变量、获得标准形式的状态方程。

1 状态方程信流图描述

为便于说明，我们从一具体网络入手，用直观编写法和信流图可容易地写出状态方程，如图1所示。

1.1 电压和电流双图 (Double Graph)

如果我们按照如下原则选择正规树 (Normal Tree) 则画出树支电压和连支电压，树支电流和连支电流之间的流图，分别称为电压双图和电流双图。选择正规树的原则是：选择电压源和尽可能多的电容支路作为树支；选择电流源及尽可能多的电感支路作为连支。图1网络的有向图及树的选择如图2所示。这里树 $T=\{1、2、3、4、8\}$。

我们用树支电压表示各连支电压（树支电压为源点，连支电压为阱点）；用连支电流表示树支电流（连支电流为源点，树支电流为阱点）。显然由基本回路和基本割集，可得如下方程：

1990年3月22日收稿

$$\begin{cases} u_5 = -u_2 - u_3 + u_8, & u_7 = -u_3 - u_4, \\ u_6 = -u_1 - u_2, & u_9 = -u_4 \end{cases} \tag{1}$$

以及

$$\begin{cases} i_1 = i_6 & \\ i_2 = i_5 + i_6, & i_4 = i_7 + i_9 \\ i_3 = i_5 + i_7 & i_8 = -i_5 \end{cases} \tag{2}$$

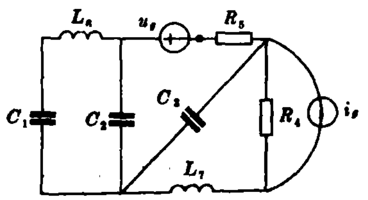


图 1

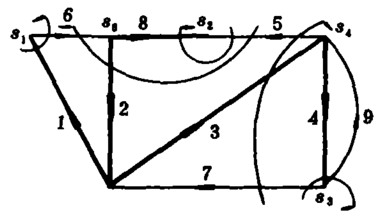
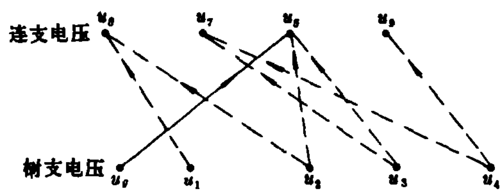
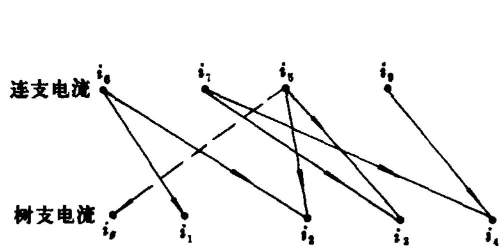


图 2

依照方程(1)和(2)，可绘出如下流图。如图 3(a)和图 3(b)所示，即电压双图和电流双图。



(a) 电压双图



(b) 电流双图

图 3

1.2 完整的信流图

以上所得到的电压和电流双图仅仅反应了树支电压和连支电压间的关系，以及树支电流和连支电流间的关系。这两个图是分离的，不完整的。其主要问题在于：双图中未反映各支路间的电流、电压约束关系。把电压双图和电流双图用支路的约束关系联系起来便获得完整的信流图。显然：

$$u_6 = PL_6 i_6 \qquad i_5 = u_5 G_5 \qquad i_2 = PC_2 u_2 \tag{3}$$

$$u_7 = PL_7 i_7 \qquad i_1 = PC_1 u_1 \qquad i_3 = PC_3 u_3 \tag{4}$$

P 代表算子符号，PL——L 的 Z 算子（阻抗形式），PC——C 的 Y 算子（导纳形式）。

画出完整的信流图如图 3(c)所示。图中“.”代表源点信号；“⊙”代表阱点信号；“。”代表从点信号。另外，观察电压和电流双图不难发现：u_9 和 i_8 分别是电流源两端的电压和电压源的电流，它们是纯粹的阱点信号，不对外提供任何信息，故在画流图时可略去不画。同时我们注意到，对于电感、电容元件，用算子联系是出于状态方程形式的要求，而其它元件上用什么算子联系是由流图本身决定的，即不能改变原来节点信号值。若一定这样做，必须将原节点进行分裂。

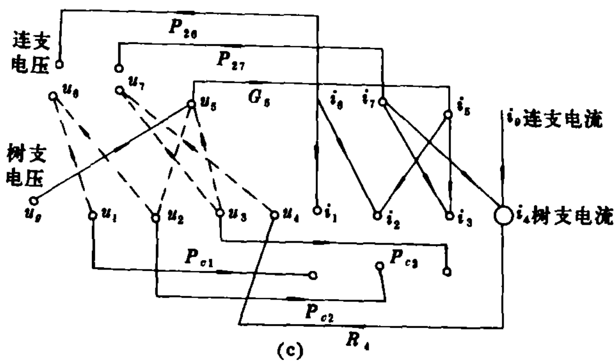


图 3

在得到完整流图的基础上，我们通过计算各分裂阱点的信息量，可得到如下方程：

$$\begin{cases} i_1 = PC_1 u_1 = i_6 \\ i_2 = PC_2 u_2 = i_5 + i_6 = G_5(-u_2 - u_3 + u_9) + i_6 \\ i_3 = PC_3 u_3 = i_5 + i_7 = G_5(-u_2 - u_3 + u_9) + i_7 \\ u_6 = PL_6 i_6 = -u_1 - u_2 \\ u_7 = PL_7 i_7 = -u_3 - u_4 = -u_3 - R_4(i_7 + i_9) \end{cases} \tag{5}$$

经整理，并写成矩阵形式为：

$$
\begin{bmatrix} p'u_1 \\ p'u_2 \\ p'u_3 \\ p'i_6 \\ p'i_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C_1} & 0 \\ 0 & -\frac{G_5}{C_2} & -\frac{G_5}{C_2} & \frac{1}{C_2} & 0 \\ 0 & -\frac{G_5}{C_3} & -\frac{G_5}{C_3} & 0 & \frac{1}{C_3} \\ -\frac{1}{L_6} & -\frac{1}{L_6} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{L_7} & 0 & -\frac{R_4}{L_7} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ i_6 \\ i_7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{G_5}{C_2} & 0 \\ \frac{G_5}{C_3} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -\frac{R_4}{L_7} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_g \\ \\ i_g \end{bmatrix}
$$

方程中：$P'u_1\cdots\cdots P'i_7$ 分别是 $u_1\cdots\cdots i_7$ 的一阶导数。

上述方法，尚未体现流图法的优越性。这主要是原网络较为简单，反映在流图上不出现反馈回路，因而计算各阱点信息量时，不出现非状态变量。但当网络连结关系复杂时，流图中将出现一个或几个反馈回路，这时用流图化简规则或Mason's 公式都可将流图化简，进而消去回路，方便地求出各阱点信号值，即获得状态方程。而用直观编写法时，将出现难于消去非状态变量问题。

研究图 4(a)所示网络的状态方程。

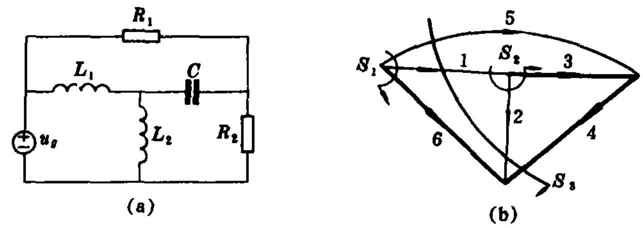


图 4

首先作图 4(a)网络的有向图，并选正规树如图 4(b)所示，这里树 T 为：

$$T=\{3、4、6\} \tag{7}$$

各基本割集分别为：

$$\begin{cases} S_1=\{1、5、6\} \\ S_2=\{1、2、3\} \\ S_3=\{1、2、4、5\} \end{cases} \tag{8}$$

由基本回路可得如下方程：

$$\begin{cases} u_1=-u_3-u_4+u_6 \\ u_2=u_3+u_4 \\ u_5=-u_4+u_6 \end{cases} \tag{9}$$

由基本割集可得如下方程：

$$\begin{cases} i_3 = i_1 - i_2 \\ i_4 = i_1 - i_2 + i_5 \\ i_6 = - i_1 - i_5 \end{cases} \tag{10}$$

从电流方程我们发现，i_6 是电压源的电流，它是纯阱点信号，对外不提供任何信息量，故可从电流双图中略去。至于电流双图和电压双图用支路约束联系时，仍然要遵循：(1)PL、PC 分别联接相应的节点，是出于状态方程形式的要求，但要出现分裂节点。(2)其它支路用什么算子联接以不影响双图中节点信号的值为依据。依照上述方法及支路约束所绘完整的流图如图 4(c)所示。

从图 4(c)可以看出，流图中包含一回路，如果我们直接列写各分裂节点的信号值，将出现非状态变量。所以，我们必须将流图中的回路消去，使图不含回路，然后再求各分裂节点之信号值。从图中看到，只要我们求出部分源点到阱点的增益，该流图即可化简，即求出从 u_6 —u_1 的另一条通路增益 T_1，u_6 —u_2 的通路增益 T_2，i_1 —u_2 的通路增益 T_3，i_1 —u_1 的通路增益 T_4，i_2 —u_2 的通路增益 T_5，及 i_2—u_1 的通路增益 T_6. 这样流图即被化简，图中不再包含回路。最后求得各分裂节点的信号值即获得状态方程。这里所求各通路增益，T_1 —— T_6 如下：$\Delta = 1 + G_1R_2$

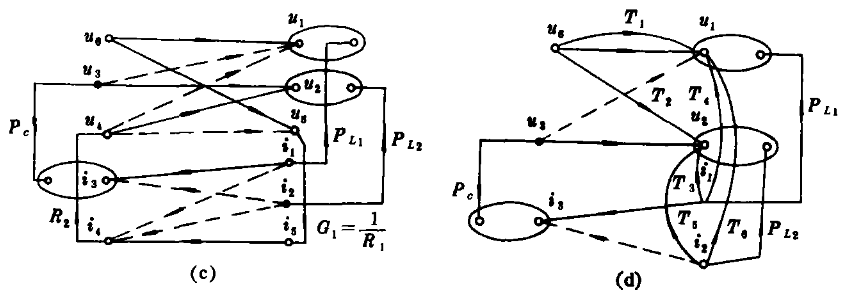


图 4

$$P_1 = - G_1R_2, \qquad \Delta_1 = 1, \qquad \text{从而} \quad T_1 = \frac{- G_1R_2}{1 + G_1R_2}$$

$$T_2 = \frac{G_1R_2}{1 + G_1R_2} \qquad T_3 = \frac{R_2}{1 + G_1R_2}$$

$$T_4 = \frac{- R_2}{1 + G_1R_2} \qquad T_5 = \frac{- R_2}{1 + G_1R_2} \qquad T_6 = \frac{R_2}{1 + G_1R_2}$$

化简后的流图如图 4(d)所示。

根据图 4(d)可求得各分裂阱点的信号值：

$$
\begin{cases}
i_3 = PCu_3 = i_1 - i_2 \\
u_1 = PL_1 i_1 = (1 + T_1)u_6 - u_3 + T_4 i_1 + T_6 i_2 \\
u_2 = PLi_2 = T_2 u_6 + u_3 + T_1 i_1 + T_5 i_2
\end{cases}
\tag{11}
$$

将 T_1 —T_6 各值代入上述方程并且化简后可得如下状态方程：

$$
\begin{cases}
Pi_1 = -\dfrac{R_2}{L_1(1 + G_1R_2)}i_1 + \dfrac{R_2}{L_1(1 + G_1R_2)}i_2 \\
\qquad - \dfrac{1}{L_2}u_3 + \dfrac{1}{L_1}\left(1 - \dfrac{G_1R_2}{1 + G_1R_2}\right)u_g \\
Pi_2 = \dfrac{R_2}{L_2(1 + G_1R_2)}i_1 - \dfrac{R_2}{L_2(1 + G_1R_2)}i_2 \\
\qquad + \dfrac{1}{L_2}u_3 + \dfrac{G_1R_2}{L_2(1 + G_1R_2)}u_g \\
Pu_3 = \dfrac{1}{C}i_1 - \dfrac{1}{C}i_2
\end{cases}
\tag{12}
$$

式中：i_1、i_2、u_3 分别是电感 L_1、L_2 的电流及电容 C 上的电压，故为状态方程。

通过上述例子，我们可以归纳出用信流图法建立系统状态方程的一般方法：

(1) 选择正规树，即选择电压源和尽可能多的电容支路作为树支，选择电流源和尽可能多的电感支路作为连支。

(2)用树支电压和连支电流分别表示连支电压和树支电流，建立电压和电流双图，并用各支路的电流和电压间的约束关系联系电压和电流双图，即可得到完整的信流图。

(3)对于具有一个或多个反馈回路的复杂流图，只要用流图化简规则或 Mason's 公式即可将流图化简，进而消去反馈回路。

(4) 求出各分裂阱点的信号值，即可得到标准的状态方程。

总之，用信流图法可方便、灵活地解决由于网络结构复杂，编写状态方程时不易消去非状态变量的问题。

参 考 文 献

[1] 江泽佳。网络分析的状态变量法。北京：科学出版社

[2] 邱关源。网络图论及应用。北京：科学出版社

The Description of the State Equation of a System by Signal Flow Graphs

Di Zhenguo

(Zhangjiakou communication institute)

Abstract

Based on fundamental concepts, this paper discusses the method of setting up the standard state equation of a system by signal flow graphs.

Key words description of a system, network, state equation, signal flow graph