

可分椭圆型偏微分方程的 FACR(L) 算法及其并行实现

汪信锋 李晓梅 张卫民

(电子计算机系)

摘要 文中就解 Dirichlet 边界条件的 Poisson 方程给出了 FACR(L) 算法及其并行实现过程, 讨论了 FACR(L) 算法的计算复杂性, 给出了针对向量机 YH-1 的算法的参数 L 的优选公式, 在 YH-1 机上得到了较为理想的, 数值试验结果。

关键词 偏微分方程, 线性代数方程, 差分方程, 并行计算

分类号 0241.82

可分椭圆偏微分方程的 FACR(L) 算法是将快速 Fourier 方法 (FFT 算法) 与块循环奇偶约化法结合起来的一种综合方法。该法首先对离散后的稀疏线性方程组使用 L 步块循环奇偶约化法, 将方程个数减少到一定数量, 再用快速的 Fourier 法求解约化后的方程组; 然后, 通过 L 步回代过程求出其余的未知量。这样处理后, 使用 FACR(L) 法同直接使用循环奇偶约化法和快速 Fourier 变换法比较, 计算复杂性有所改善, 算法所需的存贮空间也大为减少。

本文主要介绍了 FACR(L) 算法, 讨论了其并行实现过程, 同时给出了该算法的时间复杂性和 L 值优选公式, 最后还给出了在 YH-1 机上的数值试验结果。

1 简单模型的离散方程组

考虑 Poisson 方程

$$\begin{cases} -\Delta^2 u = -\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) = f(x, y), & (x, y) \in R \\ \delta u = g(x, y) & (x, y) \in R \end{cases} \quad (1)$$

其中: $R = \{(x, y) | 0 \leq x \leq X, 0 \leq y \leq Y\}$ 是一个矩形区域, 在三种边界条件下, δu 分别有如下含义:

$$(1) \text{ Dirichlet 边界条件 } \delta u = u(x, y) = g(x, y), (x, y) \in \partial R \quad (2)$$

(2) Neumann 边界条件

$$\delta u = \frac{\partial u}{\partial n} = g(x, y), \quad (x, y) \in \partial R \quad (3)$$

这里 n 为 $u(x, y)$ 在界面点 $(x, y, u(x, y))$ 处的梯度方向。

(3) Periodic 边界条件

$$\begin{cases} u(0, y) = u(X, y) \\ u(x, 0) = u(x, Y) \end{cases} \quad (4)$$

下面仅考虑第一种边界条件，并假定

$$g(x, y) = 0 \quad (x, y) \in \partial R$$

对 poisson 方程(1)在 $x-y$ 方向上作同等步长的 5 点差分格式离散后，得到一个块线性三对角方程组：

$$\bar{M}u = F \quad (5)$$

其中

$$\bar{M} = \begin{bmatrix} A & I & & & \\ I & A & I & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & I & A & I \\ & & & I & A \end{bmatrix}_{(M-1) \times (M-1)}, \quad A = \begin{bmatrix} -4 & 1 & & & \\ 1 & -4 & 1 & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & 1 & -4 & 1 \\ & & & 1 & -4 \end{bmatrix}_{(N-1) \times (N-1)} \quad (6)$$

$$u = (u_1, u_2, \dots, u_{M-1})^T, \quad u_j = (u_{j,1}, u_{j,2}, \dots, u_{j,N-1})^T \quad (7)$$

$$F = (F_1, F_2, \dots, F_{M-1})^T, \quad F_j = (-F_{j,1}h^2, -F_{j,2}h^2, \dots, -F_{j,N-1}h^2)^T \quad (8)$$

而 $u_{i,j} = u(x_i, y_j)$, $F_{i,j} = F(x_i, y_j)$, $h = \Delta x = \Delta y = \frac{X}{N} = \frac{Y}{M}$, $j = 1, 2, \dots, M-1$; $i = 1, 2, \dots, N-1$; N 为 x 方向结点个数, M 为 y 方向结点个数, 并假定: $N = 2^r, M = 2^s$.

2 FACR(L)算法推导

方程组(5)的展开式为：

$$\begin{cases} Au_1 + u_2 = F_1 \\ u_{j-1} + Au_j + u_{j+1} = F_j \\ u_{M-2} + Au_{M-1} = F_{M-1} \end{cases} \quad (9)$$

若对式(9)作一步块循环奇偶约化法^[1]，则得二个方程组

$$\begin{cases} A^{(1)}u_2 + u_4 = F_2^{(1)} \\ u_{j-2} + A^{(1)}u_j + u_{j+2} = F_j^{(1)}, j = 4, 6, \dots, M-4 \\ u_{M-4} + A^{(1)}u_{M-2} = F_{M-2}^{(1)} \end{cases} \quad (10)$$

和

$$\begin{cases} Au_1 = F_1 - u_2 \\ Au_{2j+1} = F_{2j+1} - u_{2j} - u_{2j+2}, j = 1, 2, \dots, \frac{M}{2} - 2 \\ Au_{M-1} = F_{M-1} - u_{M-2} \end{cases} \quad (11)$$

其中 $A^{(0)} = A, A^{(1)} = 2I - (A)^2, F_j^{(1)} = F_{j-1} + F_{j+1} - AF_j$

同理在式 (10) 基础上作循环奇偶的约化法, 经过 l 步块循环奇偶约化后, 方程组 (10) 和 (11) 分别变为

$$\begin{cases} A^{(l)} u_{2^l} + u_{2 \cdot 2^l} = F_{2^l}^{(l)} \\ u_{j-2^l} + A^{(l)} u_j + u_{j+2^l} = F_j^{(l)}, j = 2 \cdot 2^l, \dots, M - 2 \cdot 2^l \\ u_{M-2 \cdot 2^l} + A^{(l)} u_{M-2^l} = F_{M-2^l}^{(l)} \end{cases} \quad (12)$$

和

$$\begin{cases} A^{(l-1)} u_{2^{l-1}} = F_{2^{l-1}}^{(l-1)} - u_{2^l} \\ A^{(l-1)} u_{j \cdot 2^{l-1} + 2^{l-1}} = F_{j \cdot 2^{l-1} + 2^{l-1}}^{(l-1)} - (u_{j \cdot 2^l} + u_{j \cdot 2^l + 2^l}), j = 2, \dots, 2^{l-1} - 1 \\ A^{(l-1)} u_{M-2^{l-1}} = F_{M-2^{l-1}}^{(l-1)} - u_{M-2^l} \end{cases} \quad (13)$$

其中

$$\begin{cases} F_j^{(l)} = F_{j-2^{l-1}}^{(l-1)} + F_{j+2^{l-1}}^{(l-1)} - A^{(l-1)} F_j^{(l-1)} \\ A^{(l)} = - \prod_{j=1}^{2^l} (A + 2 \cos \theta_j^{(l)} I) \\ Q_j^{(l)} = (2j - 1) \pi / 2^{l-1} \end{cases}$$

对上述约化过程采用 Buneman 第二变式过程后得到 $F_j^{(l)}$ 满足的下述关系式^[1]:

$$F_j^{(l)} = \frac{1}{2} A^{(l)} (G_{j-2^l}^{(l-1)} + G_{j+2^l}^{(l-1)} - G_j^{(l)}) + G_j^{(l)} \quad (14)$$

其中

$$\begin{cases} G_j^{(0)} = F_j \\ G_j^{(1)} = G_{j-1}^{(0)} + G_{j+1}^{(0)} - 2(A^{(0)})^{-1} G_j^{(0)} \\ G_j^{(l)} = G_{j-2^l}^{(l-1)} - G_{j-2^l}^{(l-2)} + G_j^{(l-1)} - G_{j+2^l}^{(l-1)} + G_{j+2^l}^{(l-2)} + (A^{(l-1)})^{-1} (G_{j-3 \cdot 2^l}^{(l-2)} \\ \quad - G_{j-2^l}^{(l-1)} + G_{j-2^l}^{(l-2)} - 2G_j^{(l-1)} + G_{j+2^l}^{(l-2)} - G_{j+2^l}^{(l-1)} + G_{j+3 \cdot 2^l}^{(l-2)}) \\ H = 2^{l-2}, j = 2^l, 2 \cdot 2^l, \dots, M - 2^l \end{cases}$$

将 $F_j^{(l)}$ 代入 (12) 式后, (12) 式可写成:

$$\begin{cases} A^{(l)} u_{2^l} + u_{2 \cdot 2^l} = \frac{1}{2} A^{(l)} (G_{2^l}^{(l-1)} + G_{3 \cdot 2^l}^{(l-1)} - G_{2^l}^{(l)}) + G_{2^l}^{(l)} \\ u_{j-2^l} + A^{(l)} u_j + u_{j+2^l} = \frac{1}{2} A^{(l)} (G_{j-2^l}^{(l-1)} + G_{j+2^l}^{(l-1)} - G_j^{(l)}) + G_j^{(l)} \\ u_{M-2 \cdot 2^l} + A^{(l)} u_{M-2^l} = \frac{1}{2} A^{(l)} (G_{M-2^l}^{(l-1)} + G_{M-3 \cdot 2^l}^{(l-1)} - G_{M-2^l}^{(l)}) + G_{M-2^l}^{(l)} \\ j = 2 \cdot 2^l, \dots, M - 2 \cdot 2^l \end{cases} \quad (15)$$

这样, 经过 l 步约化和 Buneman 第 2 变式过程以后, 得到一个其阶减少了 $2^{l-1} - 1$ 阶的块三对角方程组。下面使用多道正弦变换对方程组进行求解。

为使用多道正弦变换求解方程 (15), 首先引入下述变量代换, 令

$$V_j = u_j - \frac{1}{2} (G_{j-2^l}^{(l-1)} + G_{j+2^l}^{(l-1)} - G_j^{(l)}), j = 2^l, 2 \cdot 2^l, \dots, M - 2^l \quad (16)$$

将(16)式代入(15)式得到

$$\begin{cases} A^{(l)}V_{2^l} + V_{2 \cdot 2^l} = T_{2^l}^{(l)} \\ V_{j-2^l} + A^{(l)}V_j + V_{j+2^l} = T_j^{(l)}, j = 2 \cdot 2^l, \dots, M - 2^{l+1} \\ V_{M-2 \cdot 2^l} + A^{(l)}V_{M-2^l} = T_{M-2^l}^{(l)} \end{cases} \quad (17)$$

其中

$$\begin{cases} T_{2^l}^{(l)} = G_{2^l}^{(l)} - \frac{1}{2}(G_{3 \cdot 2^l}^{(l-1)} + G_{5 \cdot 2^l}^{(l-1)} - G_{2^l}^{(l)}) \\ T_j^{(l)} = G_j^{(l)} - \frac{1}{2}(G_{j-3 \cdot 2^l}^{(l-1)} + G_{j-2^l}^{(l-1)} - G_{j-2 \cdot 2^l}^{(l)} + G_{j+2^l}^{(l-1)} \\ \quad + G_{j+3 \cdot 2^l}^{(l-1)} - G_{j+2 \cdot 2^l}^{(l)}) \\ T_{M-2^l}^{(l)} = G_{M-2^l}^{(l)} - \frac{1}{2}(G_{M-5 \cdot 2^l}^{(l-1)} + G_{M-3 \cdot 2^l}^{(l-1)} - G_{M-4 \cdot 2^l}^{(l)}) \\ j = 2 \cdot 2^l, 3 \cdot 2^l, \dots, M - 2^{l-1} \end{cases} \quad (18)$$

对于矩阵 A , 考虑其分解式^[2]

$$A = Q^{-1} \Lambda Q \quad (19)$$

其中: $Q = (Q_{ij})_{(N-1) \times (N-1)}$, 它是 u 沿 x 方向的正弦变换的变换矩阵, $\Lambda = \text{diag}(\lambda_i)$, $i = 1, 2, \dots, N-1$, λ_i 为 A 的特征值, 即

$$\lambda_i = 2 \cos \frac{i\pi}{N} - 4, i = 1, 2, \dots, N-1 \quad (20)$$

$$Q_{ij} = \frac{2}{N} \sin \frac{ij\pi}{N}, i, j = 1, 2, \dots, N-1 \quad (21)$$

由于

$$A^{(l)} = - \prod_{j=1}^{2^l} (A + 2 \cos Q_j^{(l)})$$

所以 $A^{(l)}$ 可表示为

$$A^{(l)} = Q^{-1} \Lambda^{(l)} Q \quad (22)$$

其中

$$\Lambda^{(l)} = \text{diag}(\lambda_i^{(l)})$$

$$\lambda_i^{(l)} = - \prod_{j=1}^{2^l} (\lambda_i + 2 \cos Q_j^{(l)}) \quad i = 1, 2, \dots, n-1 \quad (23)$$

为了对方程组(17)作正弦变换, 在(17)式两端左乘矩阵 Q 后得到

$$\begin{cases} \Lambda^{(l)} \bar{V}_{2^l} + \bar{V}_{2 \cdot 2^l} = \bar{T}_{2^l}^{(l)} \\ \bar{V}_{j-2^l} + \Lambda^{(l)} \bar{V}_j + \bar{V}_{j+2^l} = \bar{T}_j^{(l)}, j = 2 \cdot 2^l, \dots, M - 2 \cdot 2^l \\ \bar{V}_{M-2 \cdot 2^l} + \Lambda^{(l)} \bar{V}_{M-2^l} = \bar{T}_{M-2^l}^{(l)} \end{cases} \quad (24)$$

其中 \bar{V}_j 为 V_j 的正弦变换, $\bar{T}_j^{(l)}$ 为 $T_j^{(l)}$ 的正弦变换, 将方程组(24)整理得到 $N-1$ 个 $2^{l-1}-1$ 阶的线性三对角方程组

$$\begin{cases} \lambda_s^{(l)} \bar{V}_{2^l, s} + \bar{V}_{2 \cdot 2^l, s} = \bar{T}_{2^l, s}^{(l)}, \\ \bar{V}_{j-2^l, s} + \lambda_s^{(l)} \bar{V}_{j, s} + \bar{V}_{j+2^l, s} = \bar{T}_{j, s}^{(l)}, j = 2 \cdot 2^l, \dots, M - 2 \cdot 2^l \\ \bar{V}_{M-2 \cdot 2^l, s} + \lambda_s^{(l)} \bar{V}_{M-2^l, s} = \bar{T}_{M-2^l, s}^{(l)}, \quad s = 1, 2, \dots, N-1 \end{cases} \quad (25)$$

FACR(L)算法: 先将具有 Dirichlet 边界条件的 poisson 方程经 5 点差分格式离散后所得方程组进行 l 步循环奇偶约化法, 得到块三对角方程组 (15) 式; 然后对方程组 (15) 式实行多道正弦变换, 得到方程组 (25) 式; 再对 $N-1$ 个线性三对角方程组 (25) 求解, 得到向量解为 $(\bar{V}_{2^l}, \bar{V}_{2 \cdot 2^l}, \dots, \bar{V}_{M-2^l})$; 再利用正弦逆变换求解得到 V_j ($j=2^l, 2 \cdot 2^l, \dots, M-2^l$), 利用方程组 (16) 求得部分解 u_j ($j=2^l, 2 \cdot 2^l, \dots, M-2^l$); 最后利用方程组 (13) 式回代求得剩余未知量。

对满足 Dirichlet 边界条件的 poisson 方程经 5 点差分格式离散后, 使用 FACK (L) 算法求解离散后的方程组可分为下列 5 个步骤进行:

- 第一步: 由 F_j , 利用块循环奇偶约化法的 Buneman 变式过程计算 $G_j^{(l)}, G_j^{(l-1)}$;
- 第二步: 计算 $T_j^{(l)}$, 并计算正弦变换 $\bar{T}_j^{(l)}$;
- 第三步: 利用循环奇偶的约化法求解线性 3 对角方程组的解 \bar{V}_j ;
- 第四步: 计算 \bar{V}_j 的正弦逆变换 V_j , 并求部分解 u_j ;
- 第五步: 利用块循环奇偶约化法回代求解剩余未知量。

3 FACK(L)算法的并行实现

FACK(L)算法的并行计算可按以下几步进行:

- (1) 利用块循环奇偶约化法的 Buneman 变式过程并行计算 $G_j^{(l)}$. 详细计算过程见文 [1];
- (2) 利用 (18) 式并行计算 $T_j^{(l)}$, ($j=2^l, 2 \cdot 2^l, \dots, M-2^l$), 同时利用多道 Fourier 分析方法, 并行计算 $T_j^{(l)}$ 的正弦变换 $\bar{T}_j^{(l)}$, ($j=2^l, 2 \cdot 2^l, \dots, M-2^l$);
- (3) 利用循环奇偶约化法并行求解 $N-1$ 个 $2^{l-1}-1$ 阶线性三对角方程组 (25) 式, 得到解 \bar{V}_j , ($j=2^l, \dots, M-2^l$);
- (4) 利用多道 Fourier 分析方法并行计算 \bar{V}_j 的正弦逆变换 V_j , 且通过 (16) 式并行计算 u_j , $j=2^l, 2 \cdot 2^l, \dots, M-2^l$;
- (5) 利用块循环奇偶约化法并行求解剩余未知量 u_j , $t=l-1, l-2, \dots, 1, 0$; $j=2^l, 3 \cdot 2^l, \dots, M-2^l$.

从以上 FACR(L)算法的全过程看, 参数 $l=0$ 和 $l=\log_2 M-1$ 分别对应于快速 Fourier 分析方法和块循环奇偶约化法, 因此为了有效地使用 FACR (L) 算法求解 poisson 方程, 必须对参数 l 作出最佳选择。

4 FACR(L)算法复杂性分析及 l 的优选

假定 S 和 T 分别表示算法所需计算步数和计算时间。使用这两个参数, 研究 FACR (L) 算法的复杂性问题。根据第 3 部分提出的 FACR (L) 算法并行化过程以及文 [5], 可以得到:

- (1) $G_j^{(l)}$ 计算: $t=1, 2, \dots, l$; $j=2^l, 2 \cdot 2^l, \dots, M-2^l$

$G_j^{(l)}$ 计算复杂性与文^[4]分析一样, 有

$$S_{FC1} = 3(2\log_2 N - 1)(2^l - 1) + 11l \quad (26)$$

$$T_{FC1} = \{[3(2\log_2 N - 1)(2^l - 1) + 11l]n_{\frac{1}{2}} + (\frac{9}{2}MN - 6M - 11N + 11)l + 11(N - 1)M(1 - 2^{-l}) - (9N + 3\log_2 N - 15) * (2^l - 1)\}r_{\infty}^{-1} \quad (27)$$

(2) u_j 计算, $j=2^l, 2 \cdot 2^l, \dots, M-2^l$.

这一过程需作 9 次长度为 $(\frac{M}{2^l} - 1)$ $(N-1)$ 的向量操作和 Fourier 求解, 因此有

$$S_{FC2} = 18\log_2 N + 6\log_2 M - 6l \quad (28)$$

$$T_{FC2} = \{(18\log_2 N + 6\log_2 M - 6l)n_{\frac{1}{2}} + [(5\log_2 N + 27)N - 26]M \cdot 2^{-l} - (5\log_2 N + 30)N - 3\log_2 M + 3l + 25\} \cdot r_{\infty}^{-1} \quad (29)$$

(3) 剩余未知量求解, 即计算 $u_t, t=l-1, l-2, \dots, 1, 0; j=2^l, 3 \cdot 2^l, \dots, M-2^l$ 该部分计算复杂性分析与文^[5]一样, 有

$$S_{FC3} = 3(2\log_2 N - 1)(2^l - 1) + 5l \quad (30)$$

$$T_{FC3} = \{[3(2\log_2 N - 1)(2^l - 1) + 5l]n_{\frac{1}{2}} + 5M(N - 1) * (1 - 2^{-l}) + (9N - 12)Ml - 3(\log_2 N - 1)(2^l - 1)\} \cdot r_{\infty}^{-1} \quad (31)$$

由(1),(2)和(3)得到 FACR(L)算法所需计算步数和计算时间为:

$$S_{FC} = 6(2\log_2 N - 1)(2^l - 1) + 10l + 18\log_2 N + 6\log_2 M \quad (32)$$

$$T_{FC} = \{[6(2\log_2 N - 1)(2^l - 1) + 10l + 18\log_2 N + 6\log_2 M]n_{\frac{1}{2}} + (9N + 6\log_2 N - 16)(2^l - 1) + (\frac{27}{2}MN - 18M - 11N + 14)l + [(5\log_2 N + 11)N - 10]M \cdot 2^{-l} + 16M(N - 1) - (5\log_2 N + 30)N - 3\log_2 M + 25\}r_{\infty}^{-1} \quad (33)$$

其中, $n_{\frac{1}{2}}$ 表示计算机获得最大性能的一半所需的向量长度。称它为半性能长度。

r_{∞} 表示计算机的最大计算速度, 用每秒得到的浮点结果数 (MFLOPS), 或等效于每秒执行的标量操作数表示。称它为最大或渐近性能。

为了寻找 l 的优选值, 假定 $M=N$. 若令

$$S_l = 6(2\log_2 N - 1)(2^l - 1) + 10l + 24\log_2 N \quad (34)$$

$$P_l = (9N + 6\log_2 N - 16)(2^l - 1) + (\frac{27}{2}N^2 - 29N + 14)l + [(5\log_2 N + 11)N - 10]N \cdot 2^{-l} + 16N(N - 1) - (5\log_2 N + 30)N - 3\log_2 N + 25 \quad (35)$$

则有

$$T_{FC}^{(l)} = (P_l + n_{\frac{1}{2}}S_l) \cdot r_{\infty}^{-1}$$

考虑第 l 和第 $l+1$ 级, 并令 $T_{FC}^{(l)} = T_{FC}^{(l+1)}$, 则有

$$N^{-2}n_{\frac{1}{2}} = \frac{P_l - P_{l+1}}{S_{l+1} - S_l} / N^2 \quad (36)$$

从而有

$$N^{-2}n_{\frac{1}{2}} \rightarrow \frac{5}{24}2^{-2l} \quad (N \rightarrow \infty) \quad (37)$$

这样，得到相位图如下：

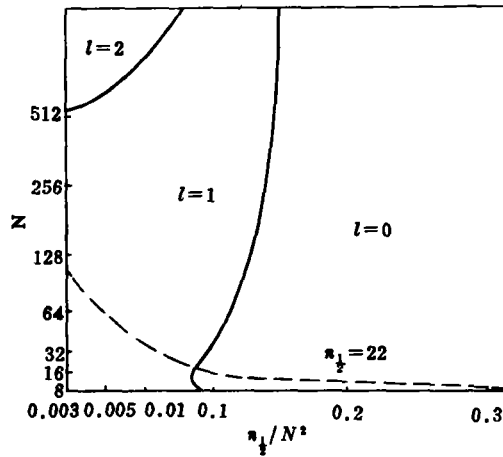


图1 FACR(L)算法的算法比较相位图

从图1，由YH-1的 $n_{\frac{1}{2}}$ 及(36)式得到：

当 $N \leq 16$ 时，取 $l=0$ 为最佳；当 $16 < N \leq 256$ 时，取 $l=1$ 为最佳；当 $N > 256$ 时，取 $l=2$ 为最佳。

因此，得到 l 的最佳选择值为：

$$l^* = \lceil |\log_2 \log_2 N - 2| \rceil \quad (38)$$

相位图1提供了一个固定的分析模型，对任一向量机，只要知道其半性能长度 $n_{\frac{1}{2}}$ ，就可以比较准确地作出求解poisson问题的最佳算法选择。

针对YH-1向量机，将上面算法应用于poisson方程 $\Delta^2 u = \sin x \sin y$ ，使用向量FORTRAN语言编写了程序，并在YH-1机上进行了数值试验，其结果如表1所示。

表1 FACR(L)算法在YH-1机上的执行时间。

(“*”表示对固定 N ， l 取其相应值时，计算时间最少)

	N					
	8	16	32	64	128	256
0	0.0070	0.0118*	0.0263*	0.0765*	0.2767	0.9510
1	0.0082	0.0138	0.0297	0.0836	0.2803	0.9205
2	0.0066*	0.0149	0.0302	0.0804	0.2621*	0.8013*
L 3		0.0152	0.0339	0.0828	0.2679	0.8130
4			0.0410	0.0972	0.2966	0.9142
5				0.1345	0.3633	1.1131
6					0.5652	1.5109
7						2.8127

从表 1 可知,在 YH-1 机上求解 poisson 问题的 Fourier 分析方法(对应 $l=0$),块循环约化算法(对应 $l=\log_2 M-1$)和 FACR(L)算法的计算时间。表上数据与我们分析结果基本一致,但也存在微小差异。其原因主要是计算机数据传输速率、程序并行度的影响。由实验数据看, N 越大, FACR(L)算法越好,而取 $l=2$ 时最佳。

参 考 文 献

- [1] 张卫民,李晓梅.块循环奇偶约化法及其并行实现.计算机工程和科学,1991
- [2] Swarztrauber P N. The Methods of Cyclic Reduction, Fourier Analysis and the FACR Algorithm for the Discrete Solution of Poisson's Equation on A Rectangle. SIAM Review . 1977, 19(3)
- [3] Buzbee B L, Dorr FW, George JA and Golubgh. The Direct Solutions of The Discrete Poisson Equation on Irregular Regions. SIAM J. Numer. Anal , 1971
- [4] 王信锋. 求解 Poisson 问题的算法并行化及最优选择. 国防科技大学硕士论文, 1989

A Parallel FACR(L) Algorithm for the Solution of Separable Elliptic Equation

Wang Xinfeng Li Xiaomei Zhang Weiming
(Department of Computer Science)

Abstract

A parallel FACR(L) algorithm for solving Poisson's problem over a rectangular region with Dirichlet Condition is presented. Computation complexity and optimal parameter L for vector computer YH-1 are given. A numerical example performed on YH-1 is given.

Key words partial differential equation, linear algebraic equation, differential equation, parallel computation.