

气动剥离液滴的附面层分析方法

周 猛 庄逢辰

(航天技术系)

摘 要 本文根据附面层理论,对高速气流中的液滴,因气流和液滴表面相互作用而产生的气动剥离现象进行了分析,建立了气液两相附面层耦合问题的理论分析模型,得到了发生气动剥离时的最小气流速度的计算公式,为液体燃料在高速气流中雾化机理研究提供参考。

关键词 边界层, 气动剥离, 液滴破碎, 两相流

分类号 V211.19

符 号 说 明

μ : 动力粘度, ν : 运动粘度, δ : 边界层厚度, G 、 L 、 ξ 、 η : 无因次变量, P : 压力, ρ : 密度, u : x 方向速度, v : y 方向速度, 下标 g 、 l 分别代表气相和液相参数

液体燃料在进行燃烧之前,必须经历一个雾化过程,雾化质量的好坏,直接影响其燃烧的效率。在液体火箭发动机燃烧室中,液体燃料的雾化通常都受到了高速气流的作用,无论是什么形式的雾化喷注器,液体燃料一经喷出,很快就被破碎成小液滴;当液滴周围的气流速度足够大时,由于粘性的作用,将在液滴表面形成径向速度梯度较大的气体附面层和液体附面层,从而导致部分液体从滴表面分离出去,这也就是气动剥离的含义。经过气动剥离后,液滴的平均直径将进一步减小,使雾化的质量得到了提高。基于文献[1]的分析方法,本文建立了气动剥离问题的理论分析模型,讨论了发生气动剥离的基本条件,并对结果作了初步的讨论。

1 物理模型和数学模型

1.1 基本假设

考虑半径为 R 的液体燃料单滴在速度为 U_∞ 的高速气流中的气动剥离问题。假设液滴为球形,于是可以得到如图1所示的简化模型。图中 x 是沿球表面的曲线坐标, y 坐标垂直于 x 坐标, $y=0$ 代表气液的分界面, $y=+\infty$ 代表气体附面层的厚度, $y=-\infty$ 代表液体附

面层的厚度。 r 代表液滴表面到水平对称轴上的垂直距离， U 代表液滴表面附近的气流速度分布， u_g 和 u_l 分别是气体和液体在其附面层中沿 x 方向的速度。由于实际问题的复杂性，对于模型的建立还需作如下的假设：

- (1) 流动是不可压的稳态流动；
- (2) 气液分界面处的流动无分离；
- (3) 外流速度分布为绕球体流动的势流速度分布，即

$$U(x) = \frac{3}{2} U_\infty \sin \frac{x}{R}$$

- (4) 在 $y=0$ 处，剪切应力相等，即

$$\mu_g \frac{\partial u_g}{\partial y} \Big|_{y=0} = \mu_l \frac{\partial u_l}{\partial y} \Big|_{y=0}$$

- (5) 压力在气、液附面层中的变化是一致的，即

$$\frac{\partial P}{\partial x} \Big|_l = \frac{\partial P}{\partial x} \Big|_g$$

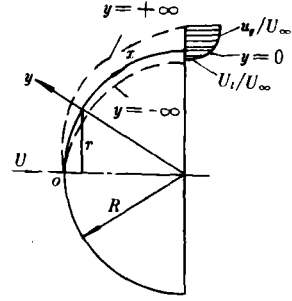


图 1 液体单滴气动剥离问题的简化模型

1.2 基本方程及其求解方法

气相方程

$$\frac{\partial(u_g r)}{\partial x} + \frac{\partial(v_g r)}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$u_g \frac{\partial u_g}{\partial x} + v_g \frac{\partial u_g}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_g} \frac{\partial P}{\partial x} + v_g \frac{\partial^2 u_g}{\partial y^2} \quad (2)$$

$$y = 0; v_g = 0, u_g = u(x), \mu_g \frac{\partial u_g}{\partial y} = \mu_l \frac{\partial u_l}{\partial y} \quad (3)$$

$$y = \infty; u_g = U(x)$$

由附面层理论可知

$$-\frac{1}{\rho_g} \frac{\partial P}{\partial x} = U \frac{\partial U}{\partial x}$$

式 (2) 则可改写为：

$$u_g \frac{\partial u_g}{\partial x} + v_g \frac{\partial u_g}{\partial y} = U \frac{\partial U}{\partial x} + v_g \frac{\partial^2 u_g}{\partial y^2} \quad (4)$$

液相方程

$$\frac{\partial(u_l r)}{\partial x} + \frac{\partial(v_l r)}{\partial y} = 0 \quad (5)$$

$$u_l \frac{\partial u_l}{\partial x} + v_l \frac{\partial u_l}{\partial y} = \frac{\rho_g U}{\rho_l} \frac{\partial U}{\partial x} + v_l \frac{\partial^2 u_l}{\partial y^2} \quad (6)$$

$$y = 0; v_l = 0, u_l = u(x), \mu_l \frac{\partial u_l}{\partial y} = \mu_g \frac{\partial u_g}{\partial y} \quad (7)$$

$$y = -\infty; \mu_l \frac{\partial u_l}{\partial y} = 0$$

为了便于求解，将上述方程无量纲化，设流函数为 Ψ ，则有

$$u = \frac{l}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial y}, \quad v = -\frac{l}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial x}$$

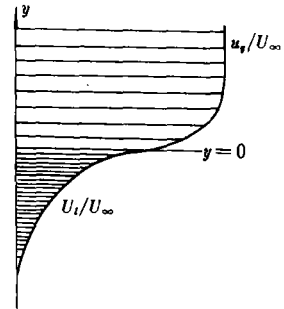


图 2 气液分界面附近的速度分布

式中, l 是物体的特征长度。

定义如下相似变量:

$$\xi = \int_0^x \frac{r^2(x)U(x)}{l^2 U_\infty} dx, \quad \eta = \frac{yU(x)r(x)}{l \sqrt{2v_g U_\infty \xi}} \quad \Psi = \sqrt{2v_g U_\infty \xi} G(\eta)$$

于是有

$$G''' + GG'' + \beta(\xi)(1 - G'^2) = 0 \quad (8)$$

式中,

$$\beta = 2\xi \frac{d(\ln U)}{d\xi} = 2\xi U_\infty \frac{l^2}{r^2} \frac{dU}{dx} \frac{1}{U^2} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \eta = 0: G = 0, \quad G' = \bar{u}(x) \\ \eta = \infty: G' = 1.0 \end{aligned} \quad (10)$$

同气相方程无因次化一样, 也可以得到无因次化的液相方程:

$$L'' + LL' + \beta \left(\frac{\rho_g}{\rho_l} - L'^2 \right) = 0 \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \eta = 0: L = 0, L' = G', L'' = G'' \\ \eta = -\infty: L' = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

式中, $\Gamma = \rho_g \sqrt{v_g} / (\rho_l \sqrt{v_l})$

可见无因次化后的气相方程和液相方程在形式上基本相同。

1.3 求解方法

由于方程(8)的边界条件不足, 因而需要采用迭代的方法求解。根据文献[2],

$$G'(0) = \bar{u}(x) = (\rho_g / \rho_l)^{\frac{2}{3}} (v_g / v_l)^{\frac{1}{3}} \quad (13)$$

$G''(0)$ 未知, 可设为某一个常数, 代入(8)式求解, 如果不能满足 $G'(\infty) = 1.0$ 和 $L'(-\infty) = 0$ 的条件, 则修改 $G''(0)$ 的值, 直到同时满足 $G'(\infty) = 1.0$ 和 $L'(-\infty) = 0$ 的条件为止。

2 结果及其分析

设气相与液相分界面处因粘性作用而产生的剪切应力为 τ , 有:

$$\tau = \mu_g \frac{\partial u_g}{\partial y} \Big|_{r=0} = \mu_g \frac{U^2 r G''(0)}{l \sqrt{2v_g U_\infty \xi}} \quad (14)$$

当 $\frac{x}{R} = \frac{\pi}{2}$ 时, 有 $\xi = \frac{R^3}{l^2}$, $U = \frac{3}{2} U_\infty$, $r = R$

于是(14)式可改写为

$$\tau = \frac{9}{4} \mu_g G''(0) U_\infty^{\frac{3}{2}} (2v_g R)^{-\frac{1}{2}} \quad (15)$$

设 F 为液滴表面对内部液体产生的内压力, 则有: $F = \frac{c_1 \sigma}{R}$, 式中, c_1 是常数, σ 是液滴的表面张力系数。只有当 $\tau/F \geq 1$ 时, 方可发生气动剥离。因此, 得到发生气动剥离所需的最小气流速度 $U_{\infty \min}$ 的计算公式, 即

$$U_{\infty \min} = \left(\frac{128 c_1^2 \sigma^2}{81 G''^2(0) R \rho_g \mu_g} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (16)$$

由于 $G'(0)$ 仅仅与无因次方程(8)和(11)的解有关, 当方程(8)和(11)的形式不变时, 共解也是不变的, 因而 $G'(0)$ 也不变。通过对(8)和(11)式的数值计算, 发现 $G'(0)$ 的值主要取决于气液分界面处的无因次速度 $\bar{u}(x)$ 的值。 $G'(0)$ 与 $\bar{u}(x)$ 之间的关系如下:

$$G'(0) = 0.45594 - 1.7664 \times 10^{-2}\bar{u}(x) - 0.52895\bar{u}(x)^2 \quad (17)$$

图3是气体和液体附面层内的无因次速度分布。如果按照附面层厚度的一般定义, 可以得到气体附面层的厚度 δ_g , 当 $\frac{x}{R} = \frac{\pi}{2}$ 时, 有 $\delta_g = 2 \sqrt{2\nu_g U_\infty R \eta_\infty} / 3U_\infty$ 。

由数值计算, $\eta_\infty = 3.412$, 若令 d_0 为液滴的初始直径, 当 $G'(0) = 0.0288$ 时, 有 $\delta_g/d_0 = 0.063$

液体附面层的厚度在这里可以定义为从 $y=0$ 到 $L'(-\infty)=0$ 时的 y 值之间的距离, 设为 δ_l , 与求 δ_g 类似, 可以得到: $\delta_l/d_0 = 0.1325$ 。

从图3中 u/U_∞ 的分布形状来看, 可知液体附面层中的速度分布形状与气体附面层中的速度分布形状大不一样。这两个速度分布在气液分界面附近的情形如图2所示。

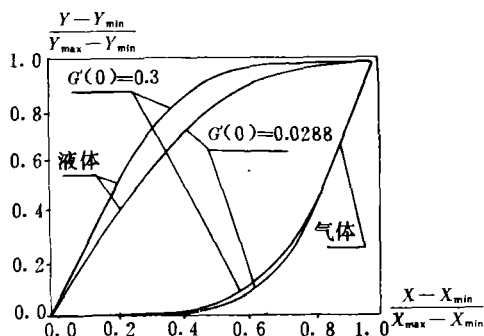


图3 气液附面层内无因次速度分布

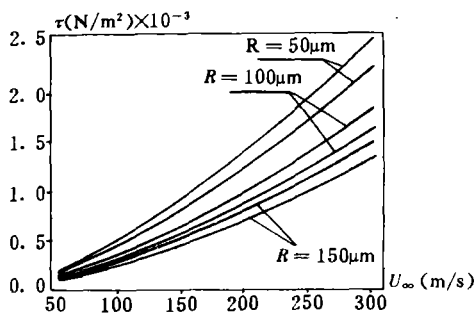


图4 气液分界面处剪节应力变化曲线

当 $G'(0)$ 变化时, 对速度分布会产生一定的影响。当 $G'(0) = 0.3$ 时, 用同样的方法可算得: $\delta_g/d_0 = 0.054$, $\delta_l/d_0 = 0.036$ 。

可见由于 $G'(0)$ 的增加, 使得气体和液体的附面层厚度都相应地减小。

图4表明在不同的液滴直径下, 气液分界面上的剪切应力 τ 随气流速度 U_∞ 的变化关系。从气动剥离的角度来看, τ 越大就意味着气流对液滴表面的剪切作用越强, 因而也就有助于发生气动剥离。从图4可见, τ 随着 U_∞ 的增加而增加, 随着滴径的增加而减小, $G'(0)$ 的增加也会导致 τ 的减小。

图5是 $G''(0)$ 随 $G'(0)$ 的变化曲线。由于两者都是无因次方程解的组成部分, 所以它们之间的关系不受单一气流参数的影响。图5中的曲线与式(17)的经验公式的结果是一致的。

图6是发生气动剥离时的最小气流速度 $U_{\infty \min}$ 与各参数之间的关系曲线。当液滴直径变小时, $U_{\infty \min}$ 逐渐增大, 当 $R < 100\mu\text{m}$ 时, $U_{\infty \min}$ 急剧增加。这意味着由于液滴破碎导致滴径小到一定程度后, 进一步的破碎将变得较为困难了。此外, $G'(0)$ 的变化对 $U_{\infty \min}$ 的影响

很微弱, 这说明 $U_{\infty min}$ 随 R 的减小而增加的结论对于不同的介质都是成立的。

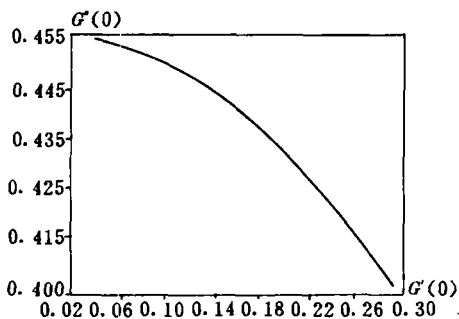


图 5 $G'(0)$ 与 $G(0)$ 的关系

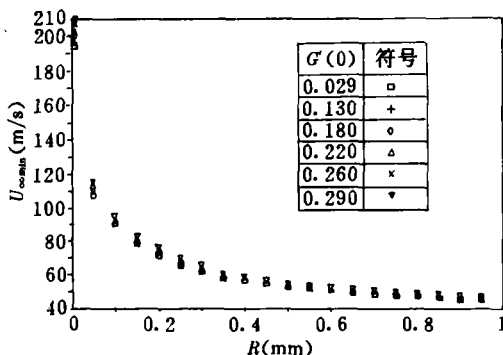


图 6 最小气流剥离速度与滴半径的关系

3 结论

根据附面层理论建立起来的气动剥离理论模型, 对液滴在高速气流中的破碎机理, 可以作出合理的解释, 对于发生气动剥离时的最小气流速度可以进行定量的预测。

参 考 文 献

- [1] Herman Krier. A Study of the Transient Behavior of Fuel Droplets During Combustion; Theoretical Consideration Aerodynamic Stripping. AD729326, 1971
- [2] Ranger A A. Aerodynamic Shattering of Liquid Drops. AIAA Journal, 1969, 7(2)

An Analysis of Boundary Layer for Droplet Aerodynamic Stripped in High Speed Gas Flow

Zhou Meng Zhuang F. C.
(Department of Space Technology)

Abstract

Based on the boundary layer theory in this paper, a theoretical model for the coupling problem of two phase boundary layer of gas and droplet has been established. A formula to calculate the minimum velocity of gasflow needed to start the aerodynamic stripping has been obtained for the problem of the aerodynamic stripping, which is a result from the interaction between gas and a droplet surface when the droplet is in a high speed gas flow. This paper could be a useful to the investigation of atomizing mechanism of liquid fuel in high speed gas flow.

Key words boundary layer, aerodynamic stripping, gas flow, liquid fuel