国防科技大学学报
JOURNAL OF NATIONAL UNIVERSITY OF DEFENSE TECHNOLOGY
第14卷第1期 1992年3月 Vol. 14 No. 1

一种锥比率数据包络分析模型及有关结论

张干宗 刘建雄
（系统工程与应用数学系）

摘 要 本文研究一种锥比率数据包络分析模型，它既能反映各项输入或输出的相对重要性和对某些决策单元的偏好，又可单纯地评价决策单元间的相对技术有效性。本文着重讨论这一模型的DEA有效性与多目标规划非支配解的关系以及有效决策单元的存在性等问题，论证了有关结论。

关键词 数据包络分析，锥比率，DEA有效性，决策单元，非支配解
分类号 O223

数据包络分析（DEA）法是一种多指标决策方法，也是确定多输入多输出情况下的有效生产前沿面的一种非参数统计分析方法。它是根据一组决策单元的输入、输出值来推断各决策单元的相对有效性。第一个DEA模型是1978年由A. Charnes等人提出的C^2R模型[1]。从实用角度考虑，这种模型存在两个问题。一个问题是，按照这种模型评判出的有效决策单元，不仅是技术有效的，也是规模有效的。它所对应的生产可能集是一个多面凸锥。但对于许多实际问题，锥性条件实际上并不成立。另一个问题是，按这种模型评价一个决策单元的相对有效性时，实际上是选取对该决策单元最有利的输入、输出权系数。但在许多实际问题中，各项输入或输出的重要程度不尽相同，甚至差异很大。这两个问题使C^2R模型的实用范围受到很大限制。1985年，提出了C^2GS^2模型[1]，其对应生产可能集是多面凸集，不满足锥性，它可以评判出单纯技术有效的决策单元，从而解决了上述第一个问题，但它仍未解决第二个问题。1987年，提出了C^2WH模型[1]，它在C^2R模型的基础上引进了锥比率条件，用以体现各项输入、输出的相对重要性，并能反映决策者对某些决策单元的偏好，从而解决了上述第二个问题，但它未解决第一个问题，其对应生产可能集是一般的凸锥。根据实际应用经验，我们认为较为实用的模型是将C^2GS^2模型和C^2WH模型结合起来，即在C^2GS^2模型的基础上引进锥比率条件，以形成一种新的锥比率数据包络分析模型。这种模型能同时解决上述两个问题。它既不要求生产可能集满足锥性条件，又能反映各项输入、输出的相对重要性和对决策单元的偏好。同时也能解决有效决策单元过多或过少的问题。因此这种模型的实用范围更为广泛，也更易被决策者所接受。新近魏权龄等人又提出了综合的DEA模型C^2WY模型[2]，但由于C^2WY模型没有引进决策锥K，所以它没有完全包含上述锥比率DEA模型。本文对这种

* 1991年7月12日收稿

可用来单纯地评价决策单元间相对技术有效性的锥比率 DEA 模型进行了研究，建立了有关概念和结论。

1 模型及相对有效性

设有 n 个决策单元，第 j 个决策单元的输入数据组成 m 维向量 X_j，输出数据组成 S 维向量 Y_j，记矩阵

$$\mathrm{X} = (X_1\cdots X_n), \mathrm{Y} = (Y_1\cdots Y_n)$$

设 $V\subset E_m^+$，$U\subset E_s^+$，$K\subset E_n^+$ 均为闭凸锥，且 $\mathrm{int}V\neq\phi$，$\mathrm{int}U\neq\phi$. 并设

$$X_j \in \mathrm{int}(-V^*),\ Y_j \in \mathrm{int}(-U^*) \quad (j = 1,\cdots,n)$$

其中 V^*，U^* 分别表 V，U 的负极锥。

对于决策单元 j_0，考虑凸规划问题

$$\begin{aligned}(\mathrm{CP}):&\max\mu^TY^0 + \mu_0 = U_p\\ &\mathrm{s.t.}\ \omega^TX - \mu^TY - \mu_0E \in K\\ &\omega^TX_0 = 1,\ \omega\in V,\ \mu\in U,\ \mu_0\in E_1\end{aligned} \tag{1}$$

其中，X_0，Y_0 分别为 X_{j_0}，Y_{j_0}的简记，E 表示分量全为 1 的 n 维行向量。由 $K\subset E_n^+$ 知

$$\omega^TX - \mu^TY - \mu_0E \geqq 0$$

于是，对问题（CP）的任意可行解 ω，μ，μ_0，均有

$$\mu^TY_0 + \mu_0 \leqslant \omega^TX_0 = 1$$

即知问题(CP)的最优值不超过 1. 为阐述方便起见，我们称由凸规划(CP)所表达的 DEA 模型为 C^2ZL 模型。它不同于 C^2GS^2 模型，也不同于 C^2WH 模型。它对应的生产可能集为

$$T = \{(X,Y)\,|\,(X,Y) \in (X\lambda,Y\lambda) + (-V^*,U^*),\lambda\in -K^*,\sum_{j=1}^n\lambda_j = 1\}$$

容易验证 T 满足凸性和无效性，但不满足锥性。

定义 1 若问题(CP)存在可行解 ω^0，μ^0，μ_0^0，满足

$$\omega^0 \in \mathrm{int}V,\ \mu^0 \in \mathrm{int}U,\ \mu^{0T}Y_0 + \mu_0^0 = 1$$

则称决策单元 j_0 为 DEA（C^2ZL）有效。

根据锥对偶理论[3]，可导出问题（CP）的对偶规划为

$$\begin{aligned}(\mathrm{DP}):&\min\theta = U_D\\ &\mathrm{s.t.}\ \mathrm{X}\lambda - \theta X_0 \in V^*\\ &-\mathrm{Y}\lambda + Y_0 \in U^*\\ &\sum_{j=1}^n\lambda_j = 1,\ \lambda\in -K^*\end{aligned} \tag{2}$$

且知，如果(CP)和(DP)均有可行解，则(CP)和(DP)均有最优解，且最优值相等。注意到这里的（DP）必有可行解。如取 λ^* 为第 j_0 个分量为 1 的单位向量，取 $\theta^*=1$，则易验证 λ^*，θ^*是（DP）的可行解。因此有如下结论。

系 1 若(CP)有可行解，则(CP)和(DP)均有最优解，且最优值 $U_D^*=U_P^*\leqslant 1$.

对于(CP)，若取 $V=E_m^+$，$U=E_s^+$，$K=E_n^+$，便成为 C^2GS^2 模型；对于(DP)，若去

掉条件 $\sum_{j=1}^{n}\lambda_j=1$，便成为 C^2WH 模型。易知，相应于这三种模型的 DEA 有效性之间的关系有如下结论。

系 2 若决策单元 j_0 为 DEA(C^2WH)有效，则决策单元 j_0 必为 DEA(C^2ZL)有效；若决策单元 j_0 为 DEA(C^2ZL)有效，则决策单元 j_0 必为 DEA(C^2GS^2)有效。

用 DEA(V,U,K)表示对于给定的锥 V,U 和 K 全体 DEA(C^2ZL)有效决策单元的集合。易知有如下结论。

系 3 若 $V^1\supset V^2$，$U^1\supset U^2$，$K^1\supset K^2$，则

$$\mathrm{DEA}(V^1,U^1,K^1)\supset \mathrm{DEA}(V^2,U^2,K^2) \tag{3}$$

2 DEA(C^2ZL)有效性与多目标规划非支配解的关系

考虑多目标规划问题

$$\begin{aligned}(\mathrm{VP}):&V-\min F(X,Y)=(f_1(X,Y),\cdots,f_{m+s}(X,Y))\\ &\text{s.t.}\ (X,Y)\in T\end{aligned} \tag{4}$$

式中，$X=(x_1,\cdots,x_m)^T$，$Y=(y_1,\cdots,y_s)^T$，

$$f_k(X,Y)=\begin{cases}x_k & (1\leqslant k\leqslant m)\\ -y_{k-m} & (m+1\leqslant k\leqslant m+s)\end{cases}$$

T 为前节所示的生产可能集。

定义 2 设$(X_0,Y_0)\in T$，如果不存在$(X,Y)\in T$，使得 $F(X,Y)\in F(X_0,Y_0)+(V^*,U^*)$，且 $F(X,Y)\neq F(X_0,Y_0)$，则称 (X_0,Y_0) 为多目标规划问题 (VP) 关于 $V^*\times U^*$ 的非支配解。

并考虑下列规划问题

$$\begin{aligned}(\hat{\mathrm{P}}):&\max a^Ts^-+b^Ts^+=U_{\hat{p}}\\ \text{s.t.}\ &X\lambda+s^--X_0=0\\ &-Y\lambda+s^++Y_0=0\\ &-\sum_{j=1}^{n}\lambda_j+1=0\\ &\lambda\in -K^*,s^-\in -V^*,s^+\in -U^*\end{aligned} \tag{5}$$

式中 $a\in \mathrm{int}V$，$b\in \mathrm{int}U$. ($\hat{\mathrm{P}}$) 的对偶规划为

$$\begin{aligned}(\hat{\mathrm{D}}):&\min \omega^TX_0-\mu^TY_0-\mu_0=v_D\\ \text{s.t.}\ &\omega^TX-\mu^TY-\mu_0E\in K\\ &\omega-a\in V,\mu-b\in U\end{aligned} \tag{6}$$

定理 1 设决策单元 j_0 对应的(X_0,Y_0)是多目标规划问题(VP)关于 $V^*\times U^*$ 的非支配解，则规划问题($\hat{\mathrm{P}}$)和($\hat{\mathrm{D}}$)的最优值为零。

证明 令 λ^* 为第 j_0 个分量为 1 的单位向量，$s^{-*}=0$，$s^{+*}=0$，易知 λ^*，s^{-*}，s^{+*} 为 ($\hat{\mathrm{P}}$) 的可行解，对应目标函数值 $U_{\hat{p}}^*=0$. 由(X_0,Y_0)是(VP)关于 $V^*\times U^*$ 的非支配解可知，不存在 λ 使$(X\lambda,Y\lambda)\in T$，$F(X\lambda,Y\lambda)-F(X_0,Y_0)\in(V^*,U^*)$且 $F(X\lambda,Y\lambda)\neq F(X_0,Y_0)$. 即不存在 $\lambda\in -K^*$，使得

$$X\lambda - X_0 \in V^*,\ -Y\lambda + Y_0 \in U^*, \sum_{j=1}^{n}\lambda_j = 1$$

和
$$(X\lambda - X_0,\ -Y\lambda + Y_0) \neq (0,0)$$

同时成立。即知，对于($\hat{\mathrm{P}}$)的任意可行解 λ，s^-，s^+，均有$(s^-,s^+)=(0,0)$. 从而知($\hat{\mathrm{P}}$)的最优值为零。再由对偶定理知($\hat{\mathrm{D}}$)的最优值亦为零。(证毕)

定理 2 如果问题($\hat{\mathrm{P}}$)的最优值为零，则决策单元 j_0 必 DEA(C^2ZL)有效。

证明 由对偶定理，问题($\hat{\mathrm{D}}$)的最优值为零。设($\hat{\mathrm{D}}$)的最优解为 ω^*，μ^*，μ_0^*，则有

$$\omega^{*T}X_0 - \mu^{*T}Y_0 - \mu_0^* = 0$$

由 $\omega^* - a \in V$ 和 $a \in \mathrm{int}V$ 可知 $\omega^* \in \mathrm{int}V$. 同理 $\mu^* \in \mathrm{int}U$. 令

$$\omega^0 = \frac{\omega^*}{\omega^{*T}X_0}, \mu^0 = \frac{\mu^*}{\omega^{*T}X_0}, \mu_0^0 = \frac{\mu_0^*}{\omega^{*T}X_0}$$

则有 $\omega^0 \in \mathrm{int}V$，$\mu^0 \in \mathrm{int}U$，$\omega^{0T}X - \mu^{0T}Y - \mu_0^0 E \in K$，且

$$\omega^{0T}X_0 = 1, \mu^{0T}Y_0 + \mu_0^0 = 1$$

所以决策单元 j_0 为 DEA(C^2ZL)有效。(证毕)

定理 3 若决策单元 j_0 为 DEA(C^2ZL)有效，则决策单元 j_0 对应的(X_0,Y_0)是多目标规划问题(VP)关于 $V^* \times U^*$ 的非支配解。

证明 由决策单元 j_0DEA(C^2ZL)有效，存在(CP)的可行解 ω^0，μ^0，μ_0^0，满足

$$\omega^0 \in \mathrm{int}V, \mu^0 \in \mathrm{int}U, \mu^{0T}Y_0 + \mu_0^0 = 1$$

从而有

$$\omega^{0T}X - \mu^{0T}Y - \mu_0^0 E - (\omega^{0T}X_0 - \mu^{0T}Y_0 - \mu_0^0)E \in K$$

于是，对任意的 $\lambda \in -K^*$，$\sum_{j=1}^{n}\lambda_j = 1$，有

$$[\omega^{0T}X - \mu^{0T}Y - (\omega^{0T}X_0 - \mu^{0T}Y_0)E]\lambda \geqslant 0$$

即有
$$\omega^{0T}X\lambda - \mu^{0T}Y\lambda \geqslant \omega^{0T}X_0 - \mu^{0T}Y_0$$

对于任意的$(X,Y) \in T$，有

$$X = X\lambda + X',\ Y = Y\lambda + Y'$$

其中 $\lambda \in -K^*$，$\sum_{j=1}^{n}\lambda_j = 1$，$X' \in -V^*$，$Y' \in U^*$.注意到

$$\omega^{0T}X' \geqslant 0,\ \mu^{0T}Y' \leqslant 0$$

因此有

$$\begin{aligned}\omega^{0T}X - \mu^{0T}Y &= \omega^{0T}X\lambda - \mu^{0T}Y\lambda + \omega^{0T}X' - \mu^{0T}Y' \\ &\geqslant \omega^{0T}X_0 - \mu^{0T}Y_0 + \omega^{0T}X' - \mu^{0T}Y' \geqslant \omega^{0T}X_0 - \mu^{0T}Y_0\end{aligned}$$

即得知

$$\omega^{0T}X_0 - \mu^{0T}Y_0 = \min_{(X,Y)\in T}(\omega^{0T}X - \mu^{0T}Y) \tag{7}$$

假如(X_0,Y_0)不是(VP)关于 $V^* \times U^*$ 的非支配解，则存在$(X,Y) \in T$，满足

$$F(X,Y) - F(X_0,Y_0) \in (V^*,U^*),\ \text{且}\ F(X,Y) \neq F(X_0,Y_0)$$

即
$$(X - X_0,\ -Y + Y_0) \in (V^*,U^*),\ \text{且}\ (X - X_0,\ -Y + Y_0) \neq (0,0)$$

由 $\omega^0 \in \mathrm{int}V$，$\mu^0 \in \mathrm{int}U$，可知[4]

$$\omega^{0T}(X - X_0) < 0, \mu^{0T}(-Y + Y_0) < 0$$

从而有

$$\omega^{0T}X - \mu^{0T}Y < \omega^{0T}X_0 - \mu^{0T}Y_0$$

此与式(7)相矛盾。所以(X_0,Y_0)必为(VP)关于$V^* \times U^*$的非支配解。(证毕)

综合定理1、2、3，即得如下结论。

定理4 下列四个命题等价：

(1) 决策单元j_0为DEA(C^2ZL)有效；

(2) 决策单元j_0对应的(X_0,Y_0)是多目标规划(VP)关于$V^* \times U^*$的非支配解；

(3) 规划问题($\hat{P}$)的最优值为零；

(4) 规划问题($\hat{D}$)的最优值为零。

定理4说明数据包络分析(C^2ZL)模型可以作为求解一类多目标规划的方法。同时也说明可以通过判断问题($\hat{P}$)或($\hat{D}$)的最优值是否为零来检验决策单元的DEA(C^2ZL)有效性。特别当V，U，K均为多面凸锥时，决策单元DEA(C^2ZL)有效性的判断可化为求解线性规划问题。若

$$V = \{v \mid Av \leqq 0\}, U = \{u \mid Bu \leqq 0\}, K = \{\lambda^T \mid \lambda^T C \geqq 0\}$$

则 $$V^* \{A^T v' \mid v' \geqq 0\}, U^* = \{B^T u' \mid u' \geqq 0\}, K^* = \{-C\lambda' \mid \lambda' \geqq 0\}$$

这时问题($\hat{P}$)可化为如下线性规划问题：

$$\begin{aligned} &\max(-a^T A^T U' - b^T B^T u') \\ &\text{s.t.}\ XC\lambda' - A^T v' = X_0 \\ &\qquad YC\lambda' + B^T u = Y_0 \\ &\qquad EC\lambda' = 1 \\ &\lambda' \geqq 0,\ v' \geqq 0,\ u' \geqq 0 \end{aligned} \tag{8}$$

如果 $$V = \{A^T\omega' \mid \omega' \geqq 0\}, U = \{B^T \mu' \mid \mu' \geqq 0\}, K = \{\lambda^T \mid \lambda^T C \geqq 0\}$$

这时问题($\hat{D}$)可化为如下线性规划问题：

$$\begin{aligned} &\min(\omega'^T AX_0 - \mu'^T BY_0 - \mu_0) \\ &\text{s.t.}\ \omega'^T AXC - \mu'^T BYC - \mu_0 EC \geqq b^T YC - a^T XC \\ &\quad \omega' \geqq 0,\ \mu' \geqq 0 \end{aligned} \tag{9}$$

在实际应用时，一般选取V，U，K为多面凸锥即可。因此，定理4实际上也解决了评价DEA(C^2ZL)有效性的计算问题。

3 DEA(C^2ZL)有效决策单元的存在性

对于一般情形的C^2ZL模型，不能保证DEA(C^2ZL)有效决策单元一定存在。但对于$K=E_n^+$的情形可以证明DEA(C^2ZL)有效决策单元的存在性。为此先证明如下结论。

定理5 当$K=E_n^+$时，多目标规划问题(VP)存在关于$V^* \times U^*$的非支配解。

证明 任取$(X_0,Y_0) \in \{(X_j,Y_j) \mid j=1,\cdots,n\}$. 考虑规划问题($\hat{P}$)。当$K=E_n^+$时，($\hat{P}$)化为

$$(\hat{P}_1): \max(a^T s^- + b^T s^+)$$

$$\text{s.t.}\ X\lambda + s^- = X_0,\ Y\lambda - s^+ = Y_0 \tag{10}$$
$$E\lambda = 1,\ \lambda \geqq 0,\ s^- \in V^*,\ s^+ \in -U^*$$

易知($\hat{P}_1$)的可行域不空且目标函数值有界。故($\hat{P}_1$)存在最优解。设其最优解为 λ^*，s^{*-}，s^{*+}. 令

$$\tilde{X} = X\lambda^* = X_0 - s^{*-},\tilde{Y} = Y\lambda^* = Y_0 + s^{*+}$$

显然$(\tilde{X},\tilde{Y})\in T$，如果$(\tilde{X},\tilde{Y})$不是(VP)关于 $V^*\times U^*$ 的非支配解，则存在$(\hat{X},\hat{Y})\in T$，使得

$$(\hat{X} - \tilde{X},\ -\hat{Y} + \tilde{Y}) \in (V^*,U^*),\ (\hat{X} - \tilde{X},\ -\hat{Y} + \tilde{Y}) \neq (0,0)$$

记 $\hat{X}-\tilde{X}=s^{0-}$,$\hat{Y}-\tilde{Y}=s^{0+}$，则 $s^{0-}\in V^*$，$s^{0+}-U^*$，且$(s^{0-},s^{0+})\neq(0,0)$. 由 $\hat{X}-\hat{Y}\in T$,存在 $\lambda\geqslant 0$ 和 $\hat{v}\in -V^*$，$\hat{u}\in U^*$，使

$$\hat{X} = X\hat{\lambda} + \hat{v},\quad \hat{Y} = Y\hat{\lambda} + \hat{u},\quad E\hat{\lambda} = 1$$

从而有

$$X\hat{\lambda} + \hat{v} - (X_0 - s^{*-}) = s^{0-},\ Y\hat{\lambda} + \hat{u} - (Y_0 + s^{*+}) = s^{0+}$$

再令
$$\hat{s}^- = s^{*-} - s^{0-} + \hat{v},\ \hat{s}^+ = s^{*+} + s^{0+} - \hat{u}$$

则有 $X\hat{\lambda}+\hat{s}^-=X_0$，$Y\hat{\lambda}-\hat{s}^+=Y_0$，且 $\hat{s}^-\in -V^*$，$\hat{s}^+\in U^*$. 即知，$\hat{\lambda}$，$\hat{s}^-$，$\hat{s}^+$是问题($\hat{P}_1$)的可行解。再由 $a\in \text{int}V$ 和 $b\in \text{int}U$ 和 $(s^{0-},\ s^{0+})\neq(0,\ 0)$ 可知

$$a^T\hat{v} - b^T\hat{u} \geqslant 0,\ -a^Ts^{0-} + b^Ts^{0+} > 0$$

从而有

$$a^T\hat{s}^- + b^T\hat{s}^+ > a^Ts^{*-} + b^Ts^{*+}$$

此与 λ^*，s^{*-}，s^{*+}为($\hat{P}_1$)的最优解相矛盾，所以$(\tilde{X},\tilde{Y})$即为(VP)关于 $V^*\times U^*$ 的非支配解。 （证毕）

定理 6 当 $K=E_n^+$ 时，至少存在一个决策单元是 DEA(C^2ZL)有效的。即 DEA$(V,U,E_n^+)\neq\phi$.

证明 由定理 4 知，只需证明存在$(X_0,Y_0)\in\{(X_j,Y_j)\mid j=1,\cdots,n\}$，它为(VP)关于 $V^*\times U^*$ 的非支配解。由定理 5，当 $K=E_n^+$ 时，(VP)存在关于 $V^*\times U^*$ 的非支配解$(\tilde{X},\tilde{Y})$。由$(\tilde{X},\tilde{Y})\in T$，存在 $\tilde{\lambda}\geqslant 0$ 和 $\tilde{v}\in -V^*$，$\tilde{u}\in U^*$，使

$$\tilde{X} = X\lambda + \tilde{v},\tilde{Y} = Y\lambda + \tilde{u},E\lambda = 1$$

假如$(X_j,Y_j)(j=1,\cdots,n)$均非(VP)关于 $V^*\times U^*$ 的非支配解，则存在 $\lambda^j\geqslant 0$，$v^j\in -V^*$，$u^j\in U^j$ $(j=1,\ \cdots,\ n)$，满足

$$(X\lambda^j + v^j,\ -Y\lambda^j - u^j) \leqslant (X_j,\ -Y_j),\ j = 1,\cdots,n$$
$$E\lambda^j = 1, j = 1,\cdots,n$$

从而有

$$\sum_{j=1}^{n}(X\lambda^j + v^j,\ -Y\lambda^j - u^j)\tilde{\lambda}_j \leqslant \sum_{j=1}^{n}(X_j - Y_j)\tilde{\lambda}_j = (X\tilde{\lambda},\ -Y\tilde{\lambda})$$

即有
$$\left(X\Big(\sum_{j=1}^{n}\tilde{\lambda}_j\lambda^j\Big) + \sum_{j=1}^{n}\tilde{\lambda}_jv^j,\ -Y\Big(\sum_{j=1}^{n}\tilde{\lambda}_j\lambda^j\Big) - \sum_{j=1}^{n}\tilde{\lambda}_ju^j\right) \leqslant (\tilde{X} - \tilde{v},\ -\tilde{Y} + \tilde{u})$$

记
$$\lambda^0 = \sum_{j=1}^{n}\tilde{\lambda}_j\lambda^j, v^0 = \sum_{j=1}^{n}\tilde{\lambda}_jv^j + \tilde{v}, u^0 = \sum_{j=1}^{n}\tilde{\lambda}_ju^j + \tilde{u}$$

则有 $$(X\lambda^0 + v^0, -Y\lambda^0 - u^0) \leqslant (\tilde{X}, -\tilde{Y})$$
且 $$\lambda^0 \geqslant 0,\ E\lambda^0 = 1,\ v^0 \in -V^*,u^0 \in U^*$$
此与$(\tilde{X},\tilde{Y})$为(VP)关于$V^* \times U^*$的非支配解相矛盾。(证毕)

对于$K \neq E_n^+$的情形,可以举出不同的例子说明,DEA(C^2ZL)有效决策单元可能存在也可能不存在。例子从略。

参 考 文 献

1 魏权龄. 评价相对有效性的 DEA 方法. 中国人民大学出版社, 1988

2 魏权龄, 岳明. 综合的 DEA 模型 C^2WY. 系统工程理论与实践, 1989, (4)

3 Ban-Israel A, Charnes A and Kortansk K O. Duality and Asymptotic Solvability Over Cones. Bulletin of the American Mathematical Society. 1969, (75)

4 Yu P L. Cone Convexity, Cone Extreme Point, and Nondominated Solutions in Decision Problems with Multiobjective. Journal of Optimization Theory and Applications, 1974, (14)

A Cone Ratio Data Envelopment Analysis Model and Related Conclusions

Zhang Ganzong Liu Jianxiong

(Department of System Engineering and Applied Mathematics)

Abstract

This paper studies a cone ratio data envelopment analysis model that not only can reflect the relative importance of various inputs (outputs) and the preference for some decision making units but also can purely evaluate the relative technical efficiency of decision making units. This paper put emphasis on discussing the relation between DEA efficiency corresponding to this model and nondominated solution of multiobjective programming and discussing the existence of effective decision making units. The conclusions concerned have been proved.

Key words data envelopment analysis, cone ratio, DEA efficiency, decision making unit nondominated solution