

## 载人飞船上升段轨道的 Newton 迭代设计法

陈克俊

(自动控制系)

**摘要** 本文对载人飞船上升段轨道的一种工程设计方法进行了探讨。该方法的特点是根据上升段飞行的特征,运用飞行力学原理选定其控制规律的数学模型,然后根据上升段轨道的中间约束条件和终端约束条件,利用 Newton 迭代法确定模型中的各待定参数。本文给出了该设计方法的流程图,并通过模拟计算论证了该设计方法的可行性。

**关键词** 载人飞船, 上升段, 轨道设计, 工程法, 控制规律

**分类号** V525

载人飞船作为天地往返运输系统的运输器,它往返于地面与空间站之间,其主要任务是为空间站运送人员和物资。根据载人飞船的使命,其整个飞行过程应包括上升段、轨道运行段和离轨返回再入段。上升段是载人飞船在运载火箭推力的作用下,离开地面进入到一个预定的等待轨道的飞行过程。

运用最优控制理论,研究上升段轨道设计的文章较多,但由于上升段运动模型复杂,要求满足的约束条件繁多,因此一般都存在着设计计算中的运动模型简化与收敛性等问题。为避免上述问题,本文以两级运载火箭作为运载工具的载人飞船为物理背景,对载人飞船上升段轨道的一种工程设计方法进行了探讨。该工程设计方法的特点是:根据飞行力学原理和上升段飞行的特点,先给出上升段的控制规律,即俯仰角  $\varphi(t)$  和方位角  $\psi(t)$  的数学模型,然后运用 Newton 迭代法确定模型中的各个待定参量,以满足上升段轨道的中间约束条件和终端约束条件。从而保证载人飞船在箭体分离时,以要求的精度进入到预定的等待轨道。

## 1 运动方程

以发射点地理惯性坐标系为参考系,该坐标系取发射点为其坐标原点  $o$ ,  $ox$  轴指向北极,  $oy$  轴沿该点铅垂线方向指向上,  $oz$  轴指向东,  $xoy$  平面与发射点子午面一致。那么在该坐标系下,载人飞船上升段飞行的运动方程可描述为

$$\dot{X} = F(X, u, t) \quad 0 \leq t \leq t_k \quad (1)$$

中间约束条件为

$$C_1(X, t_k) = 0 \quad (2)$$

终端约束条件为

$$C_2(X, t_k) = 0 \quad (3)$$

式中,  $X$  为飞行状态 (位置和速度),  $u$  为控制变量 (即箭体轴相对于发射点地理惯性坐标系的姿态角  $\varphi$  和  $\psi$ , 其中俯仰角  $\varphi$  定义为箭体轴与  $xoz$  平面间的夹角方位角  $\psi$  定义为箭体轴与  $xoy$  平面间的夹角),  $t$  为飞行时间,  $t_k$  为上升段终端时间或载人飞船入轨时间,  $t_{1k}$  为第 I 级关机时间。

根据载人飞船上升段飞行特点和飞行力学原理, 可将中间约束条件简化为主要考虑对 I 级关机点的速度倾角的要求, 终端约束条件表示为对入轨点的速度, 速度倾角, 地心距和轨道倾角的要求。显然上升段轨道设计的任务是在载人飞船各级运载特性已知的条件下, 通过选择其控制规律  $u$  (即选择俯仰角和方位角的变化规律:  $\varphi(t)$  和  $\psi(t)$ ), 使其飞行状态  $X$  在满足中间约束条件下, 满足终端约束条件。即以要求的精度进入预定的等待轨道。

## 2 $u$ 的数学模型

如上所述, 上升段轨道设计的核心是选择控制变量  $u$  的数学模型。也即选择  $\varphi(t)$  和  $\psi(t)$  的数学模型。运用飞行力学原理, 它们可分别选择如下。

### 2.1 方位角 $\psi(t)$

要保证载人飞船进入到预定的等待轨道, 重要条件之一是在箭体分离时, 载人飞船必须进入到预定的等待轨道平面内。要达到这一目的, 则需要正确地选择方位角  $\psi(t)$ 。通常在惯性坐标系中,  $\psi(t)$  仅取决于初始方位角 (即发射点方位角)  $\psi_0$ , 即

$$\psi(t) = \psi_0 \quad 0 \leq t \leq t_k \quad (4)$$

由于上升段运动很复杂, 一般很难通过解析方法确定  $\psi_0$ , 但考虑到轨道倾角  $i$  主要与方位角  $\psi_0$  的选择有关, 即有关系式

$$i = i(\psi_0) \quad (5)$$

故可通过寻求数值解法来确定  $\psi_0$ 。

### 2.2 俯仰角 $\varphi(t)$

基于载人飞船上升段飞行的特点, 可将俯仰角  $\varphi(t)$  的数学模型分级来进行讨论, 即选择其数学模型为:

$$\varphi(t) = \begin{cases} \varphi_1(t) & 0 \leq t \leq t_{1k} \\ \varphi_2(t) & t_{1k} < t \leq t_k \end{cases} \quad (6)$$

#### (1) 第 I 级俯仰角 $\varphi_1(t)$

载人飞船上升段第 I 级基本上是在稠密大气层内飞行, 为了减少大气层飞行段作用于载人飞船上的气动载荷和飞行速度的气动阻力损失及攻角损失, 根据飞行力学原理, 可采取先垂直起飞, 当各系统工作稳定时, 按程序转弯, 当飞行速度接近跨音速之前, 控制其按零攻角飞行, 实行重力转弯。其数学模型可选择为:

$$\varphi_1(t) = \begin{cases} 90^\circ & 0 \leq t \leq t_1 \\ \theta_T + \alpha(t) & t_1 < t \leq t_2 \\ \theta_T & t_2 < t \leq t_3 \\ \varphi_1(t_3) & t_3 < t \leq t_{1k} \end{cases} \quad (7)$$

式中,  $t_1$  为垂直飞行时间,  $t_2$  和  $t_3$  分别为重力转弯起止时间,  $t_{1k}$  为 I 级关机时间, 它们均可根据相应的已知条件确定。  $\theta_r$  为速度倾角。

$\alpha(t)$  由以下经验公式确定。

$$\alpha(t) = -4\alpha_m e^{-a(t-t_1)}(1 - e^{-a(t-t_1)}) \quad (8)$$

式中,  $a$  可由经验选定。

显然通过控制参量  $\alpha_m$ , 可实现中间约束条件, 即使第 I 级关机时速度倾角  $\theta_{1k}$  满足要求的值。那么通过数值求解

$$\theta_{1k} = \theta_{1k}(\alpha_m) \quad (9)$$

即可确定  $\alpha_m$ 。

(2) 第 II 级俯仰角  $\varphi_1(t)$

当上升段 I、II 级分离后, 载人飞船已基本上飞出稠密大气层。那么在设计第 II 级俯仰角  $\varphi_1(t)$  时, 可略去气动载荷对其轨道的影响, 而主要考虑怎样使有效载荷在 II 级火箭关机分离时, 达到所要求的运动状态, 满足其终端约束条件。为此, 可选择  $\varphi(t)$  的数学模型为:

$$\varphi_1(t) = \begin{cases} \varphi_1(t_{1k}) - \varphi_{1z}(t - t_{1k}) & t_{1k} \leq t < t_{1z} \\ \varphi_1(t_{1z}) - \varphi_{1y}(t - t_{1z}) & t_{1z} < t \leq t_k \end{cases} \quad (10)$$

式中:  $t_{1k}$ 、 $t_{1z}$ 、 $t_k$  分别为第 I 级、第 II 级主发动机和游动发动机关机时间, 它们均可根据总体特性选择确定。

显然模型中需要待定的参数是 II 级主机工作段的俯仰角速率  $\varphi_{1z}$  和 II 级游机工作段的俯仰角速率  $\varphi_{1y}$ 。如果用入轨点的速度要求值  $v_k^*$  来控制  $t_k$  (即当速度  $v(t) = v_k^*$  时, 确定为 II 级关机时间  $t_k$ ), 那么通过选择控制参量  $\varphi_{1z}$  和  $\varphi_{1y}$ , 即可保证满足入轨点的速度倾角  $\theta_k$  和地心距  $r_k$  的要求。即通过数值求解

$$\begin{cases} \theta_k = \theta_k(\varphi_{1z}, \varphi_{1y}) \\ r_k = r_k(\varphi_{1z}, \varphi_{1y}) \end{cases} \quad (11)$$

可确定  $\varphi_{1z}$  和  $\varphi_{1y}$ 。

### 3 $u$ 中待定参量的确定

$u$  中待定参量  $\psi_0$ 、 $\alpha_m$ 、 $\varphi_{1z}$  和  $\varphi_{1y}$  可利用数值解法求解关系式(5)、(9)和(11)来确定。这类问题的数值解法较多, 本文利用 Newton 迭代法来确定  $\psi_0$ 、 $\alpha_m$ 、 $\varphi_{1z}$  和  $\varphi_{1y}$ 。

#### 3.1 方位角待定参量 $\psi_0$

根据关系式(5), 假设载人飞船入轨点轨道倾角要求为  $i_k^*$ , 则  $\psi_0$  可按下述步骤确定:

先给定一初值  $\psi_0^{(0)}$ , 计算上升段轨道, 得到上升段终端参数  $i_k^{(0)}$ , 当给定精度为  $\epsilon_i$  时, 判断

$$|i_k^* - i_k^{(0)}| < \epsilon_i \quad (12)$$

是否成立。

若(12)式不成立, 则利用 Newton 迭代法求

$$\psi_0^{(1)} = \psi_0^{(0)} + \left[ \frac{i_k^* - i_k^{(0)}}{\partial i_k / \partial \psi_0} \right] \quad (13)$$

式中, 偏导数  $\frac{\partial i_k}{\partial \psi_0}$  可利用求差法数值求解, 即给出增量  $\delta\psi_0$ , 取  $\psi'_0 = \psi_0^{(0)} + \delta\psi_0$  计算上升段轨道, 得到上升段终端相应的参数  $i_k$ , 于是可求得

$$\frac{\partial i_k}{\partial \psi_0} = \frac{i_k - i_k^{(0)}}{\delta\psi_0} \quad (14)$$

若  $\psi_0^{(1)}$  仍不满足(12)式, 则重复上述步骤迭代计算, 直到满足为止。从而确定出  $\psi_0$

$\psi_0$  的迭代初值可由飞行力学原理估算为

$$\psi_0^{(0)} = \arcsin(\cos i_k^* / \cos \phi_0) \quad (15)$$

式中  $\phi_0$  为发射点的地心纬度。

### 3.2 I 级俯仰角待定参量 $\alpha_m$

根据关系式(9)

$$\theta_{1k} = \theta_{1k}(\alpha_m)$$

假设要求 I 级关机点的速度倾角为  $\theta_{1k}^*$ , 则  $\alpha_m$  可确定如下:

先给定一初值  $\alpha_m^{(0)}$ , 计算上升段第 I 级飞行轨道, 得到 I 级关机点参数  $\theta_{1k}^{(0)}$ 。当给定精度为  $\varepsilon_{\theta_1}$  时, 判断

$$|\theta_{1k}^* - \theta_{1k}^{(0)}| < \varepsilon_{\theta_1} \quad (16)$$

是否成立。

若(16)式不成立, 则利用 Newton 迭代公式求

$$\alpha_m^{(1)} = \alpha_m^{(0)} + \left[ \frac{\theta_{1k}^* - \theta_{1k}^{(0)}}{\partial \theta_{1k} / \partial \alpha_m} \right] \quad (17)$$

式中, 偏导数  $\frac{\partial \theta_{1k}}{\partial \alpha_m}$  可利用求差法数值求解, 即给出增量  $\delta\alpha_m$ , 取  $\alpha'_m = \alpha_m^{(0)} + \delta\alpha_m$ , 计算上升段 I 级飞行轨道, 得到 I 级关机点参数  $\theta_{1k}$ , 于是可求得

$$\frac{\partial \theta_{1k}}{\partial \alpha_m} = \frac{\theta_{1k} - \theta_{1k}^{(0)}}{\delta\alpha_m} \quad (18)$$

若  $\alpha_m^{(1)}$  仍不满足条件(16)式, 重复上述计算, 直到(16)式满足为止。从而确定出  $\alpha_m$ 。 $\alpha_m$  的迭代初值可选取某经验值。

### 3.3 II 级俯仰角待定参量 $\phi_{1z}$ 和 $\phi_{1x}$

根据关系式(11), 假设载人飞船上升段终端要求速度倾角和地心距分别为  $\theta_k^*$  和  $r_k^*$ , 则  $\phi_{1z}$  和  $\phi_{1x}$  可确定如下:

先给定一组初值  $\phi_{1z}^{(0)}$  和  $\phi_{1x}^{(0)}$ , 计算上升段 II 级飞行轨道, 得到一组终端参数  $\theta_k^{(0)}$  和  $r_k^{(0)}$ 。当给定精度  $\varepsilon_{\theta_k}$  和  $\varepsilon_{r_k}$  时, 判断下述条件

$$\begin{cases} |\theta_k^* - \theta_k^{(0)}| < \varepsilon_{\theta_k} \\ |r_k^* - r_k^{(0)}| < \varepsilon_{r_k} \end{cases} \quad (19)$$

是否成立。

若条件(19)式不成立, 则利用 Newton 迭代公式求解:

$$\begin{bmatrix} \phi_{1z}^{(1)} \\ \phi_{1y}^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{1z}^{(0)} \\ \phi_{1y}^{(0)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial \theta_k}{\partial \phi_{1z}} & \frac{\partial \theta_k}{\partial \phi_{1y}} \\ \frac{\partial r_k}{\partial \phi_{1z}} & \frac{\partial r_k}{\partial \phi_{1y}} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \theta_k^* - \theta_k^{(0)} \\ r_k^* - r_k^{(0)} \end{bmatrix} \quad (20)$$

上式中的雅可比阵可由求差法获得。即给出一组增量  $(\delta\phi_{1z}, \delta\phi_{1y})$ ，取两组参量：

$$\begin{bmatrix} \phi_{1z1} \\ \phi_{1y1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{1z}^{(0)} \\ \phi_{1y}^{(0)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta\phi_{1z} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$\begin{bmatrix} \phi_{1z2} \\ \phi_{1y2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{1z}^{(0)} \\ \phi_{1y}^{(0)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta\phi_{1z} \\ \delta\phi_{1y} \end{bmatrix} \quad (22)$$

分别计算上升段 I 级飞行轨道，得到相应的两组终端参数： $(\theta_{k1}, r_{k1})$ 和 $(\theta_{k2}, r_{k2})$ ，于是利用求差法可求得雅可比阵：

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \theta_k}{\partial \phi_{1z}} & \frac{\partial \theta_k}{\partial \phi_{1y}} \\ \frac{\partial r_k}{\partial \phi_{1z}} & \frac{\partial r_k}{\partial \phi_{1y}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_{k1} - \theta_k^{(0)} & \theta_{k2} - \theta_{k1} \\ \delta\phi_{1z} & \delta\phi_{1y} \\ r_{k1} - r_k^{(0)} & r_{k2} - r_{k1} \\ \delta\phi_{1z} & \delta\phi_{1y} \end{bmatrix} \quad (23)$$

若  $(\phi_{1z}^{(1)}, \phi_{1y}^{(1)})$  仍不满足条件 (19) 式，则重复上述计算，直至条件 (19) 式满足为止。

$\phi_{1z}, \phi_{1y}$  的迭代初值可选取某经验值。

#### 4 轨道设计流程图

综上所述，可将载人飞船上升段轨道设计过程用流程示意图 (图 1) 表示。

#### 5 模拟计算结果分析

假设载人飞船总体特性已知，其终端约束条件为给定的一组等待轨道的入轨参数： $(r_k^*, v_k^*, \theta_k^*, \tau_k^*)$ ，中间约束条件为 I 级关机点的速度倾角要求值  $\theta_{ik}^*$ 。在上述条件下，其模拟计算结果如图 2 所示。

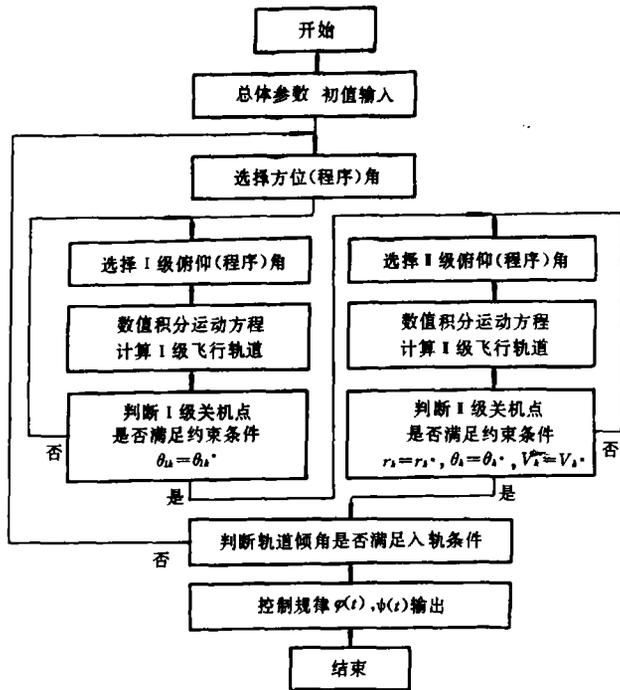


图 1 上升段轨道设计流程图

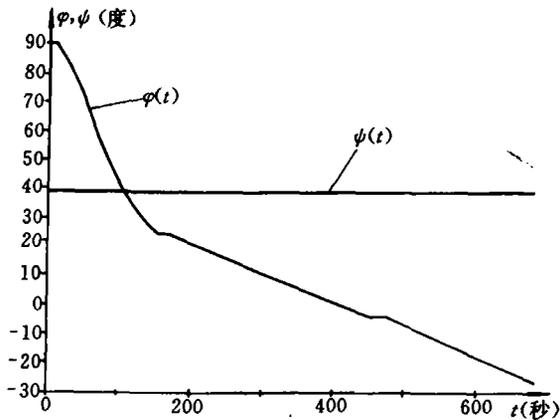


图 2 控制变量  $\varphi(t), \psi(t)$  曲线

模拟计算结果分析表明,按图 2 所示的控制规律所确定的载人飞船上升段轨道良好地满足了中间约束条件和终端约束条件。其中间参数偏差和终端参数偏差如表 1 所示。

本文在假定载人飞船的总体特性已知的条件下,讨论了上升段轨道设计的一种工程方法。文中根据载人飞船上升段飞行特点,运用飞行力学原理选定其控制变量

(方位角  $\psi(t)$  和俯仰角  $\varphi(t)$ ) 的数学模型,并利用 Newton 迭代法确定其待定参数,良好地保证了上升段轨道的中间约束条件和终端约束条件的满足。模拟计算结果证明了该方法是可行的,而且其迭代收敛速度较快。文中虽未讨论轨道优化问题,但若将有效载荷视为未知,并将其作为轨道优化的性能指标,那么通过适当增加相应的调整参量进行类似的迭代选择。该工程设计方法仍具有一定的实用性。

表 1 参数偏差值

偏差名称	偏差上限值
终端轨道倾角偏差 $\Delta i_k$	0.01 度
终端速度倾角偏差 $\Delta \theta_k$	0.01 度
终端速度大小偏差 $\Delta v_k$	0.01 米/秒
终端点地心距偏差 $\Delta r_k$	0.5 米
中间速度倾角偏差 $\Delta \theta_{1k}$	0.01 度

### 参 考 文 献

- 1 李思强. 载人飞船工程学概论. 科学出版社, 1985
- 2 任董. 人造卫星轨道力学. 国防科技大学出版社, 1988
- 3 贾沛然等. 弹道导弹弹道学. 国防科技大学, 1980
- 4 席少霖等. 最优计算方法. 上海科学技术出版社, 1983

## Newton Iterative Design Approach for Manned Spacecraft Ascent Trajectory

Chen Kejun

(Department of Automatic Control)

### Abstract

In this paper, the engineering design approach of manned spacecraft ascent trajectory is described. The mathematical model of control law is selected based on ascent flight property and flight dynamics principle. All the undertermined parameters are determined by using Newton iterative method based on ascent trajectory intermediate and terminal constraint conditions. Its flow chart is given and its correctness is proved by analog computation.

**Key words** manned spacecraft, ascent trajectory, engineering approach, control law