

## 大型空间结构姿态动力学和控制

李立新 黄圳珪

(自动控制系)

**摘要** 本文提出了一个带大型太阳帆板的飞船和一个带液体贮箱的飞船对接而成的大型空间结构,采用有限元法和模态综合法建立系统的姿态动力学方程,并进一步设计了一个鲁棒的模型参考自适应控制系统,且对此系统进行了数字仿真。

**关键词** 大型空间结构, 姿态动力学, 姿态控制, 自适应控制

**分类号** V556.1

大型航天器一般是由多个弹性部件与贮液贮箱组成的空间结构。本文提出一个有代表性的空间结构,由一个带太阳电池翼的主动飞船 I 同一个带液体贮箱的被动飞船 II 对接而成的飞船组合体。根据组合体的特点,动力学建模采用有限元和模态综合技术。考虑到组合体模型维数高需要作截断处理,且求得的模态参数有较大误差,因此本文的控制器是采用多变量模型参考自适应算法,以提高系统的鲁棒性。

## 1 姿态动力学方程

根据飞船组合体结构的特点,分成两个子结构。第一子结构为飞船 I,带有两块对称安装的弹性太阳电池翼。电池翼可认为是悬臂矩形薄板。采用有限元法计算其模态参数。第二子结构为飞船 II,液体晃动模型参数是用边界元法进行计算,并用弹簧振子模型等价。

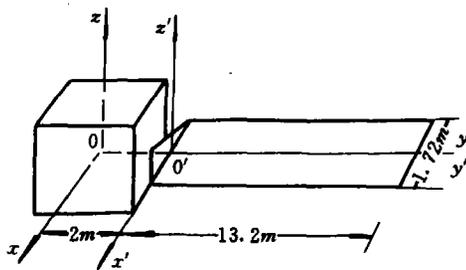


图1 动力学模型

## 1.1 飞船 I 动力学模型

电池翼与飞船 I 中心体的相对位置如图 1 示。电池翼未变形时,中性面  $ox'y'$  重合于飞船体坐标系  $oxyz$  的  $oxy$  平面,两电池翼对称安装。

对电池翼先用有限元方法建立其振动方程,然后用子空间迭代法分别计算薄板平面内振动与弯曲振动的前三个低阶模态,考虑到平面内振动的三个低阶频率较弯曲振动的

三个低阶频率大一个数量级，因此根据一般的模态截断准则，仅将弯曲振动的三个低阶模态耦合到飞船 I 的姿态动力学方程中<sup>[1]</sup>。

于是得飞船 I 的姿态动力学方程<sup>[2]</sup>

$$\begin{cases} \underline{I}_1 \ddot{\bar{\theta}} - 2\underline{c} \ddot{\bar{\eta}} = \underline{\bar{L}}_1 \\ \ddot{\bar{\eta}} + \underline{\Delta}_N \bar{\eta} - \underline{C}^T \ddot{\bar{\theta}} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

式中， $\bar{\theta}$  为飞船组合体姿态角， $I_1$  为加于飞船 I 的控制力矩， $\underline{I}_1$  为飞船 I 对体轴的惯量张量， $\omega_1, \omega_2, \omega_3$  为电池翼弯曲振动三个低阶频率， $\bar{\eta}$  为相应的模态坐标， $\underline{C}$  为相应的耦合系数矩阵。且计算公式如下：

$$\underline{I}_1 = \begin{bmatrix} I_{x1} & 0 & 0 \\ 0 & I_{y1} & 0 \\ 0 & 0 & I_{z1} \end{bmatrix}, \quad \underline{C} = \begin{bmatrix} c_1 & c_2 & c_3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\Delta}_N = \text{diag}[\omega_1^2 \quad \omega_2^2 \quad \omega_3^2], \quad \underline{\bar{L}}_1 = [u_{x1} \quad u_{y1} \quad u_{z1}]^T$$

$$\bar{\theta} = [\theta_x \quad \theta_y \quad \theta_z]^T, \quad \bar{\eta} = [\eta_1 \quad \eta_2 \quad \eta_3]^T$$

式(1)也可进一步写为

$$\underline{M}_1 \ddot{\bar{q}}_1 + \underline{K}_1 \bar{q}_1 = \underline{B}_1 \underline{\bar{L}}_1 \quad (2)$$

式中， $\underline{M}_1$  与  $\underline{K}_1$  为飞船 I 的质量矩阵和刚度矩阵。且

$$\bar{q}_1 = [\theta_x \quad \theta_y \quad \theta_z \quad \eta_1 \quad \eta_2 \quad \eta_3]^T; \quad \underline{B}_1 = \begin{bmatrix} \underline{E}_3 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix}_{6 \times 3} \quad (\underline{E}_3 \text{ 为三阶单位矩阵})$$

$$\underline{M}_1 = \begin{bmatrix} I_{x1} & 0 & 0 & -2c_1 & -2c_2 & -2c_3 \\ 0 & I_{y1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{z1} & 0 & 0 & 0 \\ -2c_1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ -2c_2 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ -2c_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}; \quad \underline{K}_1 = \begin{bmatrix} 0 & & & & & \\ & 0 & & & & \\ & & 0 & & & \\ & & & 2\omega_1^2 & & \\ & & & & 2\omega_2^2 & \\ & & & & & 2\omega_3^2 \end{bmatrix}$$

## 1.2 飞船 II 动力学模型

飞船 II 带有大型贮液贮箱，在航天飞行中，液体晃动对航天器的精确姿态控制有很大影响，利用边界元方法可计算得微重力条件下液体晃动的一阶近似解<sup>[2]</sup>，此晃动解的特性通常是用弹簧振子模型进行等效。因此考虑液体晃动的飞船 II，其姿态动力学方程可写成<sup>[1]</sup>

$$\underline{M}_2 \ddot{\bar{q}}_2 + \underline{K}_2 \bar{q}_2 = \underline{B}_2 \underline{\bar{L}}_2 \quad (3)$$

式中

$$\bar{q}_2 = [\epsilon_x \quad \epsilon_y \quad \theta_x \quad \theta_y \quad \theta_z]^T$$

$$\underline{M}_2 = \begin{bmatrix} m_p & 0 & 0 & m_p z_p & 0 \\ 0 & m_p & -m_p z_p & 0 & 0 \\ 0 & -m_p z_p & I_{x2} & 0 & 0 \\ m_p z_p & 0 & 0 & I_{y2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_{z2} \end{bmatrix}; \quad \underline{K}_2 = \begin{bmatrix} m_p \omega_p^2 & & & & 0 \\ & m_p \omega_p^2 & & & \\ & & 0 & & \\ & & & 0 & \\ 0 & & & & 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{B}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ \dots \\ \underline{E}_3 \end{bmatrix}_{5 \times 3}; \quad \underline{L}_2 = \begin{bmatrix} \underline{u}_{x2} \\ \underline{u}_{y2} \\ \underline{u}_{z2} \end{bmatrix}$$

$\underline{M}_2$  与  $\underline{K}_2$  分别为飞船 I 的质量矩阵和刚度矩阵,  $\omega_p$  为晃动一阶频率,  $z_p$  为等效模型的位置参数。  $\epsilon_x, \epsilon_y$  为等效模型的模态坐标。

### 1.3 飞船组合体状态方程

飞船 I 与飞船 II 对接后, 要根据对接装置的位移协调关系, 可用模态子结构法<sup>[3]</sup>得到飞船组合体的动力学方程

$$\underline{M} \ddot{\bar{q}} + \underline{K} \bar{q} = \underline{B} \bar{u}_p \quad (4)$$

式中,  $\underline{M}$  与  $\underline{K}$  为组合体的质量矩阵与刚度矩阵。

$$\bar{q} = [\theta_x \theta_y \theta_z \eta_1 \eta_2 \eta_3 \epsilon_x \epsilon_y]^T$$

再设安装在飞船体坐标系三轴上的敏感器能测得姿态角和姿态角速率, 则系统的量测方程可表示为

$$\bar{y} = \underline{C}[\alpha \dot{\bar{q}} + \bar{q}] \quad 0 < \alpha < 1 \quad (5)$$

式中,  $\alpha$  为姿态角加权因子

$$\underline{C} = [\underline{E}_3 : 0]_{3 \times 8}$$

现引入归一化特征矢量矩阵  $\Phi$ , 满足如下正交条件

$$\Phi^T \underline{M} \Phi = \underline{E}_8 \quad \Phi^T \underline{K} \Phi = \underline{\Lambda} \quad (6)$$

式中  $\underline{\Lambda} = \text{diag}[\Omega_1^2 \dots \Omega_8^2]$

$\Omega_i$  ( $i=1, 2, \dots, 8$ ) 为方程 (4) 的特征值, 作变换

$$\bar{q} = \Phi \bar{x}$$

代入式(4), 并左乘  $\Phi^T$ , 则由条件(6)可得

$$\ddot{\bar{x}} + \underline{\Lambda} \bar{x} = \Phi^T \underline{B} \bar{u}_p \quad (7)$$

上式称为飞船组合体的模态坐标方程, 如引入阻尼项, 则得含阻尼的模态坐标方程

$$\ddot{\bar{x}} + 2\underline{S} \underline{\Lambda}^{\frac{1}{2}} \dot{\bar{x}} + \underline{\Lambda} \bar{x} = \Phi^T \underline{B} \bar{u}_p \quad (8)$$

$$\bar{y} = \underline{C} \Phi (\alpha \dot{\bar{x}} + \bar{x})$$

再引入状态变量  $\bar{x}_p = [\bar{x} : \dot{\bar{x}}]^T$ , 则上式可写为状态方程形式

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}}_p = \underline{A}_p \bar{x}_p(t) + \underline{B}_p \bar{u}_p \\ \bar{y}_p = \underline{C}_p \bar{x}_p(t) \end{cases} \quad (9)$$

式中

$$\underline{A}_p = \begin{bmatrix} 0 & \vdots & \underline{E}_8 \\ -\underline{\Lambda} & -2\underline{\zeta} & \underline{\Lambda}^{\frac{1}{2}} \end{bmatrix}, \quad \underline{B}_p = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ \underline{\Phi}^T \underline{B} \end{bmatrix}$$

$$\underline{C}_p = [\underline{\alpha} \underline{C} \underline{\Phi} : \underline{C} \underline{\Phi}];$$

$$\underline{\zeta} = \text{diag}[\zeta_1 \zeta_2 \cdots \zeta_8]; \quad \underline{\Lambda}^{\frac{1}{2}} = \text{diag}[\Omega_1 \Omega_2 \cdots \Omega_8]$$

## 2 自适应控制算法

受控系统(9), 式中,  $\bar{x}_p \in R^{16 \times 1}$ ,  $\bar{y}_p \in R^{3 \times 1}$ , 当为单体控制时  $\bar{u}_p \in R^{3 \times 1}$ , 且  $\bar{u}_p = \bar{L}_1$ ; 当为双体控制时  $\bar{u}_p \in R^{6 \times 1}$ , 且  $\bar{u}_p = [\bar{L}_1 \bar{L}_2]^T$ 。本文是考虑单体控制。易证系统(9)是可控与可观的<sup>[2]</sup>。

设参考模型为

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}}_m = \underline{A}_m \bar{x}_m + \underline{B}_m \bar{u}_m \\ \bar{y}_m = \underline{C}_m \bar{x}_m \end{cases} \quad (10)$$

式中,  $\bar{x}_m \in R^{6 \times 1}$ ,  $\bar{y}_m \in R^{3 \times 1}$ ,  $\bar{u}_m \in R^{3 \times 1}$ , 系统(10)是渐近稳定的。

控制系统的任务就是在系统参数( $\underline{A}_p, \underline{B}_p, \underline{C}_p$ )存在误差或不完全确定, 以及有外部或内部干扰的情况下, 能找到控制量  $\bar{u}_p$ , 实现系统输出  $\bar{y}_p$  对参考模型输出  $\bar{y}_m$  渐近跟踪或有界跟踪。

设系统(9)的理想状态为  $\bar{x}_p^*$ , 即满足

$$\bar{y}_p^* = \underline{C}_p \bar{x}_p^* = \underline{C}_m \bar{x}_m = \bar{y}_m \quad (11)$$

相应的理想输入为  $\bar{u}_p^*(t)$ , 且满足

$$\dot{\bar{x}}_p^* = \underline{A}_p \bar{x}_p^* + \underline{B}_p \bar{u}_p^* \quad (12)$$

定义系统状态误差  $\bar{e}_x(t)$  为

$$\bar{e}_x = \bar{x}_p^* - \bar{x}_p \quad (13)$$

则由(9)(12)式得到系统误差模型

$$\begin{cases} \dot{\bar{e}}_x = \underline{A}_p \bar{e}_x + \underline{B}_p (\bar{u}_p^* - \bar{u}_p) \\ \bar{e}_y = \underline{C}_p \bar{e}_x \end{cases} \quad (14)$$

采用超稳定性原理可得到系统输出渐近跟踪所要求的控制信号  $\bar{u}_p$  满足<sup>[3]</sup>

$$\begin{cases} \bar{u}_p = \underline{K}(t) \bar{r}(t) \\ \bar{r}(t) = [\bar{e}_y(t) : \bar{x}_m(t) : \bar{u}_m(t)]^T \\ \underline{K}(t) = [\underline{K}_e(t) : \underline{K}_x(t) : \underline{K}_u(t)]^T \\ \quad = \underline{K}_p(t) + \underline{K}_I(t) \end{cases} \quad (16)$$

式中,  $\underline{K}_e$ 、 $\underline{K}_x$ 、 $\underline{K}_u$  分别与  $\bar{e}_y$ 、 $\bar{x}_m$ 、 $\bar{u}_m$  有相应的维数, 且分别称  $\underline{K}_p$  与  $\underline{K}_I$  为反馈增益  $\underline{K}$  的比例部分与积分部分, 其表示式分别为

$$\begin{cases} \underline{K}_p = \bar{e}_y \bar{r}^T T \\ \underline{K}_I = -\sigma \underline{K}_I + \bar{e}_y \bar{r}^T T \quad \sigma > 0 \end{cases} \quad (17)$$

式中,  $T$  为相应维数的正定矩阵,  $\bar{T}$  为相应维数的正定或半正定矩阵,  $T$  与  $\bar{T}$  为常值加权矩阵, 其值是根据系统动态与稳态品质来选择。

系统输出实现有界跟踪的充分条件是传递函数矩阵  $G(s) = C_p(SE - A_p + B_p \bar{K}_e C_p)^{-1} B_p$  正实。式中  $\bar{K}_e$  是一虚拟矩阵。可以证明系统模型(13)满足上述的充分条件。

根据上述算法设计的模型参考自适应控制系统框图表示于图 2, 图中内环控制用于刚性模式的增稳, 滤波环节用以消除输出噪声的影响, 提高输出跟踪精度, 降低控制量  $\bar{u}_p^{(3)}$  的幅值。

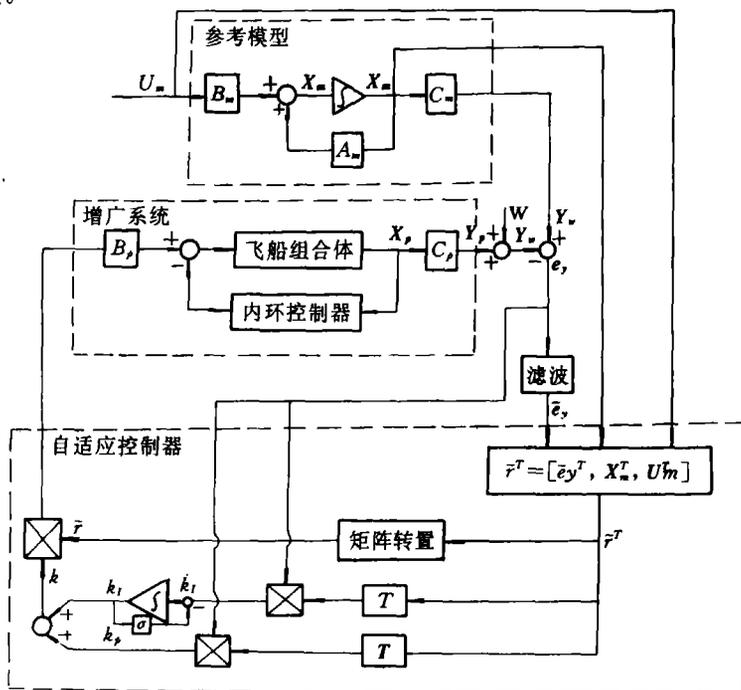


图 2 自适应控制系统框图

### 3 仿真结果与结语

仿真采用的飞船 I 与飞船 II 的质量矩阵与刚度矩阵的参数如下:

$$\underline{M}_1 = \begin{bmatrix} 6860.810 & 0 & 0 & -109.386 & -24.904 & -11.291 \\ 0 & 25314.740 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 24126.890 & 0 & 0 & 0 \\ -109.386 & 0 & 0 & 2.000 & 0 & 0 \\ -24.904 & 0 & 0 & 0 & 2.000 & 0 \\ -11.291 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2.000 \end{bmatrix};$$

$$\underline{K}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.00814 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.31985 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2.50764 \end{bmatrix}$$

$$\underline{M}_2 = \begin{bmatrix} 81.219 & 0 & 0 & 5.057 & 0 \\ 0 & 81.219 & -5.057 & 0 & 0 \\ 0 & -5.057 & 66861.120 & 0 & 0 \\ 5.057 & 0 & 0 & 25315.100 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 24127.210 \end{bmatrix};$$

$$\underline{K}_2 = \begin{bmatrix} 0.5798 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5798 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

参考模型采用俯仰、偏航、滚动三通道解耦的二阶阻尼系统，仿真时仅考虑姿态稳定过程的控制，相应有  $u_m=0$ 。加权矩阵  $T$  与  $\bar{T}$  选为

$$T = \text{diag}$$

$$[10^6 \ 10^7 \ 10^6 : 10^5 \ 10^5 \ 10^5 \ 10^5 \\ 10^5 \ 10^5 : 0 \ 0 \ 0]$$

$$\bar{T} = \text{diag}$$

$$[10^5 \ 10^6 \ 10^5 : 10^3 \ 10^3 \ 10^3 \ 10^3 \\ 10^3 \ 10^3 : 0 \ 0 \ 0]$$

仿真中取初始姿态角偏差为  $5^\circ$ ，初始角速度偏差  $2^\circ/\text{s}$ ， $\alpha=0.2$ 。

图 3、4、5 为自适应系统的响应曲线， $Y_{1p}$  与  $Y_{1m}$  为系统与参考模型在滚动通道的输出。 $Y_{2p}$  与  $Y_{2m}$  为俯仰角通道的输出， $u_{p1}$  为滚动通道的控制力矩。

图 3 是不考虑输出干扰的响应曲线，图 4 是存在输出噪声影响，但未加滤波环节的响应曲线，图 5 是存在输出噪声影响，但加了滤波环节。其输出响应曲线平滑，且终值误差较小。

大量的仿真结果表明，所提的控制算法对系统参数误差敏感，例如对频率误差 40%，振型误差 30%，都能保持良好的鲁棒性，因此上述控制算法对大型空间结构控制系统设计有其实际意义。

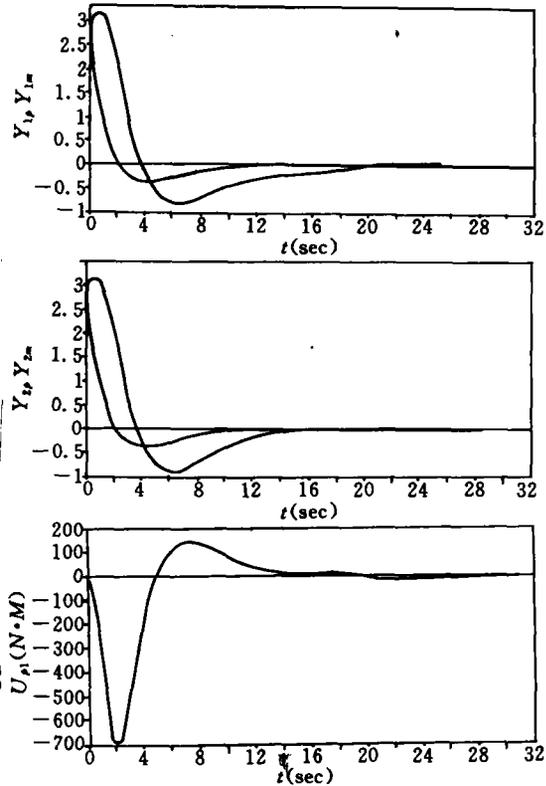


图 3 不考虑输出干扰的响应曲线

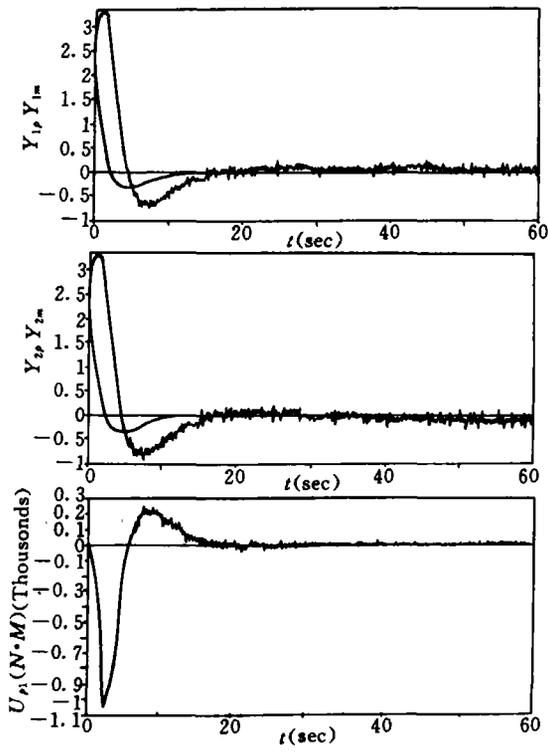


图 4 存在输出噪声响应曲线 (未滤波)

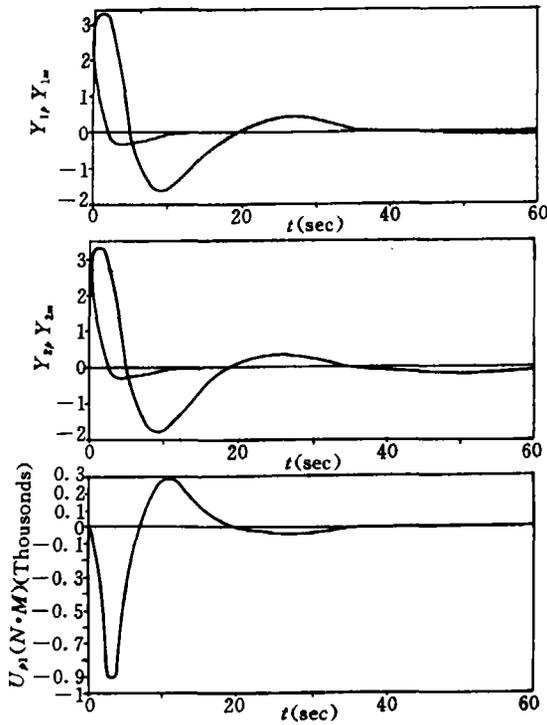


图 5 存在输出噪声的响应曲线 (加滤波)

## 参 考 文 献

- 1 庞湘萍. 考虑挠性太阳帆板振动和液体晃动的卫星姿态动力学和控制. 国防科技大学硕士论文, 1990
- 2 黄圳珪, 赵志建. 大型航天器动力学和控制. 国防科技大学出版社, 1990
- 3 李立新, 黄圳珪. 飞船组合体姿态动力学建模和控制. 全国首届载人飞船制导与控制技术会议, 1990
- 4 Broussard I R and O'Brien M J. Feedforward Control to Track the Output of a Forced Model, 17th IEEE CDC, 1149~1154
- 5 Bar-Kana I, Kanfman H. Some Applications of Direct Adaptive Control to Large Structural Systems. J. of Guidance and Control, 1984

# The Attitude Dynamics and Control of Large Space Structure

Li Lixin Huang Zhengui  
(Department of Automatic Control)

### Abstract

In this paper, a Large Space Structure (LSS) docked by a ship with flexibly large-scale sun panels and a ship with a liquid tank is discussed. By using the finite-element method and model synthesis analysis, attitude dynamics of plants is obtained, then a adaptive control system with a robust model reference is designed and simulations is also given.

**Key words** large space structure, attitude control, adaptive control, attitude dynamics