

一种确定光弹贴片中主应变的近似方法

张帆

(航天技术系)

摘要 本文提出了一种用于确定光弹贴片中主应变分离的新方法。该方法是通过在贴片上钻小孔,取孔边沿两个主应力方向的条纹级数比近似等于主应变比进行主应变分离的。文中论述了该方法的原理,推导出一近似公式,并得典型实验验证。研究表明这种方法使用简便,具有工程应用价值。

关键词 光弹贴片, 钻孔法, 等差线, 等倾线

分类号 O348.1

光弹贴片法是将具有暂时双折射性质的光弹性材料制成薄片,粘贴在结构物的表面上,当物体受力发生变形时,藉助反射式偏光仪,可以观测到反应主应变差值大小的等差线条纹图及主应力方向的等倾线图。两类绚丽的光图直观描绘了物面全场变形的特点,通过对条纹图的分析,确定场内各点的应变及应力值。由于该方法具有现场应用简便及直观的优点,已成为一种重要的表面应变测量手段,在工业部门中得到了广泛的应用。光弹贴片具有较宽的线性变形范围,它也是弹塑性及塑性等大变形测量的有力手段。

光弹贴片已有四十多年的应用历史,在它的发展过程中一直存在着两种困难。其一是贴片材料的光学灵敏度低,现已开始用聚碳酸脂材料代替环氧树脂材料,使灵敏度提高一倍。其二是分离主应变的困难,目前常用有斜射法、条带法、电测法及数值解法等^{[1]~[2]}。然而,这些方法在使用中都存在一些令人不满意的地方。斜射法读数困难,分离应变精度极低;条带法制条麻烦,不适合曲面使用;电测法精度高,用的比较多,但需另配一套电测仪器,现场使用不方便;数值解法要求提供高精度的边界条件,实际难以实现。针对目前在分离主应变上存在的困难,本文提出一种钻孔近似求解法,能够比较简便迅速地分离主应变。它与文献[4]中提出的钻孔法不同,不需要单独求解孔边两点的主应力,只要条纹级数比,因而更实用些。

1 方法原理

设想当光弹贴片与结构物同时变形时,在贴片上钻一个直径很小的孔,使其应变能得到释放,贴片恢复到自然状态。这时,利用孔边的条纹级数变化,建立一个补充条件,

* 1991年5月6日收稿

来帮助分离主应变。

首先, 假设在孔边的小区域内, 贴片受力符合平面应力状态, 且受力均匀。这样假设, 忽略了贴片随结构一同变形及泊松比不匹配的影响, 会引起一定的误差。但考虑到钻孔直径很小, 在应变梯度变化不大的情况下, 所引起的误差对工程应用还是可以接受的。

在假设的前提下, 小孔附近的单元可表示成

图 1 所示的受力状态。

利用弹性力学^[5]的单向应力状态下孔边应力集中公式, 有

$$\sigma_r = \frac{\sigma}{2} \left(\frac{1-a^2}{r^2} \right) + \frac{\sigma}{2} \left(1 + \frac{3a^4}{r^4} - \frac{4a^2}{r^2} \right) \cos 2\theta$$

$$\sigma_\theta = \frac{\sigma}{2} \left(1 + \frac{a^2}{r^2} \right) - \frac{\sigma}{2} \left(1 + \frac{3a^4}{r^4} \right) \cos 2\theta$$

$$\tau_{r\theta} = -\frac{\sigma}{2} \left(1 - \frac{3a^4}{r^4} + \frac{2a^2}{r^2} \right) \sin 2\theta$$

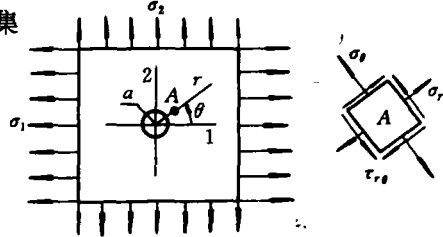


图 1 钻孔受力状态示意图

对图 1 示的双向应力状态, 由弹性范围内的线性叠加原理可写出如下三个表达式, 即

$$\sigma_r = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{a^2}{r^2} \right) (\sigma_1 + \sigma_2) + \frac{1}{2} \left(1 + \frac{3a^4}{r^4} - \frac{4a^2}{r^2} \right) \left[\sigma_1 \cos 2\theta + \sigma_2 \cos 2 \left(\theta - \frac{\pi}{2} \right) \right] \quad (1)$$

$$\sigma_\theta = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{a^2}{r^2} \right) (\sigma_1 + \sigma_2) - \frac{1}{2} \left(1 + \frac{3a^4}{r^4} \right) \left[\sigma_1 \cos 2\theta + \sigma_2 \cos 2 \left(\theta - \frac{\pi}{2} \right) \right] \quad (2)$$

$$\tau_{r\theta} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{3a^4}{r^4} + \frac{2a^2}{r^2} \right) \left[\sigma_2 \sin 2 \left(\theta - \frac{\pi}{2} \right) - \sigma_1 \sin 2\theta \right] \quad (3)$$

沿主应力方向 1, 即 $\theta=0^\circ$, 取 σ_{r1} 与 $\sigma_{\theta 1}$; 沿主应力方向 2, 即 $\theta=\frac{\pi}{2}$, 取 σ_{r2} 与 $\sigma_{\theta 2}$ 。然后分别代入公式(1)与(2), 求出主应力差表达式:

$$\Delta\sigma_1 = \sigma_{r1} - \sigma_{\theta 1} = -\frac{a^2}{r^2} (\sigma_1 + \sigma_2) + \left(1 + \frac{3a^4}{r^4} - \frac{2a^2}{r^2} \right) (\sigma_1 - \sigma_2) \quad (4)$$

$$\Delta\sigma_2 = \sigma_{r2} - \sigma_{\theta 2} = -\frac{a^2}{r^2} (\sigma_1 + \sigma_2) - \left(1 + \frac{3a^4}{r^4} - \frac{2a^2}{r^2} \right) (\sigma_1 - \sigma_2) \quad (5)$$

$$\frac{\Delta\sigma_2}{\Delta\sigma_1} = \frac{\sigma_1 - A\sigma_2}{\sigma_2 - A\sigma_1} \quad (6)$$

式中, $A = \frac{\frac{3a^2}{r^2} - 1 - \frac{3a^4}{r^4}}{\frac{a^2}{r^2} - 1 - \frac{3a^4}{r^4}}$

当取 $r=a$ 时, 即在孔边上, $A=\frac{1}{3}$ 。

由平面应力状态假设, 对孔中心点可写出主应变与主应力关系方程式为

$$\epsilon_1 = \frac{1}{E} (\sigma_1 - \mu\sigma_2) \quad (7)$$

$$\epsilon_2 = \frac{1}{E} (\sigma_2 - \mu\sigma_1) \quad (8)$$

(7)式除以(8)式,得孔中心点的主应变比为

$$\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} = \frac{\sigma_1 - \mu\sigma_2}{\sigma_2 - \mu\sigma_1} \quad (9)$$

比较(6)与(9)两式,可以看出,若用 μ 代替 A ,得

$$\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \approx \frac{\Delta\sigma_2}{\Delta\sigma_1} \quad (10)$$

事实上,在孔边处, μ 与 A 的取值差别不大,取其近似相等在工程上是允许的。再由贴片的应力光律关系式

$$\Delta\sigma_2 = \frac{f_c}{2h}N_2, \quad \Delta\sigma_1 = \frac{f_c}{2h}N_1$$

代入(10)式得分离主应变的补充方程

$$\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \approx \frac{N_2}{N_1} \quad (11)$$

式中, N_2 与 N_1 分别为孔边沿主应力方向的条纹级数,孔中心点的主应变差由未钻孔时的条纹级数 N 求得

$$\epsilon_1 - \epsilon_2 = \frac{f_c}{2h}N \quad (12)$$

式中, f_c 为贴片材料的应变条纹值, h 为贴片厚度。从(11)与(12)式联立分离出 ϵ_1 与 ϵ_2 的值。

2 近似公式应用问题讨论

2.1 近似公式的误差分析

近似公式(11)的误差,从理论推导上看,主要是来自用 μ 代替 A 引起的误差。这里的 μ 是指贴片材料的泊松比,现常用的贴片材料有两种,即

环氧树脂贴片, $\mu=0.38$;

聚碳酸脂贴片, $\mu=0.36\sim 0.38$ 。

若用 $\mu=0.38$ 代替 A ,两者差别与读数位置有关,详见表1。当读数位置取在 $r=1.1a$ 处,误差最小。当然,还必需考虑贴片与结构的泊松比不匹配问题。

表1 位置与系数差别比较

读数位置 r	系数 A	$\frac{0.38-A}{0.38} \%$
1.0a	0.333	12
1.1a	0.421	11
1.2a	0.502	32

钢材结构物的泊松比 $\mu=0.28\sim 0.3$,铝 $\mu=0.33$,它会使贴片的实际泊松比有所降低,因此,在孔边上或其附近读数不会引起太大的误差。

另外,近似公式推导是建立在贴片受力服从平面应力状态假设上。贴片的外表面,垂直表面方向应力为零,能够较好地服从平面应力状态假设,而在靠近结构的面层上,变形与结构一致,就不一定符合平面应力状态,因而会带来一定的误差。尽管这样,平面应力假设在光弹贴片法的某些理论推导上,仍被许多人采用,说明这个假设在工程上是可以接受的。

2.2 主应变方向判别

测点的主应变方向本应由平面偏振光场中确定,但钻孔后,利用圆偏振光场中孔边

的条纹形状或小孔的形状变化来判别，十分直观简便，且还能判出第一与第二主应变及拉压符号。例如，图 2 表示的孔边条纹形状，各代表不同的主应变方向与符号。

2.3 读数问题

在孔的边缘或 $r=1.1a$ 处读数误差最小。在正射圆偏振光中，读出孔边沿第一与第二主应变方向上两点的条纹级数，两者之比的正负号由上面提到的判别主应变

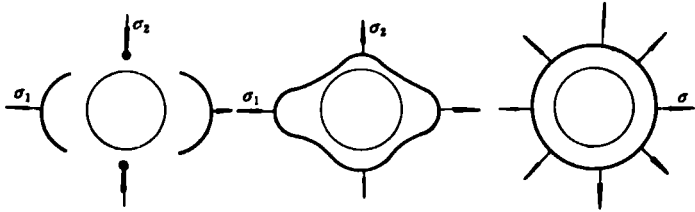


图 2 孔边条纹形状示意图

方向的方法确定，只有当主应变为一拉和一压时取负号，其余取正。当钻孔有初应力环时，先测出初应力级数，然后从总读数中扣除初应力影响。在应力梯度较大的地方钻孔，需用相对两点的平均值读数。钻孔视场较小，可籍助放大镜系统帮助观测。

3 实验验证

考核实验是在标定电阻应变片用的纯弯曲梁装置上做的。在梁表面上贴一块厚为 0.25cm 的聚碳酸脂材料贴片。在光弹片上又贴两片电阻应变片，它们和曲率计一同实测梁的应变值，作为考核比较的标准。观测使用 030 型反射式偏光仪，用电视摄像机把小孔放大到监视器屏幕上读数。实验现场如图 3 所示。图 4(a)为梁未受力时孔边有初应力影响的等差线图，图 4(b)为受力后的等差线图。

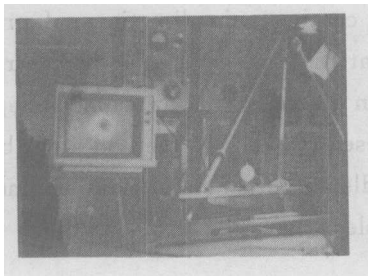


图 3 实验装置现场

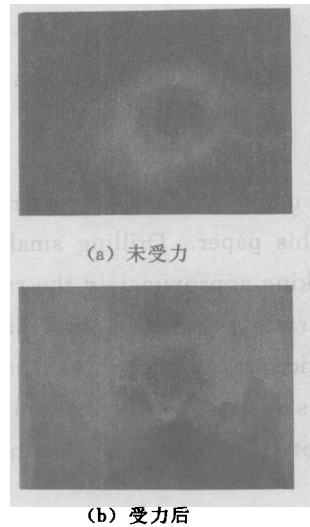


图 4 有初应力影响的等差线图

表 2 实验数据 (应变单位: 10^{-6})

曲率计 读数 CM	曲率计 测得 ϵ_1	电阻丝 片测 ϵ_1	电阻丝 片测 ϵ_2	孔中心条 纹级 N	孔边条 纹级 N_1	孔边条 纹级 N_2	贴片测 ϵ_1	贴片测 ϵ_2
0.025	205	209	-45	0.23	0.03	-0.10	213	-32
0.050	412	410	-100	0.48	0.08	-0.20	416	-79
0.075	616	625	-145	0.72	0.16	-0.47	652	-117
0.100	823	800	-200	0.95	0.28	-0.64	806	-208

实验数据如表 2 示。由实验结果可见,对光弹贴片法来说,能够达到这样的精度,是令人满意的,可以在工程中使用。

在完成本文工作过程中,得到了季南教授、雷志辉和郑文龙讲师的热情帮助,在此表示感谢。

参 考 文 献

- 1 赞德曼 F. 光弹性贴片法. 机械工业出版社, 1978
- 2 Redner S S. *Experiment Mechanics*, 1963, 3(3): 67~72
- 3 Alex S. Redner *Experiment Mechanics*, 1980, 20(11):403~408
- 4 Durelli A J and Rajaiah K. *Experimental Stress Analysis*, 1980, (1): 57~64
- 5 王启德. 应用弹性理论. 机械工业出版社, 1966

A Approximate Method for Separating Strains in the Photoelastic Coatings

Zhang Fan

(Department of Aerospace Technology)

Abstract

A new method for separating principal Strains of photoelastic coatings has been presented in this paper. Drilling small holes in the coatings, in directions of principal strains, taking approximately the ratio of fringes at the hole edge equal to the ratio of principal strains, principal strains can be obtained. In the paper, the principle and approximate equation and typical experiment have been researched. The method is visible and simple. It is shown that the method is easy to handle and practical value in engineering.

Key words photoelastic Coatings, drilling holes, Isochromatic, Isoclinic