

变窗长秩排序统计滤波器与噪声图象滤波

程存学

何一平

顾德仁

(电子科技大学)

(国防科技大学)

(电子科技大学)

摘要 基于信号分解理论,在非线性的秩排序统计滤波器基础上,提出一种新型的非线性滤波器结构——二值秩排序统计滤波器。主要工作包括:(1)提出了滤波器的定义和实现结构;(2)实现算法;(3)滤波特性分析;(4)噪声图象滤波的计算机仿真。理论分析和实验结果表明,本文提出的滤波器具有良好的脉冲干扰抑制能力和边缘保持特性,硬件实现简单。

关键词 统计滤波器, 图象信号处理, 秩排序, 噪声图象

分类号 TN919.8

在图象处理领域,最重要的任务之一就是噪声滤波。线性滤波技术^[1],以其完备的数学基础,对加性高斯噪声抑制能力强,便于采用FFT技术和硬件实现等特点,受到众多学者的瞩目。但是,它存在着对脉冲干扰敏感,损坏信号边缘结构和细节等缺点。图象信号是具有显著结构信息的非平稳随机过程^[2]。图象质量的主观评价是人的视觉系统,由Weber定理易知,人的视觉具有非线性特性,对图象信号的平坦区不敏感,对图象边缘和平坦区出现的脉冲干扰十分敏感。因此,任何一种滤波系统,应该具备在滤除脉冲分量的同时,有效地保持图象边缘和细节。近十多年来,非线性滤波技术被广泛地应用在图象和语音处理中,有许多开拓性成果。中值滤波^[3]就是一种简单、有效的非线性处理技术,它因良好的脉冲干扰滤波效果和边缘保持特性一直是非线性滤波器研究的主流。在此基础上,许多广义的中值型滤波结构和实现算法不断出现^[6~9]。纵观非线性滤波技术的历史,可以发现,从算法研究角度出发,以递归和非递归、自适应和非自适应滤波器研究为主流;从硬件实现方面看,以多电平和二值电平为主线。本文就是在此基础上,研究一种具有自适应窗长的二值秩排序统计滤波器。并从算法和实现两个方面比较了这种滤波器与中值滤波器的性能。

1 滤波算法和滤波器结构

基本思想:

(1) 观测样本的矢量表示和脉冲检测。

定义 滤波窗长, $N=2k+1$, k 是整数。窗内观测样本表示为:

$$x(i) = s(i) + n(i) \quad (1)$$

写成矢量形式:

$$\mathbf{X} = \left\{ x\left(k - \frac{N-1}{2}\right), \dots, x(k), \dots, x\left(k + \frac{N-1}{2}\right) \right\} \quad (2)$$

假设最大窗长 $N=2k+1=5$, 定义脉冲检测统计量如下式:

$$T_0 = x_{(k+1)} - x_{(k-1)} \quad (3a)$$

$$T_j = s(k+j-1) - x(k+j) \quad (3b)$$

$$T_j = x(k+j+1) - x(k-j) \quad (3c)$$

其中 $x(i)$ 表示窗内样本的第 i 个最大值, 满足 $x(1) \leq x(2) \leq \dots \leq x(N)$.

如果 $(T_0 \geq T \cap T_1 \geq T \cap T_{-2} \geq T) \cup (T_0 \geq T \cap T_2 \geq T \cap T_{-1} \geq T)$, 则 $N=5$.

如果 $(T_0 \geq T \cap T_1 \geq T) \cup (T_0 \geq T \cap T_{-1} \geq T)$, 则 $N=3$.

否则 $N=1$. 式中“ \cap ”和“ \cup ”分别表示“与”和“或”。这里假设, 在图象信号中, 脉冲干扰点是孤立的奇异点, 边缘是局部平坦、高度不同的两个常数区。脉冲检测的目的在于确定窗口尺寸。对于脉冲干扰点出现概率高的区域, 采用大窗口滤波, 以利于噪声滤波。反之, 采用小窗口滤波, 以利于保持图象边缘和细节。尽管大窗口滤波可能丢失图象信号的细节, 但与滤波相比, 我们采取以滤波为主。 T 是预置门限。

(2) 门限分解

假设样本矢量 \mathbf{X} 中的样本 $x(i)$ 幅度为 M , 把每个样本分解为 $M-1$ 层二值信号, 门限分解函数为:

定义 门限分解函数 $T(x(i))$ 的第 m 层表示如下:

$$T_m(x(i)) = \begin{cases} 1 & x(i) \geq m \quad s(i) \in X \\ 0 & \text{其它} \end{cases} \quad (4)$$

$m=1, 2, \dots, M-1, X$ 是样本集合。

对于窗长 $N=2k+1$ 的样本矢量 \mathbf{X} , 门限分解为:

$$T_m(\mathbf{X}) = \left\{ T_m \left[x \left(k - \frac{N-1}{2} \right) \right], \dots, T_m(x(k)), \dots, T_m \left[x \left(k + \frac{N-1}{2} \right) \right] \right\} \quad (5)$$

式(5)可写成显式:

$$T(\mathbf{X}) = [\mathbf{X}] = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1(i) \\ \mathbf{B}_2(i) \\ \vdots \\ \mathbf{B}_{M-1}(i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \left(k - \frac{N-1}{2} \right), & \dots, & b_1(k), & \dots, & b_1 \left(k + \frac{N-1}{2} \right) \\ b_2 \left(k - \frac{N-1}{2} \right), & \dots, & b_2(k), & \dots, & b_2 \left(k + \frac{N-1}{2} \right) \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ b_{M-1} \left(k - \frac{N-1}{2} \right), & \dots, & b_{M-1}(k), & \dots, & b_{M-1} \left(k + \frac{N-1}{2} \right) \end{bmatrix} \quad (6)$$

式中, $\mathbf{B}_j(i)$ 是长度为 $2k+1$ 的行矢量, 下标 j 表示分解层数, $[\]$ 表示矩阵, 分解矩阵 $[\mathbf{X}]$ 是 $(M-1) \times N$ 维, 矩阵中每个元素 $b_j(i) \in \{0, 1\}$, 且满足

$$\sum_{j=1}^{M-1} b_j(i) = x(i) \quad (7)$$

由于矩阵 $[X]$ 中每个元素仅取“0”或“1”值，故称其为布尔矩阵。

(3) 根据脉冲检测确定的窗长，把布尔矩阵的每一行 $B_j(i)$ 馈到对应层秩排序滤波器的输入端，每层滤波器都输出1bit 信息，或“0”或“1”，即： $d_{N,j}(k)$ 。

$$\begin{aligned} d_{N,j}(k) &= \text{TRSF}_j\{B_j(i)\} \\ &= \text{TRSF}_j\left\{b_j\left(k - \frac{N-1}{2}\right), \dots, b_j(k), \dots, b_j\left(k + \frac{N-1}{2}\right)\right\} \end{aligned} \quad (8)$$

对 $M-1$ 层并行地进行等窗长的 TRSF，得到输出矢量：

$$D_{N,M-1} = \{d_{N,1}(k), d_{N,2}(k), \dots, d_{N,M-1}(k)\} \quad (9)$$

(4) 对 $M-1$ 层秩排序滤波器叠加得到输出多电平信号 y_k 为：

$$y_k = \sum_{j=1}^{M-1} d_{N,j}(k) \quad (10)$$

移动滤波窗口一个样本点，重复应用上述4步运算，就获得在噪声背景下信号的提取。对应算法和式(10)的实现结构见图1。

2 滤波特性

首先，举一数字例子。设窗长 $N=5$ ，窗内样本集合 $x = \{1, 4, 2, 3, 0\}$ ，共有5层。根据门限分解函数 $T_m(\bar{X})$ ，得到分解矩阵 $[X]$

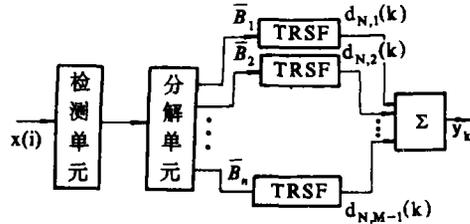


图1 滤波器结构

$$T[X] = [X] = \begin{bmatrix} B_1(i) \\ B_2(i) \\ B_3(i) \\ B_4(i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

观察矩阵 $[X]$ ，定义一组关系：

定义 任何两个由布尔基元组成的集合 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_N\}$ ， $B = \{b_1, b_2, \dots, b_N\}$ 具有序关系指：若 $A \leq B$ ，必存在 $a_i \leq b_i$ ， $\forall i$ ， $\forall a_i \in A$ ， $\forall b_i \in B$ ，则称这种序关系为 A 在 B 上的堆栈关系。

根据定义，可以得到一个非常有用的结论：布尔矩阵具有内部堆特性。即对任意 B_j 和 B_r ，如果 $r \geq j$ ，必存在 $B_j \leq B_r$ ， $\forall j, r$ 。即布尔矩阵具有内部堆特性的充要条件是其组成行矢量满足堆关系：

$$B_1 \leq B_2 \leq \dots \leq B_{M-1} \quad (12)$$

布尔矩阵的内部堆关系为秩排序统计滤波器等效为布尔逻辑算子奠定了基础。

对式(11)中每行进行窗长 $N=5$ 的，秩 $R=k$ 的滤波（中值滤波），对应输出为：

$$d_{N,1}(k) = \text{TRSF}(B_1) = 0 \quad (13a)$$

$$d_{N,2}(k) = \text{TRSF}(B_2) = 0 \quad (13b)$$

$$d_{N,3}(k) = \text{TRSF}(\mathbf{B}_3) = 1 \quad (13c)$$

$$d_{N,4}(k) = \text{TRSF}(\mathbf{B}_4) = 1 \quad (13d)$$

$$\text{滤波器输出: } y_k = \sum_{j=1}^4 d_{N,j}(k) = 2 \quad (14)$$

分析式(13)、(14), 得到几点结论:

(1) 利用门限分解后的信号中值滤波得到结果与多值中值滤波结果相同。即

$$\text{MED}\{1, 4, 2, 3, 0\} = \sum_{j=1}^4 d_{N,j}^{(k)}(k) \quad (15)$$

MED 表示中值滤波, $d_{N,j}^{(k)}(k)$ 上标 k 表示秩等于 k 。由此, 进行推广可得, 任意秩多值滤波结果与同秩分解电平滤波结果相同。原理见图2。

(2) 如果滤波器在第 j 层输出为0, 则任意满足小于 j 的层滤波器输出必等于0。同时也说明, TRSF 输出多值信号 $y_k \leq j$ 。小于 j 的各层滤波器输出对 TRSF 多值输出没有影响。因此确定多值信号输出仅需要考查对应输出矢量 \mathbf{D} 中从“1”到“0”的过滤层。采用对分差值滤波, 可形成快速算法, 也为硬件实现提供方便(见参考文献[8])。在实际数字信号处理中, 信号满幅度仅占有限位置点。在数字图象滤波中, 最大灰度级和最小灰度级, 极有可能是正负脉冲干扰点, 通过门限分解后的 TRSF, 就可以消除干扰, 保持边缘。

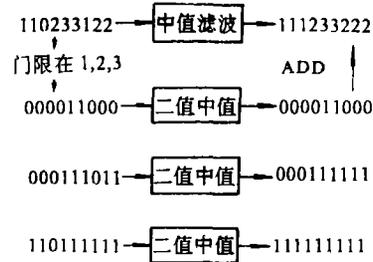


图2 窗 $N=3$ 中值与 TRSF^(k) 原理

(3) 由布尔矩阵内部堆特性, 可以得到, 每层滤波器输出仅为“1”或“0”。这给出一个启示: 行矢量 $\mathbf{B}_j(i)$ 中的元素仅由0, 1组成, 输出也仅由0, 1组成。这同二进制信号的布尔运算相吻合。即 TRSF 对应一个逻辑算子, 滤波操作可利用逻辑运算完成。这为利用逻辑电路实现 TRSF 奠定基础。

文[8]给出了滤波窗长 $N=3$ 的中值滤波器的正布尔函数表示式

$$f(x) = x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 \quad (16)$$

对照式(11), 直接考查布尔函数 $f(x)$, 得到

$$f_j(x) \leq f_r(x) \quad \forall j, r, j \leq r \quad (17)$$

式(17) 说明, 对应布尔矩阵的每个行矢量的确定秩滤波的正布尔函数 $f(x)$ 也具有堆特性。

$$f_1(x) \leq f_2(x) \leq \dots \leq f_{M-1}(x) \quad (18)$$

式(18)可写成

$$f[X] = [f(\mathbf{B}_1(i)) \quad f(\mathbf{B}_2(i)) \quad \dots \quad f(\mathbf{B}_{M-1}(i))]^T$$

$$= \begin{bmatrix} f[b_1(k - \frac{N-1}{2}), \dots, b_1(k), \dots, b_1(k + \frac{N-1}{2})] \\ \vdots \\ f[b_{M-1}(k - \frac{N-1}{2}), \dots, b_{M-1}(k), \dots, b_{M-1}(k + \frac{N-1}{2})] \end{bmatrix} \quad (19)$$

式(10) 的滤波输出用布尔函数表示为

$$y_k = \sum_{j=1}^M f(B_j(i)), \forall i \in w = \left\{ k - \frac{N-1}{2}, \dots, k, \dots, k + \frac{N-1}{2} \right\}$$

$$j \in A = \{1, 2, \dots, M-1\} \quad (20)$$

且满足:

$$f(B_1(i)) \leq f(B_2(i)) \leq \dots \leq f(B_{M-1}(i))$$

这里给出对应 $N=5$ 的 TRSF 布尔函数表达式:

$$f(x) = x_1x_2x_3 + x_1x_2x_4 + x_1x_2x_5 + x_1x_3x_4 + x_1x_3x_5$$

$$+ x_1x_4x_5 + x_2x_3x_4 + x_2x_3x_5 + x_2x_4x_5 + x_3x_4x_5 \quad (21)$$

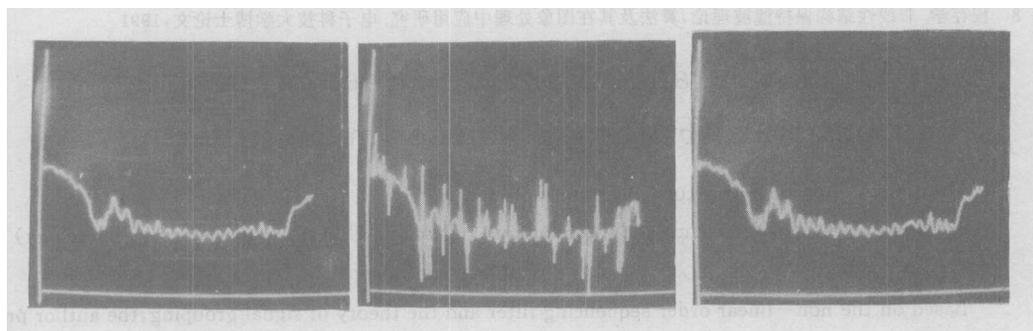
必须指出,对应 TRSF 的布尔表达式是非唯一的,因此,TRSF 的硬件实现也非唯一。关于滤波特性的进一步讨论,见参考文献[8]。

3 计算机仿真结果

利用两组信号进行计算机仿真,一维信号加10%的脉冲干扰,如图3所示。图3(a)是原始信号,图3(b)是噪声信号,图3(c)是经 TRSF 滤波信号。图(4)是图象信号的滤波结果。这里,选择预置门限 $T=16 \sim 48$,可分离行列滤波。图4(a)是原始图象(256×256 8bit 量化),图4(b)是加20%脉冲干扰图象,图4(c)是采用固定窗长中值滤波结果。图4(d)是采用 TRSF 滤波结果。由图可见,本文提出的自适应窗门限分解滤波器具有滤波能力强,保持边缘好的优点。

4 结论

理论分析和实验结果表明,本文提出的 TRSF 具有滤除脉冲干扰,保持图象边缘和细节的特点;由于建立了 TRSF 与布尔函数的对应关系,使滤波器的硬件实现灵活而方便。这种思想也开拓了秩排序统计滤波器设计和应用的范围,可望有广阔的发展前景。



(a)

(b)

(c)

图3 一维信号滤波

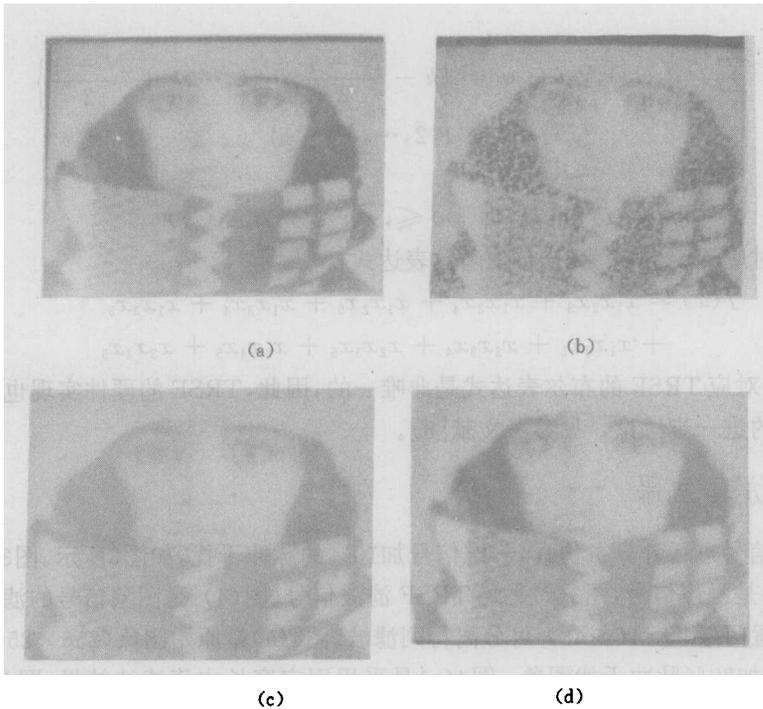


图4 二维信号滤波

参 考 文 献

- 1 Huang T S. Two-Dimensional Digital Signal Processing. Spring-Verlag. 1981
- 2 Pratt W K. Digital Image Processing. New York, Wiley. 1978
- 3 Tukey J W. EASCON, Conf REC. 1974, 673
- 4 Yang G J, Huang T S. Comput Graph Image processing. 1981, 15: 224~245
- 5 Lee Y H, et al. IEEE Trans. Jun. 1985, Assp-33: 672~683
- 6 Bovik A C. IEEE Trans. 1983, Assp-31: 1342~1350
- 7 Pitas I, et al. IEEE Trans. 1988, CAS-35: 636~646
- 8 程存学. 非线性结构保持滤波理论, 算法及其在图象处理中应用研究. 电子科技大学博士论文, 1991

Window-range Variable Order Sequencing Statistical Filter and Noise Image Filtering

Chehg Cunxue Gu Deren

He Yiping

(University of Electronic Science and Technology) (National University of Defense Technology)

Abstract

Based on the non-linear order sequencing filter and the theory of signal grouping, the author proposed the structure of a new kind of non-linear filter — double-value sequencing filter. The main work done includes: (1) proposed the definition and implementation structure of the filter; (2) implementation algorithm; (3) characteristic analysis of the filter; (4) computer simulation of noise image filtering. Theoretical analysis and experimental results show that the filter has a strong ability to restrain pulse interference and it has good edge-holding function. Its hardware implementatin is also easy.

Key words statistical filter, image signal processing, order sequencing, noise image