

正规战中作战效率变化初探

舒江 沙基昌

(系统工程与应用数学系)

摘 要 本文以描述常规战最基本的模型——Lanchester 方程为基础,就影响作战效率的一些因素进行了分析并量化地表现在作战模型中,然后运用有关系统学理论讨论了作战效率变化对战斗进程的影响程度。

关键词 作战效率, 作战模型, Lanchester 方程, 决策, 定性方法

分类号 O175.12

1 经典作战模型中有关反映作战效率的因素分析

作战效率可理解为对抗中一方对另一方的毁伤强弱程度,它既反映了作战人员的素质水平又体现了武器装备的先进程度,同时还取决于人员与武器装备的运用方式。经典作战模型的主要内容为 Lanchester 方程,它描述战斗进程中双方力量的损耗过程,直瞄类型的 Lanchester 格斗模型为:

$$\begin{cases} \dot{x} = -ay \\ \dot{y} = -bx \end{cases} \quad (1)$$

模型(1)作为最基本的正规战模型,特别适用于中大规模的地面战描述,系数 a 、 b 的意义是 y 方(或 x 方)单位兵力(指数)在单位时间内毁伤敌方兵力(指数)的数目,一般取常数,通过事先试验或统计方法确定其具体取值。系数 a 、 b 充分反映了对抗双方作战效率的大小,当 a 、 b 取常数值时可精确计算出作战效率对战斗进程及结局的影响。

对于(1)可得:

$$bx\dot{x} = ay\dot{y} \quad (2)$$

则 $ay^2 - bx^2 = ay_0^2 - bx_0^2$

原点 $O(0, 0)$ 为 $(1, 1)$ 的奇点,它为鞍点类型第一象限内渐近线 $y = \sqrt{\frac{b}{a}}x$, 相图、轨线如图 1 所示:

从相图可以看出,渐近线 $y = \sqrt{\frac{b}{a}}x$ 为“均势线”,初始兵力落在渐近线上方情形为

y 方胜；落在下方情形为 x 方胜，落在渐近线上情形为双方“势均力敌”，即“同归于尽”。

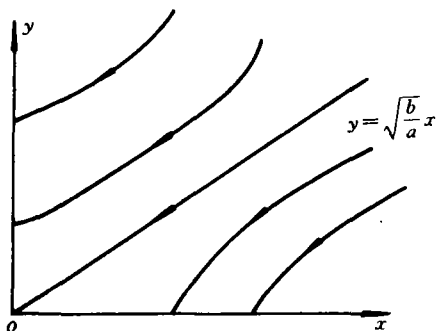


图 1

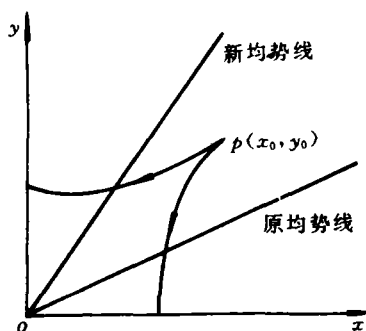


图 2

“均势线” $y = \sqrt{\frac{b}{a}}x$ 成为基于模型(1)下胜负判定标准，其斜率 $\sqrt{\frac{b}{a}}$ 取决于双方的作战效率系数 a, b 。可见改变作战效率系数在一定条件下能改变战斗进程的发展趋势。例如在原作战效率情形下 x 方不能取胜的有关轨线，如果提高 x 方作战效率系数 b ，使“均势线”斜率增大，这样原来落在原“均势线”上方的一些点便会落在新的“均势线”下方，从这些点出发的轨线走向会发生逆转，胜负态势发生转变，如图 2 所示。

类似对于 x 方 b 不变，而使 a 减小，也有类似结论。

所以决定战争胜负的因素除双方的兵力装备数量外，还取决于双方的作战效率强弱程度。

2 指挥决策对作战效率的影响分析

经典作战模型——Lanchester 方程的局限性表现在以下几方面：一是该模型没有描述作战环境中的各类变化；二是指挥决策的作用没有在模型中体现出来；另外该模型描述中小规模的战斗过程其准确程度令人质疑，事实上经典的 Lanchester 作战模型是基于平稳（作战环境相对不变）假设之下的统计模型。

现代战争致胜因素除了先进的武器装备等因素外，指挥决策的作用仍然是极其重要的，指挥决策的作用最后体现到作战效率的发挥当中，完全定量化描述指挥决策的作用困难的，但全凭定性分析也容易出现重大失误，合理地将指挥决策的有关特征量化并反映在描述作战进程的综合模型，是分析指挥决策对作战效率影响程度的一种可行途径。

定量描述指挥决策对作战效率影响程度有两种途径：一是每一具体决策决定了描述双方格斗过程的模型结构，结构的差异往往导致结局本质性的变化；二是每一具体决策决定了模型中有关参数的取值大小，且与事先所设置的值有某种程度偏差，从而对结局产生影响。

例如在 1 对 2 交战模式中，假设初始兵力数 $x_1(0) = 200, y_1(0) = 100, y_2(0) = 100$ ， x 方火力强度系数矩阵 $A = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \end{pmatrix}$ ， y 方火力强度系数矩阵 $B = (b_1 \ b_2) = (1, 7)$ 。

作战方式一： x 方首先全力攻击 y_2 ，相应格斗模型：

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -y_1 - 7y_2 \\ \dot{y}_1 = 0 \\ \dot{y}_2 = -7x_1 \end{cases} \quad (x_1 \geq 0, y_2 \geq 0) \quad (3)$$

可得： y_2 被消灭后， x_1 尚余： $\frac{100}{7}\sqrt{133}$ ，从而得知 x 方获得最后胜利，且最终剩余兵力 $\frac{200}{7}\sqrt{21}$ 。

作战方式二： x 方首先全力进攻 y_1 ，相应的格斗模型为：

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -y_1 - 7y_2 \\ \dot{y}_1 = -x_1 \\ \dot{y}_2 = 0 \end{cases} \quad (x_1 \geq 0, y_1 \geq 0) \quad (4)$$

可得： $x_1^2 = y_1^2 + 1400y_1 - 110000$ (5)

于是 x_1 首先被消灭掉， y 方剩余兵力：

$$y_1 = 200\sqrt{15} - 700, \quad y_2 = 100 \quad (6)$$

这样 y 方取得胜利！可见仅改变兵力运用方式就导致结局发生逆转。

海湾地面战中，以美军为首的多国部队其主攻方向选择更是反映了指挥决策对作战效率的影响。按正常方式，无论是从科沙边境还是科威特沿岸实施强攻，多国部队首先要与处于第一道防线的伊军二类部队激战，在突破其苦心经营的防御体系过程中势必也要造成多国部队不小的伤亡代价，随后又要突破伊军主力——共和国卫队为主所组成的第二道正面防御体系，即使得以突破，多国部队所要付出的伤亡是很大的，且伊军能从容撤回伊拉克。

按正常方式，描述作战进程的统计模型为一对 n 正规战模型：（突破第一道防线过程）

$$\begin{cases} \dot{x} = - \sum_{j=1}^n b_j y_j \\ \dot{y}_j = - a_j \Phi_j x \end{cases} \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (7)$$

x 代表伊军兵力数目， y_j 代表多国部队第 j 进攻集团， $A = (a_1, \dots, a_n)^T$ 表示 x 方火力强度系数矩阵， $B = (b_1, \dots, b_n)$ 表示 y 方火力强度系数矩阵。由于伊军每一道正面防御体系比较完善坚固，故虽然伊军装备水平逊于多国部队，但凭借其防御体系其火力强度矩阵 A 的每一元素值仍然较大，从而可知对多国部队的杀伤程度不小。

类似，多国部队在进攻伊军第二道防御体系过程中其格斗模型仍可用(7)式描述，且伊军火力强度系数矩阵 $A = (a_1, \dots, a_n)^T$ 中每一元素取值很大，按文[2]所述伊军能以几乎所有兵力抗击多国部队战斗力最强的进攻集团，由此可见多国部队所要付出的伤亡代价是很大的，而且难以实现彻底消灭伊军主力的战略目标。

海湾地面战实际过程为多国部队主攻集团——第七集团军从伊沙边境西部突入，尔后向东北方向推进，与担负正面牵制进攻的其他进攻集团形成了对伊军的大包围，且第七军在强大的火力支援下从左翼向伊军主力发动了猛攻，迅速打垮了伊军，多国部队伤

亡损失极小, 多国部队进攻策略选择及实施分析见文献[2]。

第七集团军切断伊军退路从左翼发起对伊军主力——共和国卫队的进攻其格斗模型为:

$$\begin{cases} \dot{x} = -by \\ \dot{y} = -ax \end{cases} \quad (8)$$

其中, b 为第七集团军对伊军火力强度系数, a 为伊军 (共和国卫队) 对第七集团军的火力强度系数, 显然较从正面进攻情形下系数 b 要增大而 a 要减小, 由此可知从西部突入从左翼进攻的策略确保了多国部队战斗效率得以尽可能地发挥, 而使敌方战斗效率尽可能地降低。

3 战斗减员对作战效率影响的定量分析

前面所述格斗模型均是假设双方的火力强度系数在战斗进程中保持不变, 这在大规模交战场景下还能基本认可, 但在作战环境多变、交战规模中小等情况下就不一定还是如此。

例如作战人员的心理素养对作战效率的影响是很明显的, 心理素养的表现形式之一就是士气。当然影响士气强弱的因数众多, 其中之一就是战斗过程中的战斗减员的增加。

一般情况下战斗减员的增加会导致士气减弱, 从而使作战效率降低, 具体表现在实际的火力强度系数随战斗减员的增加而逐渐变小, 对于经典模型(1), a 、 b 的值是一变量, 它随 $(y_0 - y)$, $(x_0 - x)$ 的增大而变小, 为此可设:

$$\begin{cases} a = a_0 f(y_0 - y) \\ b = b_0 g(x_0 - x) \end{cases} \quad (9)$$

其中, $f(y_0 - y)$, $g(x_0 - x)$ 均为 $y_0 - y$, $x_0 - x$ 的下降函数, f , g 的取舍可分为线性与非线性两类, 对于线性情形, 可设:

$$f(y_0 - y) = 1 - v \frac{y_0 - y}{y_0} \quad g(x_0 - x) = 1 - u \frac{x_0 - x}{x_0} \quad (10)$$

其中 u , v 为参数, 先基于 $0 \leq u \leq 1$ 和 $0 \leq v \leq 1$ 情况讨论, 格斗模型:

$$\begin{cases} \dot{x} = -a_0 \left(1 - v \frac{y_0 - y}{y_0} \right) y \\ \dot{y} = -b_0 \left(1 - u \frac{x_0 - x}{x_0} \right) x \end{cases} \quad (11)$$

化简得:
$$a_0 \left((1 - v) + \frac{vy}{y_0} \right) y dy = b_0 \left((1 - u) + \frac{ux}{x_0} \right) x dx \quad (12)$$

从而得平衡条件 (亦即(11)式鞍点的渐近线)。

$$y = \sqrt{\frac{(3 - u)b_0}{(3 - v)a_0}} x \quad (13)$$

从图 3 可知“均势线”不仅与双方初始火力强度系数有关, 而且与双方士气强弱程度有关。士气强弱程度直接影响各方实际作战效率, 从而对战斗进程产生影响。

实际中还可能出现“愈战愈勇”情形, (10)式中 u , v 取负值便是这种情形的一种刻

划。

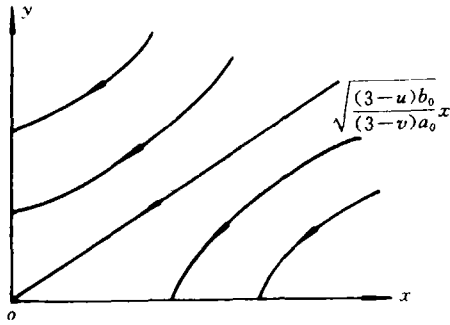


图 3

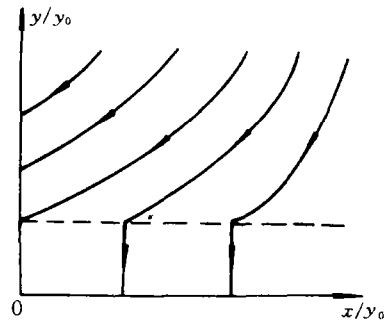


图 4

战争中还存在另一类现象，即“崩溃”或“兵败如山倒”，本质上就是某一方尽管兵力还没完全耗尽，但其作战效率（火力强度）已经非常低以致于对敌方的毁伤作用可以忽略不计。将(10)式中 u, v 取大于 1 的数值时，便有某方在兵力不为零时其作战效率已降至零，相应的模型：

$$\begin{cases} \dot{x} = -a_0 \left(1 - v \frac{y_0 - y}{y_0} \right) y \\ \dot{y} = -b_0 \left(1 - u \frac{x_0 - x}{x_0} \right) x \end{cases} \quad (14)$$

其中 $u > 1$ 或 $v > 1$ ，或 u, v 皆大于 1。

先设 $u \leq 1, v > 1$ ，则实际的平衡点只能是： $R \left(0, \left(1 - \frac{1}{v} \right) y_0 \right)$ ，在 R 处(14)式的 Jacobian 矩阵为：

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -a_0(v-1) \\ -b_0(1-u) & 0 \end{pmatrix} \quad (15)$$

易知 A 的特征根为一对异号实数，从而 R 为(14)的鞍点，其轨线如图 4。

图 4 所反映轨线与图 1~图 3 有很大差异，原因在于 $v > 1$ 时，(14)式中 $1 - v \frac{y_0 - y}{y_0}$ 只有当 $\frac{y}{y_0} \geq 1 - \frac{1}{v}$ 时才取非负值，由于实际作战效率系数不能取负值，故对于 $v > 1$ 情形模型为：

$$\begin{cases} \dot{x} = -a_0 h(y) y \\ \dot{y} = -b_0 \left(1 - u \frac{x_0 - x}{x_0} \right) x \end{cases} \quad (16)$$

其中

$$h(y) = \begin{cases} 1 - v \frac{y_0 - y}{y_0}, & \text{当 } \frac{y}{y_0} \geq 1 - \frac{1}{v} \\ 0, & \text{当 } \frac{y}{y_0} < 1 - \frac{1}{v} \end{cases} \quad (17)$$

类似对于 $u > 1$ 且 $v \leq 1$ 的情形有关结论、性质与图 4 一致。

对于 $u > 1$ 且 $v > 1$ 情形，实际平衡点只能是： $P \left(\left(1 - \frac{1}{u} \right) x_0, \left(1 - \frac{1}{v} \right) y_0 \right)$ ，在 P 点

(14)式 Jacobian 矩阵:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -a_0(v-1) \\ -b_0(u-1) & 0 \end{pmatrix} \quad (18)$$

从而可知 P 点为(14)的鞍点, (14)式在 P 点附近轨线分布大致如图 5 所示:

从图 4、图 5 可看出: 对于非线性系统, 如某一奇点为其近似线性系统的鞍点, 则在近似线性系统里有过奇点的直线为其渐近线, 而相应的非线性系统, 其渐近线不一定再是直线, 轨线也不一定再是双曲线。

以上讨论仅是基于战斗减员对作战效率影响为线性机制时情形。对于非线性情况, 当然会更复杂, 也可能更合理, 这是尚需进一步探讨之处。

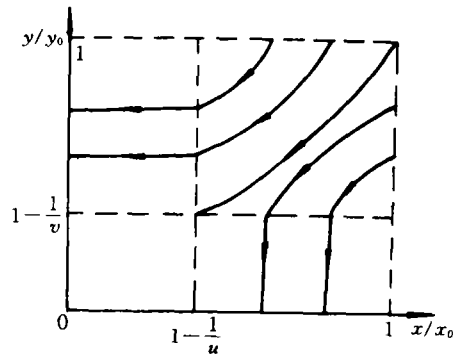


图 5

4 结束语

以上仅对经典作战模型进行了一些修改扩充, 初步讨论了指挥决策、战斗减员对作战效率的影响, 尚有许多值得进一步研究之处, 定量讨论作战效率对作战进程影响是为正确进行作战决策提供基础与保障。特别是分析现代高技术装备的有关技术性能最大程度地转化为作战效能, 是科学进行武器装备规划、论证的重要工作。

参 考 文 献

- 1 吴洪鳌. 兰切斯特作战理论讲座. 军事运筹, 1988, (1)
- 2 舒江, 沙基昌. 海湾地面战争美伊双方攻防策略分析. 全国青年管理科学与系统科学论文集, 湖南科技出版社, 1993
- 3 陆启韶编著. 常微分方程的定性方法和分叉. 北京: 航空航天大学出版社, 1989

A Brief Analysis of Combat Efficiency in the Conventional War

Shu Jiang Sha Jichang

(Department of System Engineering and Mathematics)

Abstract

In this paper, based on the main quantitative combat model—Lanchester equations in the conventional war, we analyze the important factor-combat efficiency which influences the war course, and put some factors which influence the combat efficiency into the combat models, then we use systemtology to discuss the influence extent of combat efficiency to war course.

Key words Lanchester equation, combat efficiency, combat model, decision, environment, quantitative method