

# 跟踪干扰对延迟锁定码跟踪环性能的影响\*

陈先福

(国防科技大学电子技术系, 长沙, 410073)

**摘 要** 本文分析了跟踪干扰对跳频系统中码跟踪环性能的影响。它使参考码与接收码之间的相位误差均值偏移, 相位误差方差增大, 环路失锁概率增加, 以及间接地使误码率上升。

**关键词** 跟踪干扰, 跳频, 同步, 延迟锁定码跟踪环

**分类号** TN914

跟踪干扰对跳频通信系统构成主要威胁。若在码元判决时刻之前到达接收机, 它将直接造成误码率增加, 使系统性能下降。除此之外, 还必须考虑到它对同步系统的干扰, 即便是在码元判决时刻之后到达接收机, 在一定条件下, 干扰仍然有效。本文分析了它对同步系统中码跟踪环性能的影响。

## 1 相位误差均值偏移

跳频系统的非相干延迟锁定码跟踪环可用图1表示。

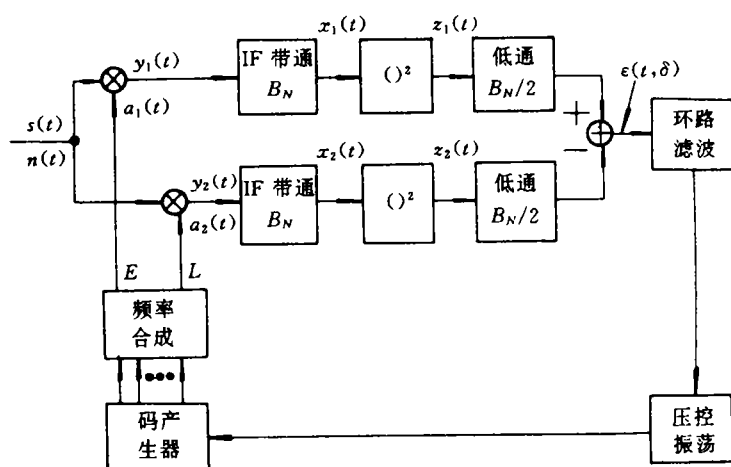


图 1

\* 1992年2月14日收稿

设接收到的跳频信号为<sup>[1]</sup>

$$s(t) = \sqrt{2P} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \cos(\omega_k t + \psi_k) p_T(t - kT) \quad (1)$$

式中  $P$  为载波功率,  $\omega_k$  和  $\psi_k$  分别为第  $k$  跳的载波角频率和初相位,  $p_T(t)$  为单位脉冲, 定义为

$$p_T(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t \leq T \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (2)$$

$T$  为码切普时宽。

设到达接收机的跟踪干扰为人为窄带高斯噪声<sup>[1,2]</sup>

$$n(t) = [n_c(t) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \cos \omega_k t - n_s(t) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sin \omega_k t] \cdot p_T(t - kT - \eta T) \quad (3)$$

这里

$$n_k(t) = n_c(t) \cos \omega_k t - n_s(t) \sin \omega_k t \quad (4)$$

是带宽为  $B_N$  的白色高斯噪声,  $n_c(t)$  和  $n_s(t)$  是带宽为  $B_N/2$  的低通噪声, 它们的功率  $E[n_c^2(t)] = E[n_s^2(t)] = E[n_i^2(t)] = N$ ,  $E[x]$  是  $x$  的均值。式(3)中的  $\eta T$  为跟踪干扰相对跳频信号的延时。

由于干扰功率较大, 设信道噪声的影响可忽略。

设鉴相器中早、迟信道的参考信号分别为:

$$a_1(t) = 2 \sum_{k=-\infty}^{\infty} \cos[(\omega_k - \omega_l)t + \varphi_k] p_T\left(t - kT + \frac{\Delta}{2}T - \delta T\right) \quad (5)$$

$$a_2(t) = 2 \sum_{k=-\infty}^{\infty} \cos[(\omega_k - \omega_l)(t - \Delta T) + \varphi_k] p_T\left(t - kT - \frac{\Delta}{2}T - \delta T\right) \quad (6)$$

式中  $\omega_l$  为中频角频率,  $\Delta T$  为早、迟信道间的时间延迟,  $\delta T$  为解跳参考码与接收跳频码之间的相对时延。

第  $k$  跳各类信号的相对时间关系表示于图 2, 图中取  $\Delta=1$ 。

下面先对早信道进行分析:

$$y_1(t) = [s(t) + n(t)]a_1(t)$$

将式(1)、(3)和(5)代入得

$$\begin{aligned} y_1(t) = & \left\{ \sqrt{2P} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \cos(\omega_k t + \psi_k) p_T(t - kT) \right. \\ & + [n_c(t) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \cos \omega_k t - n_s(t) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sin \omega_k t] \\ & \cdot p_T(t - kT - \eta T) \left. \right\} \cdot 2 \sum_{j=-\infty}^{\infty} \cos[(\omega_j - \omega_l)t + \varphi_j] \\ & \cdot p_T\left(t - jT + \frac{\Delta}{2}T - \delta T\right) \end{aligned} \quad (7)$$

考虑到只有  $j=k$  时, 三角函数积化和差后的差频分量才能通过带通, 且为了分析方便起见, 忽略通过带通时的包络失真, 于是有

$$x_1(t) = \sqrt{2P} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \cos(\omega_k t + \psi_k) p_T(t - kT) p_T\left(t - kT + \frac{\Delta}{2}T - \delta T\right)$$

$$\begin{aligned}
& + n_c(t) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \cos(\omega_k t - \varphi_k) p_T(t - kT - \eta T) p_T(t - kT + \frac{\Delta}{2}T - \delta T) \\
& - n_s(t) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sin(\omega_k t - \varphi_k) p_T(t - kT - \eta T) p_T(t - kT + \frac{\Delta}{2}T - \delta T) \\
& = b(t) + b_c(t) + b_s(t) \tag{8}
\end{aligned}$$

式中  $b(t)$ ,  $b_c(t)$  和  $b_s(t)$  分别代表信号分量、干扰的同相和正交分量,  $\vartheta_k = \psi_k - \varphi_k$ , 平方器的输出为

$$\begin{aligned}
z_1(t) = x_1^2(t) &= b^2(t) + b_c^2(t) + b_s^2(t) \\
&+ 2b(t)[b_c(t) + b_s(t)] + 2b_c(t)b_s(t)
\end{aligned}$$

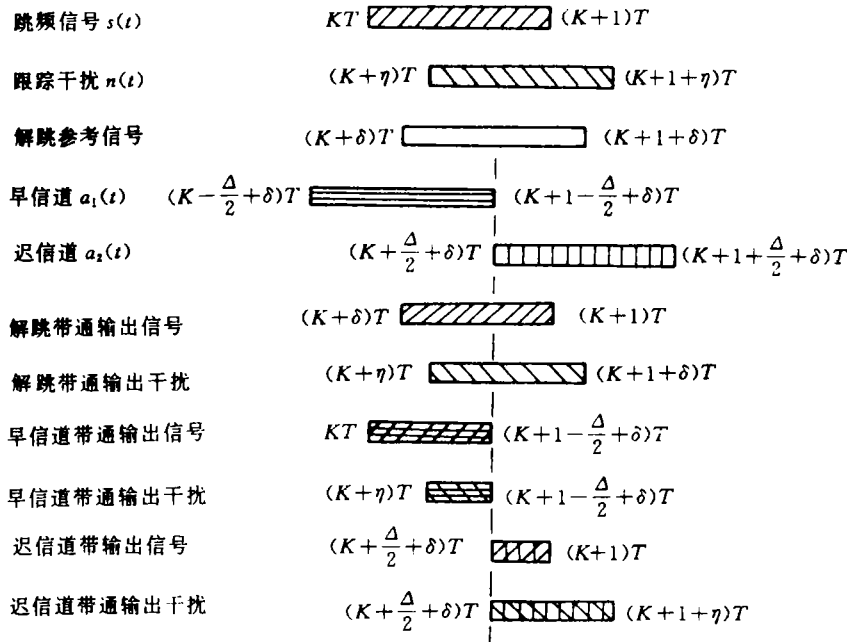


图 2

据  $p_i(t)$  的定义有

$$p_T(t - kT) p_T(t - jT) = \begin{cases} p_T(t - kT) & j = k \\ 0 & j \neq k \end{cases} \tag{9}$$

$z_1(t)$  可化为

$$\begin{aligned}
z_1(t) &= 2P \sum_{k=-\infty}^{\infty} \cos^2(\omega_k t + \vartheta_k) p_T(t - kT) p_T(t - kT + \frac{\Delta}{2}T - \delta T) \\
&+ n_c^2(t) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \cos^2(\omega_k t - \varphi_k) p_T(t - kT - \eta T) p_T(t - kT + \frac{\Delta}{2}T - \delta T) \\
&+ n_s^2(t) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sin^2(\omega_k t - \varphi_k) p_T(t - kT - \eta T) p_T(t - kT + \frac{\Delta}{2}T - \delta T)
\end{aligned}$$

$$+ 2\{b(t)[b_c(t) + b_s(t)] + b_c(t)b_s(t)\} \quad (10)$$

由于  $E[\cos^2\omega_c t] = E[\sin^2\omega_c t] = \frac{1}{2}$ ,  $E[n_c(t)] = E[n_s(t)] = 0$ , 以及不相关变量积的均值等于其均值的积, 低通输出的直流分量为

$$\begin{aligned} E[z_1(t)] = & PE\left[\sum_{k=-\infty}^{\infty} p_T(t - kT)p_T(t - kT + \frac{\Delta}{2}T - \delta T)\right] \\ & + \frac{1}{2}\{E[n_c^2(t)] + E[n_s^2(t)]\} \\ & \cdot E\left[\sum_{k=-\infty}^{\infty} p_T(t - kT - \eta T)p_T(t - kT + \frac{\Delta}{2}T - \delta T)\right] \end{aligned}$$

考虑到周期性波形的均值等于其一个周期内的均值, 以及  $p_T(t)$  的自相关函数

$$R(\tau) = E[p_T(t)p_T(t + \tau)] = \begin{cases} 1 - \frac{|\tau|}{T} & |\tau| \leq T \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (11)$$

$E[z_1(t)]$  可化为

$$\begin{aligned} E[z_1(t)] = & PE[p_T(t - kT)p_T(t - kT + \frac{\Delta}{2}T - \delta T)] \\ & + NE[p_T(t - kT - \eta T)p_T(t - kT + \frac{\Delta}{2}T - \delta T)] \\ = & PR(\delta T - \frac{\Delta}{2}T) + NR(\delta T - \frac{\Delta}{2}T - \eta T) \end{aligned} \quad (12)$$

同理可得迟信道的直流分量

$$E[z_2(t)] = PR(\delta T + \frac{\Delta}{2}T) + NR(\delta T + \frac{\Delta}{2}T - \eta T) \quad (13)$$

鉴相器输出误差电压的均值为

$$\begin{aligned} \epsilon(\delta) = E[\epsilon(t, \delta)] = & E[z_1(t)] - E[z_2(t)] \\ = & P[R(\delta T - \frac{\Delta}{2}T) - R(\delta T + \frac{\Delta}{2}T)] \\ & + N[R(\delta T - \frac{\Delta}{2}T - \eta T) - R(\delta T + \frac{\Delta}{2}T - \eta T)] \end{aligned} \quad (14)$$

$\epsilon(\delta)$  与归一化相位误差  $\delta$  的关系如图 3(a) 所示<sup>[2]</sup>. 环路锁定后  $\epsilon(\delta) = 0$ , 由图可知, 归一化相位误差均值偏移至  $\delta_0$ , 这是由于跟踪干扰有时延存在, 对早、迟信道影响不平衡的结果. 为求得  $\delta_0$ , 写出图中  $g_1$  和  $g_2$  两条线的表达式

$$g_1 = 2P\delta \quad g_2 = 2N(\delta - \eta)$$

由  $g_1 + g_2 = 0$ , 求得

$$\delta_0 = \frac{N}{P + N}\eta \quad (15)$$

由上式可知,  $\delta_0$  受干扰功率  $N$  和相对延时  $\eta$  的影响, 增加  $N$  和  $\eta$  均使  $\delta_0$  增大. 特别是当  $N \gg P$  时,  $\delta_0 = \eta$ , 表明环路完全锁定于干扰的码相位上, 这虽不是造成误码率最大的最佳干扰电平<sup>[3]</sup>, 但对破坏码跟踪环的工作却是十分有效的.

对于最佳干扰电平  $N=P$ , 图 3(b)~3(d) 分别画出了  $\eta$  为  $\frac{1}{2}$ 、1 和  $\frac{3}{2}$  时鉴相器的传输特性  $\epsilon(\delta)$ 。由图 3(d) 看出, 当  $\eta=3/2$  时, 有三个平衡点, 其中  $\delta_{02}=3/4$  为不稳定平衡点, 这种情况下环路或者锁定于  $\delta_{01}=0$ , 而不受干扰的影响, 或者锁定于干扰的码相位上  $\delta_{03}=\eta$ , 而与信号无关。一般说来, 当  $\eta>3/2$  时, 干扰对码跟踪环的工作不产生影响。

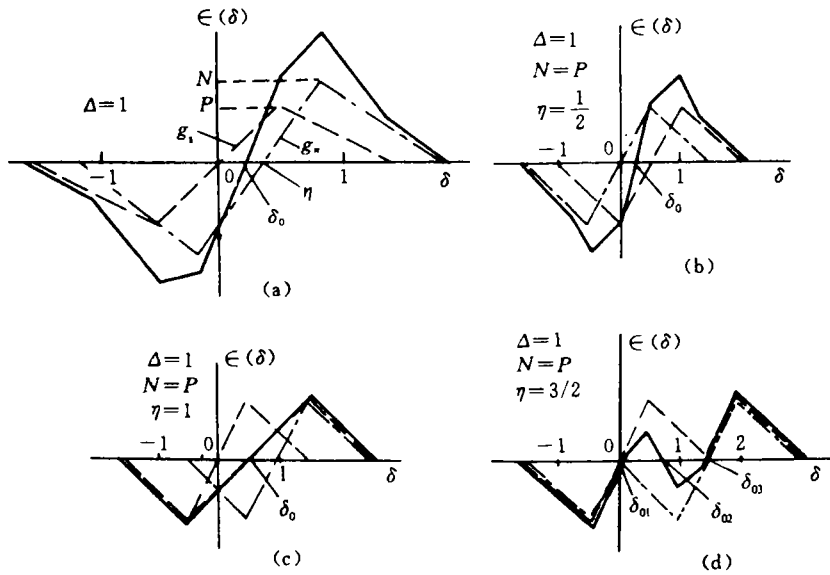


图 3

## 2 相位误差方差增大

在跟踪干扰作用下, 要对码跟踪环的性能作一般的分析是非常困难的。下面我们考虑  $N=P, \eta=1, \Delta=1$  这种特殊情形。由图 3(c) 可知, 此时线性跟踪的相位误差范围较宽, 即使干扰功率很大, 仍可用线性化相位模型来分析。

由于这时  $\eta=1, \delta_0=\frac{1}{2}$ , 可认为通过早信道的仅有跳频信号, 通过迟信道的则只有跟踪干扰, 于是  $x_1(t)$  和  $x_2(t)$  的表达式可简化为

$$x_1(t) = \sqrt{2P} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \cos(\omega_f t + \vartheta_k) p_T(t - kT) \quad (16)$$

$$x_2(t) = [n_c(t) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \cos(\omega_f t - \varphi'_k) - n_s(t) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sin(\omega_f t - \varphi'_k)] \cdot p_T[t - (k+1)T] \quad (17)$$

式中  $\varphi'_k = \varphi_k - (\omega_s - \omega_f)\Delta T$ 。现在来求两个信道低通的输出

$$\begin{aligned} z_1(t) &= X_1^2(t) = 2P \sum_{k=-\infty}^{\infty} \cos^2(\omega_f t + \vartheta_k) p_T(t - kT) \\ &= P \sum_{k=-\infty}^{\infty} p_T(t - kT) + P \sum_{k=-\infty}^{\infty} \cos(2\omega_f t + 2\vartheta_k) p_T(t - kT) \end{aligned}$$

经低通滤除  $2\omega_f$  分量后

$$z_1'(t) = P \sum_{k=-\infty}^{\infty} p_T(t - kT) = P \quad (18)$$

$$\begin{aligned} z_2'(t) = X_2^2(t) = & \left[ n_c^2(t) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \cos^2(\omega_k t + \varphi_k) \right. \\ & + n_s^2(t) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sin^2(\omega_k t - \varphi_k) \left. \right] p_T[t - (k+1)T] \\ & - 2n_c(t)n_s(t) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \cos(\omega_k t - \varphi_k) p_T[t - (k+1)T] \\ & \cdot \sum_{j=-\infty}^{\infty} \sin(\omega_j t - \varphi_j) p_T[t - (j+1)T] \end{aligned}$$

利用式(9), 上式化为

$$\begin{aligned} z_2(t) = & \left[ n_c^2(t) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \cos^2(\omega_k t - \varphi_k) + n_s^2(t) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sin^2(\omega_k t - \varphi_k) \right] \\ & \cdot p_T[t - (k+1)T] - 2n_c(t)n_s(t) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \cos(\omega_k t - \varphi_k) \\ & \cdot \sin(\omega_k t - \varphi_k) \cdot p_T[t - (k+1)T] \end{aligned}$$

经低通滤波除  $\omega_k$  的倍频分量后

$$\begin{aligned} z_2(t) = & \frac{1}{2} [n_c^2(t) + n_s^2(t)] \sum_{k=-\infty}^{\infty} p_T[t - (k+1)T] \\ = & \frac{1}{2} [n_c^2(t) + n_s^2(t)] \end{aligned} \quad (19)$$

鉴相输出误差电压

$$\in(t, \delta_o) = z_1'(t) - z_2'(t) = P - \frac{1}{2} [n_c^2(t) + n_s^2(t)] \quad (20)$$

为求得  $\in(t, \delta_o)$  的功谱, 先求其自相关函数

$$\begin{aligned} R_{\in}(\tau) = & \mathbf{E}\{\in(t, \delta_o) \in(t + \tau, \delta_o)\} \\ = & \mathbf{E}\left\{ \left[ P - \frac{1}{2} \langle n_c^2(t) + n_s^2(t) \rangle \right] \left[ P - \frac{1}{2} \langle n_c^2(t + \tau) + n_s^2(t + \tau) \rangle \right] \right\} \\ = & \mathbf{E}\left\{ P^2 - \frac{1}{2} P [n_c^2(t) + n_s^2(t) + n_c^2(t + \tau) + n_s^2(t + \tau)] \right. \\ & \left. + \frac{1}{4} [n_c^2(t) + n_s^2(t)] [n_c^2(t + \tau) + n_s^2(t + \tau)] \right\} \end{aligned}$$

由于  $n_c(t)$  和  $n_s(t)$  有相同的统计特性, 且相互独立, 上式可化为

$$\begin{aligned} R_{\in}(\tau) = & P^2 - 2PE[n_c^2(t)] + \frac{1}{2}E^2[n_c^2(t)] \\ & + \frac{1}{2}E\{[n_c(t)n_c(t + \tau)]^2\} \end{aligned}$$

而  $E\{[n_c(t)n_c(t + \tau)]^2\}$  的福氏变换为<sup>[1]</sup>

$$S(f) = N^2\delta(f) + 2S_{nc}(f) * S_{nc}(f) \quad (21)$$

据前面的假设, 式中

$$S_{nc}(f) = \begin{cases} N_0 & |f| \leq \frac{1}{2}B_N \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (22)$$

为  $n_c(t)$  的功率谱。由  $R_{\epsilon}(\tau)$  进行福氏变换, 得  $\in(t, \delta_0)$  的功率谱

$$S_{\epsilon}(f) = (P^2 - 2PN + \frac{1}{2}N^2)\delta(f) + \frac{1}{2}N^2\delta(f) + S_{nc}(f) * S_{nc}(f)$$

由于我们是在  $N=P$  的条件下分析的, 上式化为

$$S_{\epsilon}(f) = S_{nc}(f) * S_{nc}(f) \quad (23)$$

由图 3(c) 可求出鉴相器的传输系数

$$K_d = \left. \frac{d \in(\delta)}{d\delta} \right|_{\delta_0} = P \quad (24)$$

于是可将  $S_{\epsilon}(f)$  折合到输入端, 得输入相位误差功率谱

$$S_m(f) = S_{\epsilon}(f)/k_d^2 = S_{nc}(f) * S_{nc}(f)/P^2 \quad (25)$$

设环路线性化等效模型的传递函数为  $H(j2\pi f)$  考虑到环路的噪声带宽很窄, 则输出相位误差功率谱为

$$S_{no}(f) = S_m(f) |H(j2\pi f)|^2$$

最后可求得环路输出相位误差方差

$$\sigma^2 = S_{no}(0) \int_{-\infty}^{\infty} |H(j2\pi f)|^2 df = S_m(0) W_L$$

式中  $W_L$  为环路双边等效噪声带宽。考虑到式(22)、(23)和(25)得

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= N_0^2 B_N W_L / P^2 = (N_0 B_N)^2 \frac{1}{P^2} \frac{W_L}{B_N} \\ &= \frac{N^2}{P^2} \frac{W_L}{B_N} = \frac{W_L}{B_N} \end{aligned} \quad (26)$$

由于式中跟踪干扰的功谱密度  $N_0$  比接收机噪声的功谱密度大得多, 因而使输出相位误差方差增大。

若  $W_L=200\text{Hz}$ ,  $B_N=64\text{kHz}$ , 则

$$\sigma = \sqrt{W_L/B_N} = 5.59 \times 10^{-2}$$

### 3 失锁概率增加

要计算失锁概率, 先必须求出相位误差的概率密度函数  $p(\delta)$ 。文献[4]通过解 Fokker-Planck 方程得出了二阶环  $p(\delta)$  的稳态解, 文献[5]也有关于  $p(\delta)$  的分析, 但所得表达式都不便于解析计算。而文献[6]、[7]认为环路带宽很窄, 环路信噪比较高的情况下, 相位误差可视为高斯过程。为分析方便起见, 我们假设相位误差概率密度函数是均值为  $\delta_0$ , 方差为  $\sigma^2$  的高斯分布

$$p(\delta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(\delta-\delta_0)^2}{2\sigma^2}} \quad (27)$$

如图 4 所示。设解跳输出降到  $R_1$  时环路失锁，失锁门限为  $\delta_1$ ，则失锁概率为

$$P_{\delta_1} = \int_{-\infty}^{-\delta_1} p(\delta)d\delta + \int_{\delta_1}^{\infty} p(\delta)d\delta \quad (28)$$

将式(27)代入,经过一些数学推演后,可得

$$P_{\delta_1} = \frac{1}{2}\operatorname{erfc}\left(\frac{\delta_1 + \delta_0}{\sqrt{2}\sigma}\right) + \frac{1}{2}\operatorname{erfc}\left(\frac{\delta_1 - \delta_0}{\sqrt{2}\sigma}\right) \quad (29)$$

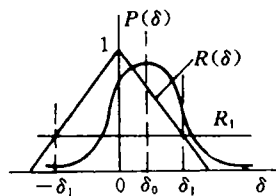


图 4

式中  $\operatorname{erfc}(x)$  为互补误差函数,当  $x \gg 1$  时可近似为

$$\operatorname{erfc}(x) = e^{-x^2} / \sqrt{\pi} x \quad (30)$$

可见随着  $x$  的增加,  $\operatorname{erfc}(x)$  将迅速下降。于是式(29)可近似为

$$P_{\delta_1} \approx \frac{1}{2}\operatorname{erfc}\left(\frac{\delta_1 - \delta_0}{\sqrt{2}\sigma}\right) \quad (31)$$

由此可知,在跟踪干扰作用下,相位误差均值发生偏移,因而使环路失锁概率增加。

对于  $N=P, \eta=1, \Delta=1$  的环路有  $\delta_0 = \frac{1}{2}$ 。设解跳相关器输出下降到  $R(\delta_1) = 1/4$  时,环路由跟踪转入重新捕获的状态,则相位误差失锁门限  $\delta_1 = 1 - 1/4 = 3/4$ 。仍取  $\sigma = 5.59 \times 10^{-2}$ ,则利用式(30)由式(31)求得

$$P_{\delta_1} = \frac{1}{2}\operatorname{erfc}\left(\frac{0.75 - 0.5}{5.59 \times 10^{-2} \sqrt{2}}\right) = 4.05 \times 10^{-6}$$

若相位误差均值偏移  $\delta_0 = 0$ ,则由式(29)得

$$P_{\delta_1} = \operatorname{erfc}\left(\frac{\delta_1}{\sqrt{2}\sigma}\right) \quad (32)$$

以相同的  $\sigma$  和  $\delta$  代入

$$P_{\delta_1} = \operatorname{erfc}\left(\frac{0.75}{5.59 \times 10^{-2} \sqrt{2}}\right) = 4.85 \times 10^{-41}$$

通过比较看出,相位误差均值出现偏移对失锁概率的影响是非常严重的。失锁概率增加,显然会使平均同步保持时间缩短。关于平均同步保持时间的分析是非常复杂的<sup>[2]</sup>,本文不再进行。

## 4 误码率上升

前面提到,由于相位误差均值偏移,会使解调器输入端每个码元的平均能量下降,因而信噪比降低,误码率上升。对于一个非相干 BFSK 解调系统,其误码率为<sup>[8]</sup>

$$P_e = \frac{1}{2}e^{-\epsilon/2} \quad (33)$$

式中  $\epsilon$  为归一化信噪比。当受到跟踪干扰后,相位误差均值为  $\delta_0$ ,其归一化信噪比下降为  $\epsilon' = (1 - \delta_0)^2 \epsilon$ ,此时系统误码率上升为

$$P_e = \frac{1}{2}e^{-(1 - \delta_0)^2 \epsilon/2} \quad (34)$$



设系统未受到干扰时  $P_e = 10^{-7}$ , 由式(33)求得  $\epsilon = 30.85$ , 受到干扰后, 若取  $\delta_0 = \frac{1}{2}$ , 则由式(34)得  $P_e = 1.06 \times 10^{-2}$ . 可见跟踪干扰通过对码跟踪环的影响, 间接地使误码率上升。

## 5 结束语

本文在一定的近似条件下, 就跟踪干扰对延迟锁定码跟踪环性能的影响作了分析, 得出了一些有益的结果。但因条件限制, 未作实验验证。

## 参 考 文 献

- 1 R E Ziemer, R L Peterson. Digital Communications and Spread Spectrum Systems, Macmillan Publishing Company, 1985
- 2 J K Holmes. Coherent Spread Spectrum Systems. John Wiley and Sons, Inc 1982
- 3 D J Jorriero. Principles of Military Communication Systems. Artech House, Inc 1981
- 4 刘增基等. 二阶延迟环跟踪性能分析. 见: 中国通信学会第三次电信学术年会论文集, 1986
- 5 G Cherubini, L B Milstain. Performance Analysis of Hybrid and Frequency-Hopped Phase-Coherent Spread Spectrum System. IEEE Trans Com-37, June, 1989
- 6 Spread Spectrum Communications, Advisory Group for Aerospace Research Development, 1973, AD-766: 914
- 7 张厥盛等. 锁相技术. 西安: 西北电讯工程学院出版社, 1986
- 8 P E Peebles. Communication System Principles, Addison-Wesley Publishing Company, 1976

## The Effects of a Follower Jamming on the Performance of a Delay-lock Code Tracking Loop

Chen Xianfu

(Department of Electronic Technology, NUDT, Changsha, 410073)

### Abstract

In this paper, the effects of a follower jamming on the performance of a delay-lock code tracking loop in a frequency hopping system are analysed. It will cause the average value of the phase error between the reference code and received code to offset, the variance of the phase error to increase, the lost-lock probability of the tracking loop to add, and the error probability to enhance indirectly.

**Key words** follower jamming frequency hopping, synchronization, delay-lock code tracking loop