

## 提高步进电机步距精度的研究\*

闫贵军 吕海宝 漆新民

(国防科技大学机械电子工程与仪器系 长沙 410073)

**摘要** 就步进电机细分可以提高步距精度的问题从理论上进行了分析和研究,并用传递函数的方法研究系统的动态响应,最后给出了不同细分数的步距角的均匀性的实验数据。

**关键词** 步进电机; 细分; 步距精度

**分类号** TM383.6

步进电机广泛应用于数控机床、自动生产线、自动化仪表、计算机外部设备、绘图机和电子手表等方面。在大多数的应用领域中,对步进电机的步距精度都有一定的要求,尤其在开环控制的步进电机拖动系统中,系统的精度主要决定于步进电机的步距精度和传动件(如齿轮,滚珠丝杠等)的定位误差。加工中步距精度经常体现在两个方面:(1)系统的静态定位误差;(2)系统的动态误差。在开环数控机床系统中,系统的静态定位误差影响机床的加工精度,系统动态误差影响零件表面粗糙度。本文就步进电机细分可以提高步距精度的问题从理论上进行了分析和研究,并按控制系统的经典理论,用传递函数的方法分析和研究系统的动态响应,最后给出了带一定负载的两相四拍感应子式步进电机不同细分数的步距角的均匀性的实验数据。

## 1 系统的动态误差

系统的动态误差是在频率发生突变,负载发生突变及低频和高频振荡等动态过程中,实际位置与理论位置之差。用传递函数的方法来分析系统动态响应,电动机要按控制指令运动到定位位置 $\theta$ (激励量),一般是从前一励磁状态的稳定平衡点向新的稳定平衡点转动。而电动机实际位置 $\theta_0$ 可能因为种种原因与激励量有一微小的差距,如果用拉氏变换来表示目标值 $\theta_0(s)$ 和控制量 $\theta_c(s)$ ,则传递函数可定义为

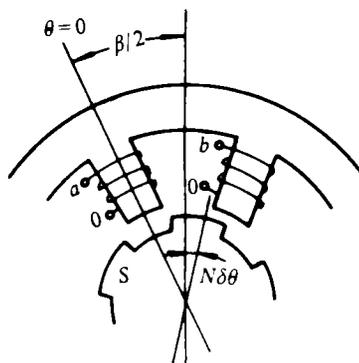


图1 感应子式步进电机两相励磁

\* 1993年9月18日收稿

$$G(s) = \frac{\theta_o(s)}{\theta_i(s)} \quad (1.1)$$

据此定义，从简单情况出发，这里以两相四拍感应子式步进电机为例，两相同时励磁情况如图 1 所示，转子稳定平衡位置处于  $\theta = \beta/2$  处，现推导其传递函数如下：

两通电相的电压方程为

$$\begin{cases} U_a - R_a i_a - L_1 \frac{di_a}{dt} - L_{12} \frac{di_b}{dt} - \frac{d}{dt}[K_f \cos Z_r \theta] = 0 \\ U_b - R_b i_b - L_1 \frac{di_b}{dt} - L_{12} \frac{di_a}{dt} - \frac{d}{dt}[K_f \cos Z_r (\theta - \beta)] = 0 \end{cases} \quad (1.2)$$

式中  $L_1$  及  $L_{12}$  为  $a$  相、 $b$  相的自电感及互电感； $K_f$  为永磁体和相绕组的耦合系数； $Z_r$  为转子齿数； $\beta$  为步距角； $U_a$ 、 $U_b$ 、 $i_a$ 、 $i_b$  分别为  $a$  相、 $b$  相绕组的通电电压和电流； $R_a$ 、 $R_b$  分别为  $a$  相、 $b$  相绕组的回路电阻，可近似认为  $R_a = R_b = R$ 。

机械运动方程（空载时）为

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} + D \frac{d\theta}{dt} + K_{TP} i_a \sin Z_r \theta + K_{TP} i_b \sin Z_r (\theta - \beta) = 0 \quad (1.3)$$

式中  $J$  为转子本身的惯量和负载惯量之和； $D$  为粘性摩擦系数； $K_{TP}$  为转矩系数。

假设在  $t=0$  瞬时，在  $\theta = \beta/2$ ， $d\theta/dt=0$  位置上有一微小振荡  $\delta\theta(t)$ ，这时由于电磁感应使各相电流也产生微小变化  $\delta i_a(t)$  及  $\delta i_b(t)$ ，按如下方法使式(1.2)，(1.3)线性化：

$$\begin{cases} \theta = \frac{\beta}{2} + \delta\theta(t) \\ i_a = I_0 + \delta i_a(t) \\ i_b = I_0 + \delta i_b(t) \end{cases} \quad (1.4)$$

式中  $I_0$  为扰动发生前的相电流， $i_a = i_b = I_0$ 。由于  $\delta\theta(t)$  很小，可作如下线性近似

$$\begin{cases} \cos Z_r \delta\theta(t) = 1 \\ \sin Z_r \delta\theta(t) = Z_r \delta\theta(t) \end{cases} \quad (1.5)$$

则

$$\begin{cases} \sin Z_r \theta = \sin Z_r \left[ \frac{\beta}{2} + \delta\theta(t) \right] = \sin \frac{Z_r \beta}{2} + Z_r \delta\theta(t) \cos \frac{Z_r \beta}{2} \\ \cos Z_r \theta = \cos Z_r \left[ \frac{\beta}{2} + \delta\theta(t) \right] = \cos \frac{Z_r \beta}{2} - Z_r \delta\theta(t) \sin \frac{Z_r \beta}{2} \end{cases} \quad (1.6)$$

同理

$$\begin{cases} \sin Z_r (\theta - \beta) = \sin Z_r \left( \frac{\beta}{2} + \delta\theta(t) - \beta \right) = -\sin \frac{Z_r \beta}{2} + Z_r \delta\theta(t) \cos \frac{Z_r \beta}{2} \\ \cos Z_r (\theta - \beta) = \cos Z_r \left( \frac{\beta}{2} + \delta\theta(t) - \beta \right) = \cos \frac{Z_r \beta}{2} + Z_r \delta\theta(t) \sin \frac{Z_r \beta}{2} \end{cases} \quad (1.7)$$

将式(1.4)~(1.7)代入式(1.3)，忽略  $\delta i_a(t)\delta\theta(t)$  及  $\delta i_b(t)\delta\theta(t)$  等项高阶无穷小，得到

$$\begin{aligned} J \frac{d^2}{dt^2} \delta\theta(t) + D \frac{d}{dt} \delta\theta(t) + 2K_{TP} I_0 Z_r \cos \frac{Z_r \beta}{2} \delta\theta(t) \\ + K_{TP} \sin \frac{Z_r \beta}{2} [\delta i_a(t) - \delta i_b(t)] = 0 \end{aligned} \quad (1.8)$$

将式(1.4)~(1.7)代入式(1.2), 得到

$$\begin{cases} R\delta i_a(t) + L_1 \frac{d}{dt} \delta i_a(t) + L_{12} \frac{d}{dt} \delta i_b(t) - K_f Z_r \sin \frac{Z_r \beta}{2} \frac{d}{dt} \delta \theta(t) = 0 \\ R\delta i_b(t) + L_1 \frac{d}{dt} \delta i_b(t) + L_{12} \frac{d}{dt} \delta i_a(t) + K_f Z_r \sin \frac{Z_r \beta}{2} \frac{d}{dt} \delta \theta(t) = 0 \end{cases} \quad (1.9)$$

式(1.8)及(1.9)为转子在稳定平衡位置发生微小扰动后线性化了的运动方程及电压平衡方程, 以  $t=0, \theta=\theta_i=\beta/2, i_a=i_b=I_0$  为初始条件, 用拉氏变换来研究, 即令

$$\delta \theta(t) \rightarrow \theta(s), \delta i_a(t) \rightarrow i_a(s), \delta i_b(t) \rightarrow i_b(s)$$

代入式(1.9)可解出

$$i_a(s) = -i_b(s) = \frac{K_f Z_r \sin \frac{Z_r \beta}{2} [S\theta_0(s) - \theta_i(s)]}{R + LS} \quad (1.10)$$

式中  $L=L_1-L_{12}$ . 同样, 考虑  $\delta \theta(s)=\theta_0(s)-\theta_i(s)$  及初始条件  $\theta=\theta_i=\beta/2, d\theta/dt=0$ , 对式(1.8)作拉氏变换, 并将(1.10)代入, 得到

$$\begin{aligned} & J[S^2\theta_0(s) - S\theta_i(s)] + D[S\theta_0(s) - \theta_i(s)] + 2K_{TP}I_0Z_r \\ & \cdot \cos \frac{Z_r \beta}{2} [\theta_0(s) - \theta_i(s)] + K_{TP} \sin \frac{Z_r \beta}{2} \\ & \cdot \frac{2K_f Z_r \sin \frac{Z_r \beta}{2} [S\theta_0(s) - \theta_i(s)]}{R + LS} = 0 \end{aligned} \quad (1.11)$$

对式(1.11)化简整理, 可得

$$G(S) = \frac{S^2 + \left(\frac{R}{L} + \frac{D}{J} + \omega_n^2\right)S + \frac{R}{L} \frac{D}{J} + \left(\frac{R}{L} + K\right)\omega_n^2}{S^3 + \left(\frac{R}{L} + \frac{D}{J}\right)S^2 + \left[\frac{R}{L} \frac{D}{J} + \omega_n^2(1+k)\right]S + \frac{R}{L}\omega_n^2} \quad (1.12)$$

$$\text{式中 } K = \frac{K_f}{I_0 L} \sin^2 \frac{Z_r \beta}{2} / \cos \frac{Z_r \beta}{2} \quad (1.13)$$

$$\omega_n^2 = \frac{1}{J} 2K_{TP}I_0Z_r \cos \frac{Z_r \beta}{2} \quad (1.14)$$

忽略粘滞摩擦阻尼的存在, 即令  $D=0$ , 式(1.12)可化简为

$$G(S) = \frac{S^2 + \left(\frac{R}{L} + \omega_n^2\right)S + \left(\frac{R}{L} + K\right)\omega_n^2}{S^3 + \frac{R}{L}S^2 + (1+K)\omega_n^2S + \frac{R}{L}\omega_n^2} \quad (1.15)$$

$$\text{则特征方程为 } S^3 + \frac{R}{L}S^2 + (1+K)\omega_n^2S + \frac{R}{L}\omega_n^2 = 0 \quad (1.16)$$

式中  $R/L$  为电气时间常数的倒数;  $K$  为电动机所具有的阻尼系数;  $\omega_n$  为电动机的固有角频率。

特征方程式(1.16)表明, 两相励磁时步进电机是三次阻尼系统, 电动机的动态响应主要取决于参数  $R/L, K$  及  $\omega_n$ . 对大多数步进电机而言, 有  $0 < k < 1$ , 式(1.16)有一个实根和两个共轭复数根, 可以表示为

$$(S + a_1)[(S + a_2)^2 + \omega_n^2] = 0 \quad (1.17)$$

则具有三次形传递函数步进电机单步响应的解析解为

$$\theta(t) = Ae^{-a_1 t} + Be^{-a_2 t} \cos \omega_n t \quad (1.18)$$

式中  $A$ 、 $B$  及  $a_1$ 、 $a_2$  由下列式子确定

$$\begin{cases} a_1 + 2a_2 = \frac{R}{L} \\ a_1(a_1^2 + \omega_n^2) = \frac{R}{L}\omega_n^2 \\ a_2(a_2 + 2a_1) = K\omega_n^2 \end{cases} \quad (1.19)$$

$$\begin{cases} A = 1 \\ B + 2a_2 = \frac{R}{L} + \omega_n^2 \\ Ba_1 + a_2^2 = \left( \frac{R}{L} + K - 1 \right) \omega_n^2 \end{cases} \quad (1.20)$$

可见，欲缩短振荡持续的时间，则希望  $a_1$  和  $a_2$  两者都大，而要减小振荡幅值，就必须使  $B$  小。由(1.19)式可知，增大  $a_1$ 、 $a_2$  的有效办法是增大绕组回路电阻  $R$ 。由(1.20)式可知，在  $R/L$ 、 $a_1$  和  $a_2$  一定的情况下，只有减小  $\omega_n$  才能减小  $B$ ， $K$  的影响。由式(1.14)可知，通过减小  $I_0$  可减小  $B$ ， $I_0$  可通过电路细分，使励磁绕组通电电流为  $I_i = \frac{i}{n} I_0$  来实现。这里  $i=1, 2, \dots, n$ ； $n$  是细分数。因此，通过细分控制可以减小系统的动态误差。

## 2 系统的静态定位误差 $\Delta\beta_i$

$$\Delta\beta_i = \Delta\beta + \Delta\beta_m + \Delta\beta_D \quad (2.1)$$

式中  $\Delta\beta$  为选定电机的步距误差； $\Delta\beta_m$  为传动件的累计误差； $\Delta\beta_D$  为由摩擦负载引起的随机误差。在近似计算中  $\Delta\beta_D$  可按式(2.2)确定

$$\Delta\beta_D = \frac{m}{2\pi} \beta \arcsin \frac{T_{12}}{T_k} \quad (2.2)$$

式中  $T_{12}$  为系统干摩擦转矩； $T_k$  为步进电机最大静转矩； $m$  为运行拍数； $\beta$  为步距角。

由式(2.2)可知， $\Delta\beta_D$  与  $\beta$  成正比，通过减小  $\beta$ ，可以减小  $\Delta\beta_D$ ，从而减小  $\Delta\beta$ 。 $\beta$  的减小可采用细分技术，使细分后的步距角  $\beta' = \beta/n$ 。这样细分后系统的静态定位误差可大大减小，从而提高了步进电机的步距精度。

再则，步进电机每一步所对应的直线位移量即脉冲当量由下式确定

$$\Delta L = \frac{tc}{360} \beta \quad (2.3)$$

式中  $\Delta L$  为脉冲当量值； $t$  为传动比； $C$  为丝杠螺距。

由(2.3)式可知，通过细分电路，减小了步距角，脉冲当量值也相应减小，从而提高了步进电机的步距精度。从上面的分析可知，采用细分技术可以减小系统的静态定位误差和动态误差，提高步距精度。细分技术应用在由步进电机驱动的数控机床系统中可提高加工精度和改善零件表面粗糙度。

所谓细分电路是一种专门的控制电路，使得步进电机的励磁绕组电流的切换按阶梯波进行，电流的大小用脉冲宽度来控制，可以用硬件电路，也可用微机来实现。本实验

采用电压切换法来实现细分电流的控制，以阶梯电压信号控制功放电路产生阶梯电流，而在控制电流信号的波顶平稳时，则用恒频脉宽调制方案。经实验测得的阶梯电压信号如图 2 所示（以一相绕组为例）。

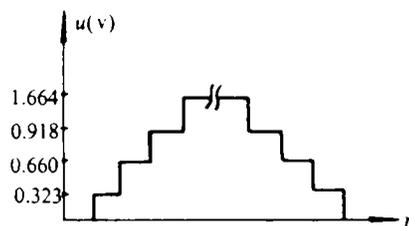


图 2 阶梯电压信号

### 3 步距角均匀性的讨论

从上面的分析可知，对步距角进行细分可以提高步距精度。理论上，细分分数越大，步距精度越高；但实际上，由于步进电机工作时都是带一定负载的，细分分数越大，细分电流就越小，步进电机的电磁转矩也就越小。如果摩擦负载转矩相对电磁转矩很大时，每一微步停稳位置有可能是不固定的，每一步起始点也就会不相同，这样就会出现有些步大有些步小的现象，甚至会出现有些步根本不走的现象，影响了细分后步距角的均匀性和动态响应。因此在选择细分分数时，要综合考虑选出最佳的细分分数。

下列表中测得的数据是步进电机拖动丝杠系统的脉冲当量值，实验中用的是两相四拍双极性感应子式步进电机，表 1、2、3 中的数据是在其他条件不变，只改变细分分数，即无细分、二细分、八细分三种情况下测出的。限于篇幅只给出一个通电周期内的数据，足以说明问题。

表 1 无细分时的脉冲当量值 /  $\mu m$

2.5312	2.7685	2.2148	2.5312
--------	--------	--------	--------

表 2 二细分时的脉冲当量值 /  $\mu m$

1.8193	0.6328	1.8193	0.7910	0.8701	1.3447	1.7402	0.7910
--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------

表 3 八细分时的脉冲当量值 /  $\mu m$

0.3955	0.3955	0.4746	0.3955	0.0000	0.1582	0.0000	0.6328
0.0000	0.9492	0.3955	0.3164	0.0791	0.0000	0.3164	0.2373
0.3164	0.6328	0.7119	0.2373	0.2373	0.0000	0.1582	0.3955
0.0000	0.7910	0.4746	0.0000	0.5537	0.1582	0.0000	0.3164

从上面表中的数据可看出，细分分数增加，脉冲当量值减小，提高了定位精度，可是细分后步距角的均匀性相对变差。从表 3 中可看出，有时会出现失步现象。

### 4 结束语

理论分析和实验表明，细分控制可以提高步进电机的步距精度。带负载的步进电机细分后步距角的均匀性与细分分数有关，所以在实际应用中，应综合考虑选择最佳细分分数。本文的数据是在固定负载下测得的，至于细分后带负载能力以及负载对细分效果的影响，还有待我们进一步去探讨。

### 参 考 文 献

- 1 李忠杰，宁守信．步进电动机应用技术．北京：机械工业出版社，1988
- 2 Athani V V. Universal Step-motor Controller-indexer. Microprocessors and Microsystems. 1980, 4 (7): 253~258

(下转第 54 页)

- 3 秦子增, 马海亮. 可控翼伞系统九自由度飞行性能仿真. 宇航学报, 1994年(待发表)
- 4 K-F Doherr, H Schiling. 9 DOF-simulation of Rotating Parachute Systems, AIAA 12th. Aerodynamic Decelerator and Ballom Tech. conf, 1991
- 5 T F Goodrick. Development of Method for Assessment of Gliding Parachute Applioations. AD-A117103, 1971

## **9-DOF Simulation of Controllable Parafoil System for Gliding and Stability**

Ma Hailiang Qin Zizeng

(The Department of Aerospace Technology, NUDT, Changsha, 410073)

### **Abstract**

In this paper, a 9-DOF (Degree of Freedom) flight dynamic model of controllable parafoil system is presented. Based on this model, the simulation program is developed to aid the study of the gliding performance and dynamic stability for such a system with a parafoil of 40(sqm). Its results are compared with those of 6-DOF model. The stability of relative pitch is analysed in detail, and the methods for its improvement are given.

**Key words** system simulation; controllable parafoil; Nine-Degree-of-Freedom; stability

---

(上接第 42 页)

## **The Research on Increasing Precision of the Step-angle of a Step-Motor**

Yan Guijun Lü Haibao Qi Xingmin

(The Department of Mechantronics and Instrumentation, NUDT, Changsha, 410073)

### **Abstract**

The problem of increasing the precision of the step-angle of a step-motor by the fine dividing for the step-motor is studied theoretically in this paper. And by means of transfer function, the dynamic response of the system is studied. Finally, the experiment data of evenness of the step-angle of different numbers of the fine dividing are given.

**Key words** step-motor; fine dividing; step-angle precision