

# 位移精密测量技术的研究\*

郝继贵 吕海宝 漆新民

(国防科技大学机械电子工程与仪器系 长沙 410073)

**摘要** 理论上分析了一种利用全息光栅作为传感器的光电检测方法;从应用角度出发给出了检测光路结构,并进行了详细的误差分析,这种方法具有结构简单,精度高等优点。

**关键词** 全息光栅;位移测量;误差分析

**分类号** TH741.6

随着现代科学技术的发展,机械加工的精度越来越高。目前超精密加工已经能稳定地达到亚微米级的精度,这是衡量一个国家工业实力的重要标志;西方发达国家正积极制定规划,投入大量的人力、物力向毫微米级加工精度努力。作为超精密加工的重要基础,位移量的精密测试技术一直被人们所研究与重视。现代精密加工要求位移测量技术能在较宽的量程上( $\leq 100\text{mm}$ )有极高的分辨力( $0.01\mu\text{m}$ )和很高的精度,传统的位移测试技术在很大程度上不能满足这个要求。本文针对一种新型的光电法位移精密测量技术进行理论分析并给出了检测光路结构,讨论了该方法的实现精度及减小误差的方案。该方法可望在 $50\text{mm}$ 的量程上实现 $0.01\mu\text{m}$ 的极高分辨力与亚微米的高精度<sup>[1~3]</sup>。

## 1 测量原理分析

本文讨论的是一种利用全息光栅作为位移检测元件的位移精密测量技术。全息光栅是指利用干涉方法制作的光栅,与计量光栅相比,全息光栅具有很高的空间频率,目前最高可达 $6000\text{l/mm}$ ,一般的全息光栅也具有 $1500\text{l/mm}$ 左右的空间分辨力。我们正是利用全息光栅这样高的空间分辨力作为长度测量基准来实现位移的精密测量。

如图1所示,当一束单色平面波垂直入射全息光栅时,将发生衍射,我们让对称的两级衍射波叠加形成干涉场。当光栅作 $x$ 方向位移时,衍射波的位相将发生变化,干涉条纹将对应移动,条纹的移动量与光栅的位移是严格对应的。我们从三个不同的出发点(物理光学、付里叶光学、多普勒效应)推导了光栅的位移测量公式,得到了完全一致的结论,使得这种测量技术建立在严格的理论上。

### 1.1 物理光学分析

如图2所示,波长为 $\lambda$ 的单色光垂直入射全息光栅, $\theta$ 表示 $\pm m$ 级衍射波的衍射角,设

\* 1993年9月20日收稿

空间任意点  $C$  的  $+m$  级光的相位为  $\phi C^{(+m)}$ , 则  $\phi C^{(+m)}$  与  $\phi E^{(+m)}$  相等, 又因为  $\phi B^{(+m)}$  与  $\phi A$  相等, 则  $\phi C^{(+m)}$  可用 (1) 式表示。

$\phi E^{(+m)}$  与  $\phi B^{(+m)}$  分别表示关于  $+m$  级光的点  $E$  与点  $B$  的相位

$$\phi C^{(+m)} = \phi A - \frac{2\pi}{\lambda} \overline{BE} \quad (1)$$

式中  $\overline{BE} = \overline{AN} \sin \theta - \overline{CN} \cos \theta$

因此, (1) 式改写为

$$\phi C^{(+m)} = \phi A + \frac{2\pi}{\lambda} \overline{CN} \cos \theta - \frac{2\pi}{\lambda} \overline{AN} \sin \theta \quad (2)$$

同理, 与  $-m$  级光有关的相位  $\phi C^{(-m)}$  可用 (3) 式表示

$$\phi C^{(-m)} = \phi A + \frac{2\pi}{\lambda} \overline{CN} \cos \theta + \frac{2\pi}{\lambda} \overline{AN} \sin \theta \quad (3)$$

这样  $C$  点两束衍射光的相位差可由 (4) 式给出。用光栅方程  $d \sin \theta = m \lambda$  代入, 可得到 (5) 式, 式中  $d$  为衍射光栅的光栅常数

$$\begin{aligned} \Delta \phi C &= \phi C^{(+m)} - \phi C^{(-m)} \\ &= -\frac{4\pi}{\lambda} \overline{AN} \sin \theta \end{aligned} \quad (4)$$

$$= -2\pi \frac{\overline{AN}}{(d/2m)} \quad (5)$$

如果我们考虑的是  $\pm 1$  级衍射光, 那么 (5) 式中  $m$  应取 1, 将干涉亮纹条件  $\Delta \phi C = \pm 2k\pi$  代入 (5) 式中

$$\Delta \phi C = -2\pi \frac{\overline{AN}}{(d/2)} = \pm 2k\pi$$

于是得到 (6) 式

$$\overline{AN} = \pm kd/2 \quad (6)$$

(6) 式表明了光栅的位移量与干涉条纹移动数  $k$  之间的关系, 也就是全息光栅位移测量公式。

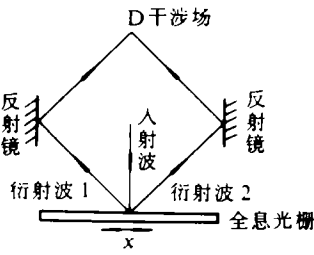


图1 全息光栅测位移原理

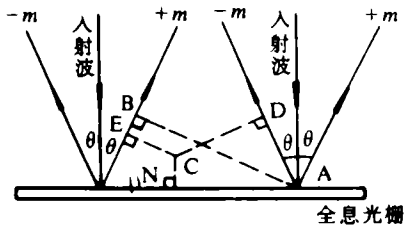


图2 全息光栅测位移物理光学分析

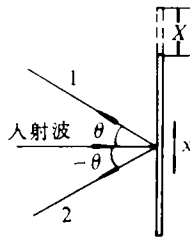


图3 全息光栅测位移付里叶光学分析

## 1.2 付里叶光学分析

如图3所示, 考虑一束单色平面波垂直入射全息光栅, 假定我们讨论的是反射型全息光栅。光束1与光束2是正负对称的两级衍射波, 其衍射角分别为  $\theta$  与  $-\theta$ 。设光栅的反射率函数为  $t(x, y)$ , 入射光波为  $U_i(x, y)$ , 那么光栅表面的衍射波  $U_r(x, y)$  满足(7)式

$$U_i(x, y) = t(x, y)U_i(x, y) \quad (7)$$

对上式作付里叶变换得(8)式

$$A_i(\xi, \eta) = T(\xi, \eta) * A_i(\xi, \eta) \quad (8)$$

式中  $\xi, \eta$  为空间频率, 且衍射波角谱  $A_i(\xi, \eta)$ , 入射波角谱  $A_i(\xi, \eta)$ , 反射率函数的付里叶变换  $T(\xi, \eta)$  可分别表示为

$$A_i(\xi, \eta) = \mathcal{F}[U_i(x, y)]$$

$$A_i(\xi, \eta) = \mathcal{F}[U_i(x, y)]$$

$$T(\xi, \eta) = \mathcal{F}[t(x, y)]$$

由于  $U_i(x, y)$  为单色平面波, 所以  $A_i(\xi, \eta)$  的值为  $\delta$  函数, 则(8)式可改写为

$$A_i(\xi, \eta) = T(\xi, \eta) \quad (9)$$

现在, 我们假定光栅沿  $x$  方向移动了  $X$  的位移, 那么此时的反射率函数  $t'(x, y)$  与光栅移动前的反射率函数  $t(x, y)$  之间的关系由(10)式表示

$$t'(x, y) = t(x - X, y) \quad (10)$$

此时衍射波的角谱  $A'_i(\xi, \eta)$  可由(9)式知

$$A'_i(\xi, \eta) = T'(\xi, \eta) \quad (11)$$

式中  $T'(\xi, \eta) = \mathcal{F}[t'(x, y)] = \mathcal{F}[t(x - X, y)]$

由相移定理知  $\mathcal{F}[t(x - X, y)] = T(\xi, \eta) \exp(-i2\pi\xi X)$ , 所以(11)式可写成

$$A'_i(\xi, \eta) = T(\xi, \eta) \exp(-i2\pi\xi X) \quad (12)$$

由(9)式与(12)式可知, 光栅移动后衍射波的角谱附加了一个位相因子  $\exp(-i2\pi\xi X)$ 。我们考虑的是衍射角为  $\pm\theta$  的两级衍射波, 其空间频率分别为  $\pm\frac{\lambda}{\sin\theta}$ 。若光栅的移动量为  $X$ , 那么这两级衍射波的位相变化分别为  $-\frac{2\pi\lambda}{\sin\theta}X$  和  $\frac{2\pi\lambda}{\sin\theta}X$ 。这样两级波叠加干涉, 位相差  $\Delta\phi$  为  $\frac{4\pi\lambda}{\sin\theta}X$ , 根据干涉亮纹条件

$$\Delta\phi = \frac{4\pi\lambda}{\sin\theta}X = \pm 2k\pi \quad (13)$$

可得

$$X = \pm \frac{k}{2} \frac{\sin\theta}{\lambda} \quad (14)$$

将光波垂直入射时的光栅方程  $d\sin\theta = \pm m\lambda$  代入(14)式中得到

$$X = \pm \frac{kd}{2m} \quad (15)$$

式中  $d$  为光栅常数;  $m$  为衍射波级次。若我们仅考虑  $\pm 1$  级衍射波,  $m$  取 1 就得到了与(6)式完全相同的结论。

### 1.3 多普勒效应分析

下面我们从多普勒效应来分析全息光栅的位移测量原理。

多普勒效应是指波经运动物体散射后, 散射波频率相对于入射波频率发生漂移的现象。考虑如图 4 反射型衍射光栅对入射波的作用而产生的两级衍射波 1, 2。我们假设光

栅以  $V$  的速度沿  $x$  方向运动, 那么衍射光波 1 与 2 的频率相对入射波的频率将发生改变。

若入射波的频率为  $\gamma$ , 由于光栅运动而引起衍射光波 1, 2 频率偏移分别为  $\Delta\gamma_1$  与  $\Delta\gamma_2$ . 我们讨论光波 1 和 2 完全对称且衍射角分别为  $\theta$ ,  $-\theta$  的情况, 由多普勒频移公式知

$$\Delta\gamma_1 = \gamma \frac{2V}{C} \sin\theta$$

$$\Delta\gamma_2 = -\gamma \frac{2V}{C} \sin\theta \quad (16)$$

式中  $C$  为光速。

我们让光波 1 与光波 2 叠加即构成一个零差干涉系统, 在光栅移动的过程中对光束 1 与 2 的频率差的一半进行积分就得到干涉条纹的移动数  $N$ , 即

$$\begin{aligned} N &= \int_0^t \left( \frac{\Delta\gamma_1 - \Delta\gamma_2}{2} \right) dt = \int_0^t \gamma \frac{2V}{C} \sin\theta dt \\ &= \frac{2\gamma}{C} \sin\theta \int_0^t \gamma dt = \frac{2\gamma}{C} \sin\theta X \end{aligned} \quad (17)$$

式中  $X = \int_0^t \gamma dt$  为光栅在  $t$  时间内的位移量。

化简 (17) 式

$$X = \frac{1}{2} N \frac{C}{\gamma} \frac{1}{\sin\theta} = \frac{N}{2} \frac{\lambda}{\sin\theta} \quad (18)$$

式中  $\lambda$  为光波长。

利用光波垂直入射的光栅方程  $d\sin\theta = \pm m\lambda$ , (18) 式化为

$$X = \pm \frac{N}{2} \frac{d}{m} \quad (19)$$

若仅考虑  $\pm 1$  级衍射波, 那么  $m$  取 1. 可以看出由多普勒效应出发得到的光栅位移公式 (19) 与前面分析的结论是完全一致的。

## 2 检测光路结构

图 5 示出了一个利用全息光栅进行位移精密测量的实用光路。

单色平面波 1 垂直入射光栅, 光束 2 和 3 是两束对称的衍射波, 它们分别经后向反射器回到光栅上发生二次衍射, 该二次衍射波都平行于入射波, 它们叠加后形成干涉场。通过检测干涉条纹的变化就可以精确地测定光栅  $x$  方向的位移量  $X$ 。

可以看出, 在图 5 的光路中, 产生干涉场的两束光是入射波两次衍射的结果, 因而测量灵敏度可提高一倍, 前面讨论的测量公式改写为

$$X = \pm \frac{1}{2} \frac{N}{2} \frac{d}{m} \quad (20)$$

式中  $m$  为衍射级次。

从图 5 中可以看出, 形成干涉场的两束光都平行于入射波且不受光栅倾斜的影响, 因而得到的干涉场也是稳定的。在图 5 的基础上我们设计了四倍频的检测光路, 如图 6 所

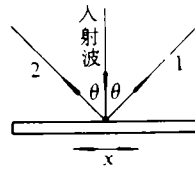


图 4 全息光栅测位移多普勒效应分析

示。

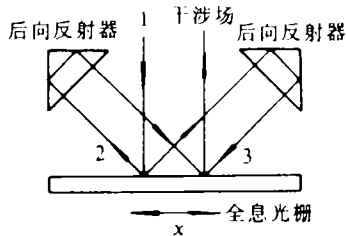


图5 光学二倍频检测光路

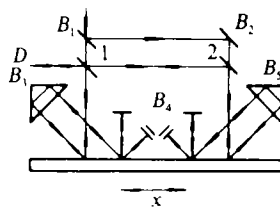


图6 光学四倍频检测光路

单色平面波经分光镜  $B_1$ 、反射镜  $B_2$  后形成二束光 1 与 2 垂直入射全息光栅。 $B_3$ 、 $B_4$ 、 $B_5$  为后向反射镜，由于后向反射器的作用，光束 1 的  $-m$  级衍射波与光束 2 的  $+m$  级衍射波经光栅四次衍射合光在  $D$  处形成干涉场。具体的光路在图 6 中有详细描述，与图 5 相比，本光路的检测灵敏度又提高了一倍，因此 (20) 式再次修改为

$$X = \pm \frac{1}{4} \frac{N}{2} \frac{d}{m} \quad (21)$$

这就是图 6 所示的四倍频光路的位移测量公式。

### 3 测量误差分析

对于图 6 所示的测量光路，其位移测量公式为

$$X = \pm \frac{N}{8} \frac{d}{m} \quad (22)$$

如果配以信号电子细分技术就可实现极高的分辨力。以  $1200l/mm$  的光栅为例，如果信号 20 细分，那么分辨力为  $0.00521\mu m$ 。

影响测量精度有两个主要的因素，其一是光栅常数  $d$ ，其二是光路的对称性。从 (22) 式可以看出测量结果不受光源波长  $\lambda$  的影响，这是这种测量方法的一个很大的优点，但光栅常数  $d$  的稳定性与不均匀性对测量结果有重要影响。普通的玻璃基底全息光栅，它的热膨胀系数大约为  $10^{-5}/C$  量级，而以殷钢为基底的光栅其热膨胀系数仅为  $10^{-7}/C$  量级，这意味着在不考虑其余误差因素的影响下，测量的相对精度可达  $10^{-7}$  量级。在实验研究中发现，全息光栅的刻线不是严格均匀的，以  $1200l/mm$  的光栅为例，其不均匀性一般在  $\pm 20l/mm$  左右，不过这种不均匀性是确定的，并且一般不会产生累积性误差，它只会影响测量结果的绝对精度。一般来说，这种影响是很小的。

另一方面，图 6 中光路的对称性也对测量精度有影响。假定光路不是严格对称的，光程差为  $\Delta l$ ，光源的波长在测量前后改变了  $\Delta \lambda$ ，这样即使光栅没有作  $x$  方向位移（见图 6），也会引起两束相干光位相发生变化从而导致干涉条纹的移动。条纹的移动数  $N$  由 (23) 式给出

$$N = \frac{\Delta l}{\lambda} - \frac{\Delta l}{\lambda + \Delta \lambda} \doteq \Delta l \frac{\Delta \lambda}{\lambda^2} \quad (23)$$

图 6 所示光路的位移当量为  $d/8$ ，因此由于光路不对称所引起的误差  $\epsilon$  由 (24) 式表示

$$\varepsilon = \frac{d}{8}N = \frac{d}{8} \frac{\Delta\lambda}{\lambda^2} \Delta l \quad (24)$$

以 1200l/mm 的光栅为例,  $d$  为  $0.8333\mu\text{m}$ . 若选用 He-Ne 光源,  $\lambda$  为  $0.6328\mu\text{m}$ ,  $\Delta\lambda$  为  $0.6328\text{nm}$ . 如果  $\Delta l$  为  $0.1\text{mm}$ , 则此项误差为  $0.015\mu\text{m}$ . 对于一个高精度的测量系统而言, 这个误差是不能忽略的. 从(24)式可以看出减小这个误差有两个途径, 即提高光路的对称性减小  $\Delta l$ ; 或者应用稳频技术减小  $\Delta\lambda$ . 比较而言, 提高光路的对称性比较易于实现且成本不会很高.

## 4 结束语

本文讨论了一种利用全息光栅精密测量位移的方法, 与传统的位移测量方法相比, 该方法具有成本低, 分辨力与精度高等显著优点. 本文给出了四倍频的光路设计方案, 如能很好解决全息光栅的衍射效率问题, 则该方法将具有较高的实用价值.

## 参 考 文 献

- 1 森山茂夫. 精密机械, 1983, (6)
- 2 Arnold Teimel. Precision Engineering, 1992, 14(3):147~154
- 3 Tyler Estler W. Applied Optics, 1985, 24

## Research for Precision Technology on Measurement Displacement

Zhu Jigui Lü Haibao Qi Xinmin

(The Department of Mechantronics and Instrumentation, NUDT, Changsha, 410073)

### Abstract

This paper analyses a new photoelectrical method to measure displacement by using holographic grating as sensor in theory. The measuring optical system is presented from the practical view and the error is discussed in detail. The method has advantages of simple structure and high precision.

**Key words** holographic grating; displacement measurement; error analysis